

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique



Université Mohamed Khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département : Génie Civil et Hydraulique
Réf:.....

جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم: الهندسة المدنية والري
المرجع:.....

Thèse présentée en vue de l'obtention du diplôme de
Doctorat en sciences en : **HYDRAULIQUE**

**APPROCHES THEORIQUES ET EXPERIMENTALES DU RESSAUT
HYDRAULIQUE DANS UN PROFIL DE CANAL COMPOSE**

Présentée par :

BENABDESSELAM ABDERRAHMANE

Soutenu publiquement le : 20/02/2020

Devant le jury composé de :

Nom	Prénom	Grade	Qualité	Affiliation
DEBABECHE	Mahmoud	Prof.	Président	Université de Biskra
ACHOUR	Bachir	Prof.	Rapporteur	Université de Biskra
HOUICHI	Larbi	Prof.	Examineur	Université de Batna 2
DJEMILI	Lakhdar	Prof.	Examineur	Université de Annaba

Année Universitaire :2019/2020

Remerciements

Je remercie, en premier lieu, le bon dieu de m’avoir aidé à commencer et à terminer ce travail.

Mes remerciements vont, en général, à tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à l’élaboration de cette thèse, mais en particulier à :

- Mon directeur de thèse, MR ACHOUR BACHIR pour avoir proposé, dirigé, et orienté ce travail avec la disponibilité, la patience, et la souplesse nécessaires.
- Mon cher collègue MR HOUICHI LARBI pour son effort, son encouragement et sa participation à la finalisation de la thèse.

Mes remerciements s’adressent également aux MRS et DAMES, membres du jury :

- DEBABECHE.M d’avoir accepté de présider le jury de soutenance.
- ACHOUR.B en tant que rapporteur.
- BEDJAOUA d’avoir accepté d’examiner cette thèse.
- HOUICHI.L en tant qu’examineur.

- DJEMILLI.L en tant qu'examineur.

Je n'oublierais pas de remercier :

- Le STAF du laboratoire du département d'hydraulique à l'université de BATNA , et en particulier MRS MKHERBECHE.B et KARECHE.A.
- Le STAF administratif du département d'hydraulique de l'université de BATNA.
- Le STAF administratif du département d'hydraulique de l'université de BISKRA.
- Mr BENGORA.D pour avoir participé à l'équipement du laboratoire du avec le circuit fermé du banc d'essais dont l'absence a fait retarder l'étude expérimentale et le projet pour au moins six ans.
- Je ne peux oublier de remercier mes parents, ma femme, mes enfants, mes proches, et mes amis, chacun pour sa part d'endurance, d'effort, de prière, de patience, de conseil et d'encouragement qu'ils ont eu à mon égard.
- Finalement et très spécifiquement Mr MESSAOUDI SAID, non seulement, pour ses conseils et encouragements, mais aussi pour son intervention directe avec ses

différents atouts et approches techniques et scientifiques qui m'ont facilité l'exécution des expérimentations et la prise en charge de maintes difficultés.

Résumé

Dans cette thèse, les relations adimensionnelles régissant les rapports des hauteurs conjuguées et les pertes relatives d'énergie ont été établies pour le ressaut hydraulique dans un canal composé rectangulaire droit. Ces relations sont présentées, en tenant compte ou non, de la force de volume F_x dont l'expression a été déduite par analogie à la relation de Borda-Carnot. L'expérimentation a été menée en considérant trois valeurs différentes de la largeur relative τ_y . Pour chaque valeur de τ_y , plusieurs valeurs du nombre de Froude incident ont été considérées en fonction des cinq rapports de la profondeur initiale relative τ_z . Les expériences ont démontré la validité des relations proposées. L'étude a montré la nécessité de prendre en considération la force F_x lorsque le rapport τ_y atteint la valeur 0,5. Il a été également mis en évidence l'intérêt pratique du canal composé rectangulaire en termes de capacité de dissipation d'énergie, comparé au canal rectangulaire.

Mots clés : canal composé, dissipation d'énergie, force de volume, rapport des hauteurs, rapport des largeurs, ressaut hydraulique.

Abstract

In this thesis, theoretical developments, regarding the establishment of dimensionless relationships for sequent depths ratio and relative energy loss of hydraulic jumps are achieved in a straight rectangular compound channel. These relationships were given with and without consideration of a volume force F_x , which is assimilated by analogy to Borda-Carnot's expression. The Experiment was carried out with three different values of the width ratio τ_y . For each τ_y ratio, several values of inflow Froude number were considered according to the five inflow ratio depths' values τ_z . The experiments proved the validity of the proposed theoretical relationships. The study showed the need to consider the force F_x when the ratio τ_y reaches the value of 0.5. It reveals also the practical usefulness of the compound channel in terms of energy dissipation capability compared to the rectangular channel.

Keywords: compound channel; depth ratio; energy dissipation; hydraulic jump; volume force; width ratio.

ملخص :

في هذه الأطروحة تم استخلاص العلاقات اللابعدية للربط بين الارتفاعين المتناظرين و كم الطاقة المهدرة في القفزة المائية ، و ذلك باستخدام علاقة BORDA-CARNOT للقوة الحجمية للماء أثناء القفزة ارتفاعه و تطبيقها في القاعدة العامة للكم الحركي المتحركة في سير هذه الحركة.

في اطار التجارب المخبرية التي أجريت : ثلاثة قيم τ_y التي تمثل النسبة لمسافة سطح الماء المتغيرة إلى قاعدة المجرى المائي الثابتة , و التي يقابل كل واحدة منها خمسة قيم لنسبة ارتفاع المدخل المائي (المنغير) إلى ارتفاع المجرى الثابت.

هذه التجارب قد بينت أن قوة BORDA-CARNOT يبدأ اخذ تأثيرها عند $\tau_y=0,5$. كما تحصلنا على تأكيد من زيادة في تبديد الطاقة لهذا الشكل المركب بالنسبة للمقطع المستطيل الكلاسيكي. **الكلمات المفتاحية:** مجرى مركب , تبديد الطاقة , قوة حجم الماء , نسبة الارتفاع , نسبة أبعاد العرض , قفزة مائية.

Liste des figures

PARTIE I

Chapitre 1

- Fig .01.** Ressaut hydraulique classique. 5
- Fig .02.** Rapport Y^* des hauteurs conjuguées du ressaut classique en fonction du nombre de Froude IF_1 . (_) Courbe tracée selon la relation [007]. 7
- Fig. 04** (...) ligne de charge totale le long du ressaut classique 7
- Fig.05** Rendement η^* du ressaut classique en fonction de Froude IF_1 . 9
(_) courbe tracée selon la relation (026)(---) courbe tracée selon la relation (027)
- Fig. 08** . Longueur relative $\lambda_r^* = L_r^*/h_1$ du ressaut classique en fonction du nombre de Froude IF_1 pour différentes valeurs du rapport d'aspect $w=h_1/b$, selon Hager et al. (Δ) 0.01, (\blacktriangle) 0.02, (\diamond) 0.048, () 0.072(---) relation (0 30), (_) relation (028) 10
- Fig.09** Longueur relative L_j^*/h_2 en fonction du nombre de Froude IF_1 selon Bradley et Peterka [23] 11

Chapitre 3

- Fig. 1** Schéma de définition du ressaut hydraulique en canal composé droit 22
- Fig. 2** Variation de Y , calculé par (1), en fonction de F_1 . (---) : $\beta = 1$. 25
- Fig. 3** Variation de Y en fonction de F_1 . (o) : équation 2, (+) : équation 1 25
- Fig. 4** Variation de η en fonction de par l'équation 3. F_1 . (---) : $\beta = 1$. Y est calculé 26
- Fig. 5** Variation de η en fonction de F_1 . (o) : équation 2, (+) : équation 1 27

Chapitre 4

- Fig .10.** : Schéma simplifié du dispositif expérimental 31
- Fig .11.** a) Vue d'ensemble du dispositif expérimental en direction de l'écoulement, 31
b) Vue de profil de la galerie et du rouleau de surface.

Fig.12. Variation théorique et expérimentale du taux de remplissage aval de la galerie en fonction du débit relatif Q^*_d	32
Fig. 13. Variation expérimentale des longueurs relatives du ressaut dans une galerie circulaire brusquement élargie, en fonction du débit relatif Q^*_d et pour divers taux d'élargissement. a) longueur relative du rouleau, b) longueur relative du ressaut.	33

PARTIE II

Chapitre 1

Fig. 1. Schéma de définition du ressaut hydraulique dans un canal composé rectangulaire droit	36
Fig. 2. Photographies de l'installation expérimentale (à gauche une vue en travers et à droite une vue longitudinale du canal avec limnimètre dessus.).	36
Fig. 3. Boîte à convergence et d'ouvertures.	36
Fig.4. limnimètre	36
Fig.5 Pompe	37
Fig.6 Système de vannage	37
Fig.7 guide de déplacement du panneau latéral	37
Fig.8 Pompe + système de vannage	37
Fig.9 Vue schématique de l'installation expérimentale	37
Fig. 10. Boîte à moustaches de la variable « Froude incident F_1 » selon les lits majeurs	39
Fig. 11. Boîte à moustaches de la variable « deuxième hauteur conjuguée h_2 » selon les lits majeurs	40
Fig. 12. Boîte à moustaches de la variable « longueur du ressaut L_j » selon les lits majeurs	40
Fig. 13. Boîte à moustaches de la variable « débit Q » selon les lits majeurs	41
Fig. 14. Boîte à moustaches de la variable « Froude incident F_1 » selon les ouvertures	42
Fig. 15. Boîte à moustaches de la variable « deuxième hauteur conjuguée h_2 » selon les ouvertures	42
Fig. 16. Boîte à moustaches de la variable « longueur du ressaut L_j » selon les ouvertures	43
Fig. 17. Boîte à moustaches de la variable « débit Q » selon les ouvertures	43
	44

Fig. 18. Variation expérimentale de la deuxième hauteur conjuguée h_2 du ressaut évoluant dans le canal composé rectangulaire droit en fonction du débit Q	
Fig. 19. Variation expérimentale du nombre de Froude incident F_1 du ressaut évoluant dans le canal composé rectangulaire droit en fonction du débit Q	44
Fig. 20. Variation expérimentale de la longueur du ressaut L_j évoluant dans le canal composé rectangulaire droit en fonction du nombre de Froude incident F_1	45
<u>Chapitre 2</u>	
Figure 1 : Rapport des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude incident pour $\tau_y = 0,25$ (sans F_x)	52
Figure 2 : Rapport des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude incident pour $\tau_y = 0,333$ (sans F_x)	53
Fig. 3 : Rapport des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude incident pour $\tau_y = 0,5$ (avec F_x)	53
Fig. 4. Perte d'énergie relative en fonction du nombre de Froude incident ; Valeurs théoriques et expérimentales dans le canal composé rectangulaire droit et dans le canal rectangulaire	54
Fig. 5. Evolution de la perte d'énergie relative (valeurs théoriques et expérimentales), entre les deux limites de $\pm 5\%$	55

Liste des tableaux

PARTIE I

Chapitre 3

Tableau 1. Symboles et notations pour paramètres	22
---------------------------------------------------------------	----

PARTIE II

Chapitre 5

Tableau 1. Gammes expérimentales des paramètres	38
--------------------------------------------------------------	----

Tableau 2. Nomenclature des paramètres usuels	38
------------------------------------------------------------	----

Tableau 3. Caractéristiques des données selon les lits majeurs	39
-----------------------------------------------------------------------------	----

Tableau 4. Caractéristiques des données selon les ouvertures	41
---------------------------------------------------------------------------	----

Tableau 5. Corrélations entre variables et jugements sur la signifiante des liaisons	44
---------------------------------------------------------------------------------------------------	----

Chapitre 6.

Tableau 1. Valeurs limites du nombre de Froude incident selon τ_z (Eq. (9)).....	49
----------------------------------------------------------------------------------------------	----

Tableau 2. Performances de chaque modèle selon les valeurs de τ_y (Eqs. (6) et (8)).....	52
------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

Sommaire

PREMIERE PARTIE

INTRODUCTION GENERALE

1	préambule	1
2	introduction.....	1

Chapitre 1 : Ressaut hydraulique classique dans un canal de section droite

	rectangulaire	4
1.1	Introduction.....	4
1.2	Hauteurs Conjugées du ressaut	5
1.2.1	Equation de BELANGER	5
1.3	Rendement du ressaut	7
1.4	Longueurs caracteristiques du ressaut.....	9
1.4.1	Longueur du rouleau	10
1.4.2	Longueur du ressaut.....	11

Chapitre 2 : Etat de l'art des recherches liées aux écoulements dans les canaux composés

II.1	Introduction.....	13
II.2	Les études à aspects divers	13
1	Etudes liées à la dissipation d'énergie dans les canaux composés	
2	Etudes liées à la hauteur critique de l'écoulement dans les canaux composés	14
3	Etudes liées au transfert de la quantité de mouvement de l'écoulement dans les canaux composés.....	14
4	Etudes liées à l'estimation du débit dans les canaux composés.....	15
5	Etudes liées à la résistance de l'écoulement dans les canaux composés.....	15
6	Etudes liées à la relation analytique débit-hauteur dans les canaux composés..	16
7	Etudes liées au cisaillement dû à l'écoulement dans les canaux composés.....	17
8	Etudes liées à l'aspect écoulement rapidement varié dans les canaux composés.....	17
9	Modèles de la dynamique des fluides.....	18
II.3	Modèles stochastiques et modèles de l'intelligence artificielle.....	19
1	Méthodes basées sur les modèles stochastiques.....	19
2	Méthodes basées sur les modèles de l'intelligence artificielle.....	19
II.4	conclusion.....	20

Chapitre 3 : Ressauts Hydrauliques Dans Un Canal Composé Rectangulaire Droit : Aperçu Sur Les Etudes Anterieures

III.	Approche théorique de KHATTAOUI et ACHOUR.....	21
III.1.	Rapport Des Hauteurs Conjuguees.....	22
III.2.	Rendement Du essaut.....	26
III.	Conclusion.....	27

Chapitre 4 : Ressaut Dans Une Galerie Circulaire Brusquement largie

IV.I	Théorie.....	28
IV.1.1	Condition d'apparition du ressaut.....	28

IV.1.2. Relation générale régissant le ressaut dans la galerie circulaire brusquement élargie.....	29
IV.2.Etude expérimentale.....	30
IV.2.1.Installation.....	30
IV.2.2.Résultats et discussion.....	31
IV.2.2.1.Relation générale.....	31
IV.2.2.2 longueurs caractéristiques du ressaut.....	32

DEUXIEME PARTIE

Chapitre 1 : Contribution A L'étude Expérimentale Des Canaux Composés

V.1.Protocole Experimental Et Descriptions Statistiques Des Essais.....	35
V.2.Descriptions statistiques des paramètres d'influence.....	38
V.3.Conclusion.....	45

Chapitre 2 : Ressauts Hydrauliques Dans Un Canal Composé Rectangulaire Droit : Approches Théoriques Et Validations Expérimentales

VI.1. Introduction.....	46
VI.2. Approche théorique pour les hauteurs conjuguées.....	47
VI.3. La perte d'énergie relative	50
VI.4. Résultats et discussions.....	51
VI.4.1. Validation de la relation des hauteurs conjuguées.....	51
VI.4.2. Validation de la relation de la perte d'énergie relative.....	53
VI.5. Conclusions.....	55

<i>CONCLUSION GENERALE</i>	56
-----------------------------------------	----

<i>ANNEXE</i>	58
----------------------------	----

<i>REFERENCES</i>	67
--------------------------------	----

INTRODUCTION GENERALE

1-Préambule :

Ce travail a été entamé à la fin de 2002 ; dans une circonstance qui ne présentait aucun travail antérieur, ni même une littérature explicite, ce qui a malheureusement ralenti, avec l'indisponibilité du banc d'essais, l'avancement normal des activités.

A cet état de fait, notre alternative était alors la redirection vers le volet expérimental de l'étude et de commencer à prendre les contacts, faire des demandes pour un projet de réalisation d'une installation convenable à cette tâche au sein du laboratoire du département d'hydraulique de l'université de BATNA, absente jusque lors, et qui servira également à d'autres travaux probables ou à des fins didactiques.

Elle a vu le jour en 2008 avec une subvention de l'université EL HADJ LAKHDAR à BATNA , et c'est à ce moment qu'a commencé mon intervention , avec mes propres moyens , pour la conception et la fabrication du modèle réduit (canal composé à section droite rectangulaire) à l'un des ateliers de soudure qualifiés la ville de BATNA , et ensuite le transporter et l'intégrer dans l'installation, en ajoutant les accessoires complémentaires tel que les robinets –vannes, les tuyaux flexibles, les instruments électroniques de mesure (de débit, vitesse, hauteurs et longueurs), de tronçonnage, la caisse à outils, les joins, la colle, les diluants, les tenues de travail,.....etc.

L'étape précédente m'a pris énormément de temps, d'efforts et de moyens ; et en parallèle, une recherche théorique fructueuse est publiée en 2012 : l'article de M.KATTAOUI et B.ACHOUR sous le titre « ressaut hydraulique en lit composé » donnant un développement théorique considérable et aboutissant à l'équation de la quantité de mouvement régissant le ressaut hydraulique classique dans le canal rectangulaire composé , ainsi que son rendement de dissipation.

C'est alors devenu nécessaire de mener une investigation théorique complémentaire et détaillée.

2-Introduction :

Les travaux sur le ressaut hydraulique ont débuté il y a déjà longtemps, mais chaque fois sous des conditions de forme et de sujet variables.

La forme rectangulaire a toujours inspiré les chercheurs, mais sans doute pas encore le rectangulaire composé droit du point de vue expérimental, ce dernier fut l'objectif de notre investigation en impliquant l'effet de la force volume proposée par Borda-carnot tout en s'inspirant du travail laborieux que mena ACHOUR (2002) sur le ressaut hydraulique dans une galerie circulaire brusquement élargie qui, à mon avis, peut être considérée comme une forme variée du canal composé et qui a mené à des résultats brillants, sur le niveau physique et dynamique, et surtout en ce qui concerne la dissipation d'énergie : critère primordial pour le ressaut hydraulique : il serait nécessaire donc, d'envisager la différence entre les formes citées, et d'en voir aussi la signification des autres paramètres tel que le rapport des hauteurs conjuguées, des longueurs de rouleau et du ressaut pour la gamme du Froude incident la plus pratique.

La validation par des données expérimentales issues de séries d'essais (voir la partie consacrée à la description du protocole expérimental avec photos) occupera une partie non négligeable du travail.

L'essentiel de la thèse s'étalera sur deux parties :

la première avec quatre (04) chapitres :

- Un premier qui sera une forme de rappels du plus important (approches théoriques, relations approchées, figures, tableaux) Pour le profil rectangulaire simple (classique) et la galerie circulaire brusquement élargie dans les travaux antérieurs.
- Un deuxième sera consacré à différentes études, non destinées au ressaut hydraulique dans les profils composés car il n'y en a pas, à notre connaissance, mais aux écoulements à surface libre répertoriées selon des axes de recherche variables.
- Un troisième rappelant les approches purement théoriques du ressaut hydraulique dans un canal composé droit, mené par KHATTAOUI et ACHOUR(2012) montrant les relations : rapport des hauteurs conjuguées- F_1 ; rendement- F_1 , tout en se référant à celles de BELANGER et terminant leur article par la conclusion claire de la nécessité de la validation expérimentale de toutes les propositions théoriques établies.
- Un quatrième faisant un passage clair et une escale rapide au travail sur la galerie brusquement élargie (ACHOUR 2000).

La deuxième partie : à destination de l'expérimentation ,comprendra deux chapitres :

- Un premier chapitre ou en plus de la description du protocole expérimental ; on parlera de la quantification statistique des résultats obtenus montrant les interférences entre éléments de performance et d'importance pour l'étude du ressaut évoluant en canal rectangulaire composé droit.
- Un deuxième pour commenter les résultats issus des validations expérimentales du développement théorique en utilisant les méthodes de comparaison ou d'optimisation d'erreurs avec la RMSE et les discussions qui s'en suivent.

En fin une conclusion générale montrant la valeur de cette approche, de la découverte pour le rendement du composé qui a dépassé nettement le ressaut rectangulaire classique et expliquant l'intérêt de ce sujet, ainsi que les insuffisances et les orientations futures possibles.

- Un annexe est avéré nécessaire, dans lequel est noté le développement théorique avec les détails des formules, les simplifications de calcul, la solution analytique de l'équation de la quantité de mouvement tout en rendant adimensionnels les différents paramètres, et ceci pour éviter aux examinateurs la peine de l'effort de suivre, pas -à - pas, les calculs, le remplacement, les puissances au carré, au cubeetc.

PREMIERE PARTIE

Chapitre 1

RESSAUT HYDRAULIQUE CLASSIQUE DANS UN CANAL DE SECTION DROITE RECTANGULAIRE

I.1. INTRODUCTION

L'intérêt porté à l'étude du ressaut hydraulique s'est consacré plus sur son aspect comme moyen de dissipation d'énergie, c.-à-d de quantifier le rendement dû à la perte de charge occasionnée. mais ceci n'empêche de voir quelques autres caractéristiques.

Il est défini comme étant le passage de l'écoulement torrentiel à l'écoulement fluvial. Ce passage s'accompagne d'une perturbation de la surface libre de l'écoulement qui s'étend sur une longueur L_r^* appelée longueur du rouleau. Le ressaut hydraulique est dit classique lorsqu'il se forme dans un canal de section droite rectangulaire de pente nulle ou faible. c'est le profil de référence qui a servi de base à l'étude du phénomène tant du point de vue théorique qu'expérimental.

Beaucoup de recherches ont été menées sur le ressaut hydraulique classique et qui concernent notamment la détermination de ses caractéristiques, de son profil de surface ainsi que sa capacité de dissipation. Les caractéristiques du ressaut classique sont essentiellement :

- les longueurs L_r^* et L_j^* qui désignent respectivement la longueur du rouleau et la longueur du ressaut.

- ses hauteurs initiale et finale, notées h_1 et h_2^* , appelées également hauteurs conjuguées. la capacité de dissipation du ressaut est généralement évaluée par le rapport de la perte de charge qu'il occasionne entre ses sections initiale et finale à la charge totale dans sa section initiale.

L'écoulement torrentiel à l'amont du ressaut est caractérisé par un nombre de Froude $F_1 > 1$ étroitement lié au débit volume, à la hauteur initiale h_1 ainsi qu'à la forme géométrique du canal.

On s'accorde à dire que le ressaut hydraulique est régi par l'équation de la quantité de mouvement dont l'application a pour objectif de définir la relation liant le rapport Y^* des hauteurs conjuguées et le nombre de Froude incident F_1 .

L'équation de la quantité de mouvement est généralement appliquée en admettant que les pertes de charges autres que celles dues au ressaut sont négligeables ; ces pertes de charge sont notamment les pertes par frottement se produisant sur les parois et le fond du canal. Des études récentes [9] ont cependant montré que, sous certaines conditions de

l'écoulement incident, l'effet des frottement ne peut être négligé et le rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut est alors inférieur à Y^* issu du développement théorique.

L'analyse des résultats expérimentaux a pu établir que le rapport Y/Y^* dépend non seulement du nombre de Froude incident mais aussi du nombre de Reynolds.

Les travaux entrepris sur le ressaut hydraulique classique dans le canal rectangulaire sont nombreux et le présent chapitre se propose de passer en revue les principaux d'entre eux.

I-2. Hauteurs conjuguées du ressaut

I.2.1 Equation de BELANGER

La figure .01. montre un ressaut classique évoluant entre ses sections initiale et finale 1 et 2.

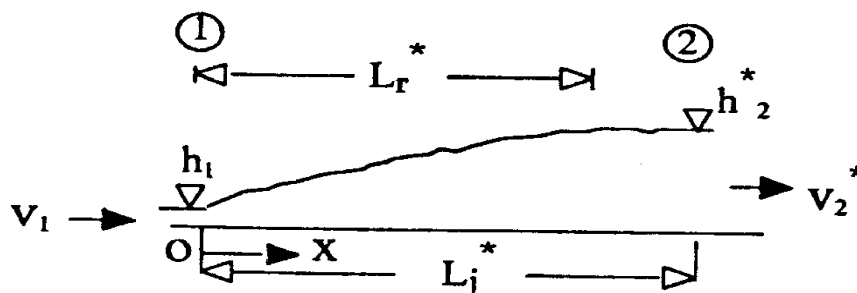


Figure .01. Ressaut hydraulique classique.

L'écoulement à l'amont du ressaut (à l'origine o) est caractérisé par une profondeur h_1 et une vitesse moyenne v_1 . l'équation de continuité permet d'écrire :

$$V_1 = Q \cdot A_1 \quad (001)$$

Ou Q est le débit volume et A_1 l'aire de la section mouillée initiale qui s'exprime par :

$$A_1 = b \cdot h_1 \quad (002)$$

b étant la largeur du cal rectangulaire.

Comme nous l'avons déjà dit, le ressaut est régi par l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre ses sections initiale et finale ; c'est en fait la seconde loi de NEWTON qui est appliquée énonçant que la variation de la quantité de mouvement s'opérant entre les sections 1 et 2 est égale à la somme des forces extérieures agissant sur la masse liquide en mouvement. L'application de cette loi a nécessité quatre hypothèses simplificatrices

1. la répartition des pressions dans les sections initiale et finale est hydrostatique.
2. la distribution des vitesses y est uniforme.
3. la perte de charge par frottement est négligeable.
4. la résistance de l'air est négligeable.

En outre, en raison du fait que le ressaut évolue dans un canal de pente nulle, la composante tangentielle du poids propre de la masse liquide considérée est également nulle. Ainsi, les forces extérieures appliquées à la masse liquide en mouvement se résument aux forces de pressions hydrostatiques F_1 et F_2 s'exerçant sur les sections 1 et 2. Ces forces s'écrivent :

$$F_1 = \varpi \cdot \bar{h}_1 \cdot A_1 \quad (003)$$

$$F_2 = \varpi \cdot \bar{h}_2^* \cdot A_2 \quad (004)$$

ϖ désigne le poids spécifique du liquide, \bar{h}_1 et \bar{h}_2 sont respectivement la position du centre de gravité des sections A_1 et A_2 par rapport à la surface libre de l'écoulement dans ces sections.

On peut ainsi écrire que $\bar{h}_1 = h_1/2$ et $\bar{h}_2^* = h_2^*/2$.

Sachant que $\rho \cdot Q \cdot v$ représente la quantité de mouvement, l'application de la seconde loi de NEWTON mène à écrire :

$$\varpi \cdot b \cdot h_1^2/2 + \rho \cdot Q \cdot v_1 = \varpi \cdot b \cdot h_2^{*2}/2 + \rho \cdot Q \cdot v_2^* \quad (005)$$

où $\varpi = \rho g$, ρ est la masse volumique du liquide et g l'accélération de la pesanteur.

En tenant compte des relations (001) et (002) et sachant que le nombre de Froude caractérisant l'écoulement à l'amont du ressaut est tel que :

$$IF_1^2 = Q^2 / (g \cdot b^2 \cdot h_1^3) \quad (006)$$

La relation (005) conduit donc à écrire :

$$Y^* = h_2^* / h_1 = 0,5 \cdot [(1 + 8 \cdot IF_1^2)^{1/2} - 1] \quad (007)$$

La relation (007) est connue sous le nom d'équation de BELANGER et permet d'évaluer le rapport Y^* des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du nombre de Froude IF_1 . En pratique, les paramètres Q , g , b et h_1 sont généralement connus et l'équation (007) permet le

calcul de la profondeur finale h_2^* du ressaut. Celle-ci permet notamment le dimensionnement du canal suivant la hauteur.

Bien que l'emploi de la relation (007) soit simple, HAGER et SINNIGER [10] proposent une relation approchée applicable pour les nombres de Froude $IF_1 > 2$. en effet, pour $IF_1 > 2$, la quantité $8 \cdot IF_1^2$ est supérieure à l'unité ($8 \cdot IF_1^2 \gg 1$) et l'équation (007) se réduit à :

$$Y^* = h_2^*/h_1 = \sqrt{2} \cdot IF_1 - 1/2 \quad (008)$$

La relation (008) montre que Y^* et IF_1 sont linéairement dépendants. Les relations (007) et (008) sont représentées graphiquement dans le système d'axes à coordonnées cartésiennes de la figure.02.

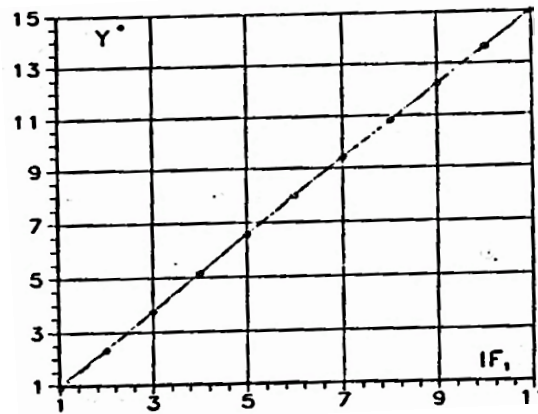


Figure .02.Rapport Y^* des hauteurs conjuguées du ressaut classique en fonction du nombre de Froude IF_1 .

(_) Courbe tracée selon la relation[007].

I.3. Rendement du ressaut

La figure (04) montre la ligne de charge totale le long de la longueur L_j^* sur laquelle s'étend le ressaut classique.

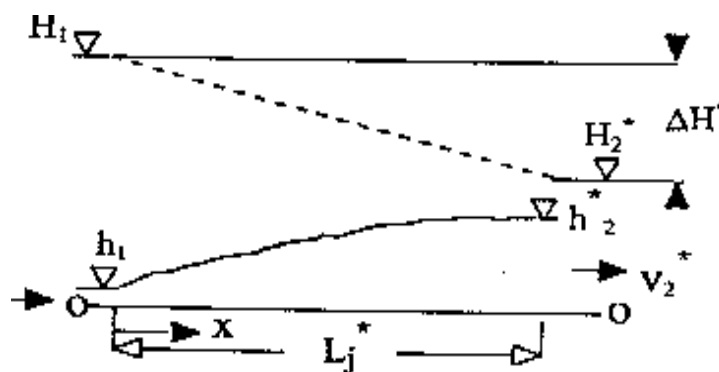


Figure 04 : (---) Ligne de charge totale le long du ressaut classique.

En se référant au plan 0-0, la charge totale dans la section initiale du ressaut s'écrit :

$$H_1 = h_1 + \alpha_1 V_1^2 / 2g \quad (017)$$

Tandis que la charge totale dans la section finale est :

$$H_2^* = h_2^* + \alpha_2 V_2^{*2} / 2g \quad (018)$$

α désigne le facteur de correction de l'énergie cinétique dont on admet que la valeur est égale à l'unité.

La perte de charge ΔH^* due au ressaut est la différence des charges totales initiale et finale :

$$\Delta H^* = H_1 - H_2^* \quad (019)$$

En raison du caractère permanent de l'écoulement, l'équation de continuité reste en vigueur et l'on peut écrire :

$$Q = V_1 \cdot A_1 = V_2^* \cdot A_2^* \quad (020)$$

Où $A_1 = b \cdot h_1$ et $A_2^* = b \cdot h_2^*$. en tenant compte des relations (017), (018) et (020), (019) s'écrit :

$$\Delta H^* = (h_1 - h_2^*) + (h_1^{-2} - h_2^{*2}) \cdot (q^2 / 2g) \quad (021)$$

$q = Q/b$ est le débit unitaire dont l'expression peut être déduite de l'équation de la quantité de mouvement définie par (05) :

$$q^2 / 2g = (h_1 \cdot h_2^{*2} + h_1^2 \cdot h_2^*) / 4 \quad (022)$$

ainsi, l'équation (021) s'écrit sous sa forme définitive :

$$\Delta H^* = (h_2^* + h_1)^3 / (4h_2^* h_1) \quad (023)$$

La relation (023) exprime la perte de charge due au ressaut classique en fonction des hauteurs conjuguées de celui-ci.

On exprime souvent la capacité de dissipation du ressaut par le rapport $\eta^* = \Delta H^* / H_1$ qui représente en fait son rendement. En tenant compte de la relation (006), les charges totales initiale et finale du ressaut peuvent s'écrire respectivement :

$$H_1 = h_1 \cdot [1 + F_1^2 / 2] \quad (024)$$

$$H_2^* = h_1 \cdot [Y^* + F_1^2 / (2Y^{*2})] \quad (025)$$

Où Y^* est le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut classique défini par l'équation (007) de BELANGER. Ainsi, le rendement η^* s'écrit :

$$\eta^* = \Delta H^* / H_1 = (H_1 - H_2^*) / H_1 = 1 - H_2^* / H_1$$

$$\text{soit : } \eta^* = 1 - [Y^* + IF_1^2 / (2Y^{*2})] / (1 + IF_1^2 / 2) \quad (026)$$

Bien que la relation (026) permet le calcul explicite du rendement η^* , HAGER et SINIGER proposent une expression approchée, applicable pour $IF_1 > 2$:

$$\eta^* = [1 - (\sqrt{2}) / IF_1]^2 \quad (027)$$

les relations (026) et (027) sont représentées graphiquement dans le système d'axes de coordonnées cartésiennes de la figure.05.

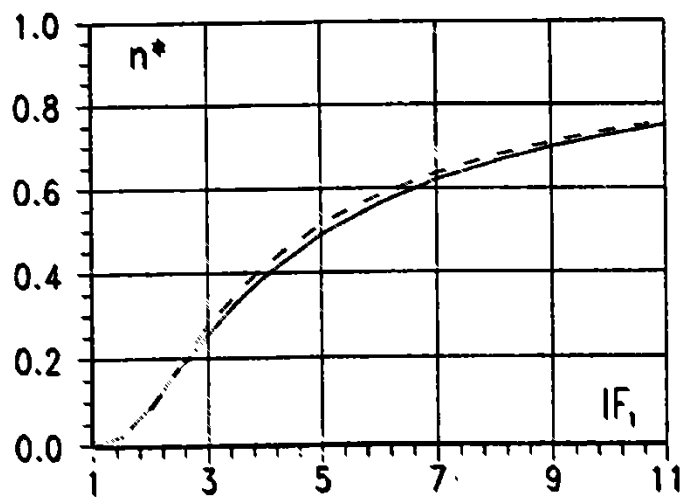


Figure .05. Rendement η^* du ressaut classique en fonction de Froude IF_1 .
 (_) courbe tracée selon la relation (026)
 (---) courbe tracée selon la relation (027)

La figure .05. montre d'une part que le rendement η^* du ressaut classique est supérieur à 50% pour $IF_1 \geq 5,1$ et que les rendements calculés en application de la relation approchée (027) sont légèrement supérieurs à ceux obtenus par la relation exacte (026) d'autre part ; l'écart maximum observé peut atteindre les 2%.

I.4. Longueurs caractéristiques du ressaut

Comme nous l'avons déjà vu, le ressaut est caractérisé par la longueur L_r^* de son rouleau de surface ainsi que par la longueur L_j^* sur laquelle il s'étend et qui correspond approximativement à la longueur du bassin amortisseur. L'expérimentation menée par de nombreux chercheurs montre que ces longueurs dépendent essentiellement du nombre de Froude IF_1 ; plus celui-ci augmente et plus les longueurs L_r^* et L_j^* s'accroissent. Contrairement

aux résultats des recherches effectuées par HAGER et BREMEN [8] concernant le rapport Y^* des hauteurs conjuguées du ressaut, aucun effet du nombre de Reynolds IR_1^* n'est observé sur les longueurs caractéristiques L_r^* et L_j^*

I.4.1. Longueur du Rouleau

La quantification de la longueur L_r^* n'a pu être possible que par la voie expérimentale. Elle est généralement rapportée à la hauteur initiale h_1 du ressaut et l'analyse la plus récente est celle de HAGER ,BREMEN et KAWAGOSHI[2] en 1990.

Les essais effectués par HAGER ,BREMEN et KAWAGOSHI [2] montrent que le rapport $\lambda_r^* = L_r^* / h_1$ dépend du nombre de Froude IF_1 et du rapport d'aspect $w = h_1/b$. les auteurs proposent les relations suivantes :

$$\lambda_r^* = -12 + 160.Tgh(IF_1/20) \quad \text{pour } w = h_1/b < 0,1 \quad (028)$$

$$\lambda_r^* = -12 + 100.Tgh(IF_1/12,5) \quad \text{pour } 0,1 < w = h_1/b < 0,7 \quad (029)$$

“Tgh” désigne la tangente hyperbolique. Les mesures expérimentales obtenus par HAGER ,BREMEN et KAWAGOSHI [2] sont représentées graphiquement dans le système d'axes de coordonnées à divisions cartésiennes de la figure .008 . les auteurs notent que pour $IF_1 < 8$, les relations (028) et (029) peuvent être remplacées par une droite de pente 8, d'équation :

$$\lambda_r^* = L_r^* / h_1 = 8.(IF_1 - 1,5) , \quad 2,5 < IF_1 < 8 \quad (030)$$

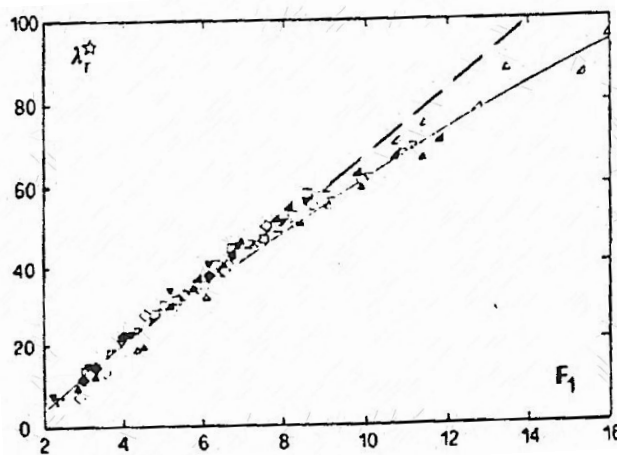


Figure .08. Longueur relative $\lambda_r^* = L_r^* / h_1$ du ressaut classique en fonction du nombre de Froude IF_1 pour différentes valeurs du rapport d'aspect $w = h_1/b$, selon Hager et al.

(Δ) 0.01, (\blacktriangle) 0.02, (\diamond) 0.048, (∇) 0.072

(---) relation (030), (—) relation (028)

I.4.2. Longueur du ressaut

La seconde longueur caractéristique du ressaut classique est la longueur L_j^* sur laquelle il s'étend. Comme pour la longueur du rouleau, L_j^* a pu être quantifiée par voie expérimentale et sa définition varie d'un auteur à un autre. En effet, on estime que la longueur L_j^* doit être mesurée dans la section à l'aval du ressaut où :

1. la surface libre est pratiquement horizontale.
2. la surface de turbulence du rouleau est faible.
3. l'écoulement graduellement varié apparaît à l'extrémité aval du rouleau.

Toutes ces définitions ont pour but d'indiquer la limite aval du ressaut au-delà de laquelle la protection ou le renforcement du bassin amortisseur n'est plus nécessaire ; en effet, cette limite définit la zone où l'écoulement est franchement fluvial caractérisé par de faibles vitesses et des forces tractrices sans conséquences. Dans la pratique, on s'accorde à dire que la longueur L_j^* correspond à la distance du bassin amortisseur nécessitant une protection contre les affouillements. Les essais de BRADLEY et PETERKA [23] ont eu pour but de déterminer une relation analytique permettant d'évaluer la longueur L_j^* . Celle-ci, rapportée à la hauteur initiale h_1 du ressaut, peut s'écrire :

$$L_j^*/h_1 = 220.Tgh[(IF_1-1)/22] \quad (031)$$

La variation de la longueur relative L_j^*/h_2^* en fonction du nombre de Froude IF_1 indique (figure.09.) que L_j^*/h_2^* prend une valeur moyenne égale à 6 dans la gamme pratique $4 < IF_1 < 12$. ce résultat est encore admis de nos jours :

$$L_j^*/h_2^* = 6 \quad (032)$$

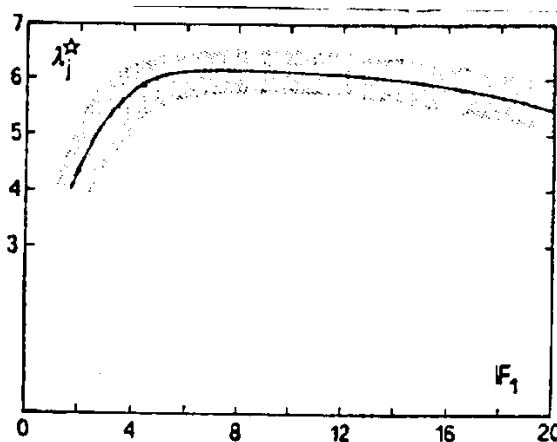


Figure .09. Longueur relative L_j^*/h_2^* en fonction du nombre de Froude IF_1 selon Bradley et Peterka [23]

F1 Nombre de Froude de l'écoulement incident (-)

g Accélération de la pesanteur (m/s²)

H1 Charge totale initiale (m)

h1 Hauteur initiale du ressaut (m)

H2 Charge totale finale (m)

h2 Hauteur finale du ressaut (m)

Lj Longueur du ressaut (m)

Lr Longueur du rouleau (m)

q Débit unitaire (m²/s)

Q Débit volume (m³/s)

s Hauteur de seuil (m)

S Hauteur relative de seuil (-)

X Position de seuil (m)

Y Rapport des profondeurs du ressaut (h₂/h₁) (-)

- le signe * attribué aux grandeurs signifie " classique".

Chapitre 2

ÉTAT DE L'ART DES RECHERCHES LIÉES AUX ÉCOULEMENTS DANS LES CANAUX COMPOSÉS

II.1. Introduction

L'estimation des différentes caractéristiques des écoulements dans les canaux composés a fait l'objet de contributions scientifiques intenses et réussies.

Il y a eu de nombreuses tentatives pour aborder le thème, malgré sa complexité inhérente. La difficulté du problème est due à l'interaction implicite entre les plaines d'inondation et le canal principal, caractérisant chaque forme particulière de canal composé.

Les méthodes d'investigation de tels problèmes sont basées sur les développements théoriques et les validations expérimentales réalisées sous diverses limites aux laboratoires, où les conditions de terrain sont simulées ou reproduites dans la mesure du possible.

Différents aspects liés au contexte spécifiques sont étudiés par la communauté scientifique compétente et avec plusieurs formes de canaux, en enrichissant ainsi la littérature de la discipline connue par « construction hydraulique ». Des citations peuvent être revue à titre d'exemples non exhaustifs faisant l'état de l'art des écoulements dans les canaux composés selon différents points de vue et d'approches tels que la dissipation d'énergie, la hauteur critique, la quantité de mouvement, l'estimation du débit, résistance d'écoulement, relation débit-hauteur, cisaillement dû à l'écoulement et écoulement rapidement varié.

II.2. Les études à aspects divers

1. Etudes liées à la dissipation d'énergie dans les canaux composés

Dans sa thèse (Proust, 2005) présente un travail qui s'appuie sur de nouvelles expériences conduites dans trois canaux composés différents. Plusieurs configurations d'écoulements sont explorées : convergence brusque de la plaine d'inondation, présence de remblai routier dans le lit majeur, divergences du lit majeur, écoulements non-uniformes en lit droit. Le premier objectif de ladite thèse est de quantifier les phénomènes physiques prépondérants dans chacun des écoulements non-uniformes étudiés.

En utilisant la première loi de la thermodynamique, (Proust et al., 2010) ont étudiés les concepts de perte d'énergie et de perte de charge qui sont tout d'abord distingués. Ils se révèlent différents à l'intérieur d'une sous-section (chenal principal ou plaine inondable). Des mesures expérimentales de la charge à l'intérieur du chenal principal et de la plaine inondable sont analysées par les auteurs pour des géométries à largeur de chenal constante ou variable. Il

a été aussi affirmé que les paramètres de débit sont influencés par le flux de quantité de mouvement dû aux échanges de masse dans toutes les géométries non prismatiques pour les petites et moyennes profondeurs relatives, alors que ce flux est négligeable pour les flux de développement en géométrie droite. Le rôle d'une modélisation explicite de la conservation de masse entre sous-sections est finalement illustré par l'étude.

2. Etudes liées à la hauteur critique de l'écoulement dans les canaux composés

La profondeur critique est un paramètre important dans l'analyse de l'écoulement varié dans les canaux ouverts. Pour de nombreuses sections pratiques, les équations déterminantes pour la profondeur critique sont implicites. (Liu et al., 2012) présentent des équations pour les éléments géométriques de ces sections complexes. Sur la base du principe de l'ajustement progressif et de la théorie de l'itération, des équations explicites ont été développées par les auteurs pour le calcul direct de la profondeur critique pour trois types de sections transversales composées à savoir : les canaux trapézoïdaux, circulaires et en fer à cheval.

Dans sa note technique (Vatankhah, 2013) donne sa proposition sur des canaux prismatiques symétriques avec deux pentes latérales différentes (sections transversales à deux étages), et détermine mathématiquement la condition pour laquelle plusieurs profondeurs critiques existent. Pour cela, l'auteur utilise une procédure analytique afin de déterminer la pente latérale limite pour la partie supérieure de la section transversale. Si la pente latérale de la partie supérieure est plus douce que la pente latérale limite, les profondeurs critiques multiples se produiront dans la section transversale à deux étages, résultat trouvé comme fruit du travail mené.

3. Etudes liées au transfert de la quantité de mouvement de l'écoulement dans les canaux composés

Le phénomène de transfert d'impulsion joue un rôle important dans la structure d'écoulement complexe dans le canal composé. Elle dépend principalement de la contrainte de cisaillement apparente à une interface verticale entre le canal principal et les plaines inondables adjacentes, de la capacité de décharge et de la différence de vitesse.

Dans la thèse de doctorat (Bousmar, 2002), propose, pour la représentation des écoulements dans les rivières à plaines inondables, une nouvelle approche uni-dimensionnelle dénommée Modèle des Débits d'Echange ("Exchange Discharge Model" – EDM). Le transfert de quantité de mouvement entre les sous sections de la rivière est pris en compte par l'EDM comme étant proportionnel au gradient de vitesse entre celles-ci et aux débits échangés à travers leur interface.

Sous l'hypothèse de Boussinesq et en analysant les caractéristiques de la distribution des vitesses dans la région d'interaction entre le canal principal et sa plaine d'inondation associée, l'expression du coefficient de transfert de quantité de mouvement a été théoriquement dérivée par (Wang et al., 2007). Sur la base de l'équilibre des forces, l'expression de la contrainte de cisaillement apparente verticale a été aussi obtenue. En appliquant les données expérimentales de l'installation du canal d'inondation du British Engineering Research Council (SERC-FCF), la relation entre le coefficient de transfert d'impulsion et la profondeur relative et le rapport entre la largeur de la plaine inondable et la largeur du canal principal a été établie dans le même travail des auteurs.

Des expériences ont été effectuées par (Farooq et al., 2016), dans un canal composé asymétrique pour étudier l'effet de la rugosité dans la plaine inondable sur la distribution de la contrainte de cisaillement apparente et le coefficient de transfert de la quantité de mouvement. La distribution des contraintes de cisaillement apparentes a été calculée par les chercheurs en utilisant des équations modifiées et le coefficient de quantité de mouvement a été atteint. En outre, la capacité de transport du canal composé asymétrique a été calculée par différentes approches.

4. Etudes liées à l'estimation du débit dans les canaux composés

(Yang et al., 2012) ont développé des modèles pour estimer la capacité d'évacuation dans des canaux ouverts composés, symétriques et droits, basés sur le concept énergétique. La perte d'énergie et le mécanisme de transition dans ces canaux sont analysés sur la base d'une analyse mécanique, dans laquelle le mécanisme de transfert d'impulsion est pris en compte en tant que produit de la contrainte de cisaillement apparente. Des comparaisons avec d'autres modèles indiquent que les modèles proposés sont simples à manipuler et ont une précision raisonnable à des fins d'ingénierie.

Des résultats de la recherche sur un canal composé sont présentés par (Mohanty et Khatua, 2014) sous forme de distributions de cisaillement limite à travers la section transversale du canal. Une nouvelle relation est établie entre le pourcentage de cisaillement porté par les plaines d'inondation et le pourcentage d'aire occupée correspondant. L'équation ainsi dérivée est prise comme base pour développer une nouvelle méthodologie pour prédire la relation de débit spécifiquement pour les canaux composés larges utilisant le facteur de friction de Darcy pour le canal principal et les régions de plaine d'inondation.

5. Etudes liées à la résistance de l'écoulement dans les canaux composés

Dans (Yang et al., 2005), les auteurs présentent une étude plus poussée des coefficients de résistance de Manning et Darcy-Weisbach, car ces coefficients jouent un rôle

important dans l'évaluation de la vitesse moyenne transversale, de la capacité de d'évacuation et de la détermination de la distribution transversale des vitesses. Les relations entre les coefficients de résistance locaux, zonaux et globaux et un large éventail de géométries et de rugosités différentes entre le chenal principal et la plaine inondable sont établies en analysant une grande quantité de données expérimentales provenant d'une installation du Flood Channel du British Science and Engineering Research Council. (SERC-FCF). Et les résultats expérimentaux montrent aussi que le coefficient de résistance global de Darcy-Weisbach pour un canal composé est fonction du nombre de Reynolds. En comparant et en analysant les méthodes conventionnelles avec les données expérimentales pour prédire la rugosité composite dans les canaux composés, les auteurs trouvent que ces méthodes ne sont pas appropriées pour les canaux composés. De plus, la raison pour laquelle les méthodes conventionnelles ne peuvent pas évaluer correctement la capacité de débit des canaux composés, et aussi évaluée.

(Yang et al., 2007) ont réalisé une série d'expériences dans un grand canal symétrique composé à lit mineur et majeur rugueux afin d'étudier les caractéristiques de résistance des écoulements. Les coefficients effectifs de Manning, Darcy-Weisbach, Chezy et la hauteur de rugosité relative de Nikuradse ont été analysés. De nombreuses méthodes représentatives pour prédire la rugosité ont été systématiquement résumées. Outre les données mesurées, un grand nombre de données de laboratoire et de données de terrain pour les canaux composés ont été collectées et utilisées pour vérifier la validité de ces méthodes. Le calcul a montré que ces méthodes ont conduit à de grosses erreurs dans l'évaluation de la rugosité composite dans les canaux composés, et les raisons ont été analysées en détail. L'ampleur de l'erreur est liée aux divisions de sous-sections.

6. Etudes liées à la relation analytique débit-hauteur dans les canaux composés

Une étude plus ancienne réalisée par (Chatila et townsend, 1996) évalue diverse alternative pour tenir compte de la convenance (transmittance) des plaines d'inondation d'un écoulement stationnaire dans un canal composé. Les évaluations sont basées sur l'application de plusieurs méthodes traditionnelles pour l'estimation de débit d'un écoulement stationnaire et uniforme obtenu en laboratoire. La plupart des techniques appliquées surestime le débit d'un canal composé. Six interfaces et deux autres méthodes classiques pour calculer le débit d'écoulement à surface libre dans les canaux ont été comparées. Chacune des six méthodes mentionnées utilise un arrangement différent de plans d'interface imaginaire pour sous-diviser artificiellement le champ d'écoulement composé en zones homogènes. Ces méthodes sont nommées selon le plan d'interface particulier adopté. Les deux méthodes standards

n'impliquent pas de plans d'interface. En générale, les méthodes du plan d'interface diagonale orienté vers l'extérieur et celle du plan d'interface verticale ont produit les simulations les plus précises.

Dans (Liao et Knight, 2007), des formules analytiques concernant la relation débit-hauteur sont dérivées pour l'écoulement dans les canaux trapézoïdaux droits, basés sur la distribution analytique 2D de vitesse dans les canaux ouverts composés.

7. Etudes liées au cisaillement dû à l'écoulement dans les canaux composés

Le calcul hydraulique des écoulements uniformes réguliers dans des canaux ouverts composés de forme trapézoïdale est réalisé par (Zeng et al., 2010). Sur la base de l'équilibre des forces de l'eau dans chaque sous-section, les vitesses moyennes du chenal principal (lit majeur), de la pente latérale et de la plaine d'inondation sont dérivées. Les échanges de moment latéral entre les sous-sections sont exprimés en utilisant la contrainte de cisaillement apparente. Pour vérifier le modèle, sept groupes de UK Flood Channel Facility (UK-FCF) ont mesuré des données avec une profondeur d'eau relative entre la plaine d'inondation et le canal principal variant de 0,057 à 0,4. Le résultat montre que la vitesse calculée est plus grande que les données mesurées lorsque la profondeur d'eau relative est faible, alors qu'elle est inférieure ou proche de la valeur mesurée dans le cas d'une profondeur d'eau relative plus grande. L'influence de la contrainte de cisaillement apparente sur le calcul de la vitesse sur la plaine inondable n'est pas évidente, alors qu'elle est beaucoup plus grande sur le chenal principal.

Un article de (Liu et al., 2013) présente une approche de la modélisation de la vitesse rapportée à la profondeur moyenne et de la contrainte de cisaillement du lit dans les canaux composés avec végétation émergente et submergée. L'équation rapportée à la profondeur moyenne de l'écoulement des canaux composés de végétation est donnée en considérant la force de traînée et l'effet de blocage dû à la végétation. La solution analytique à la variation transversale de la vitesse rapportée à la profondeur moyenne est présentée, y compris les effets de frottement sur le lit d'oued, du transfert de moment latéral, des écoulements secondaires et de la force de traînée due à la végétation.

8. Etudes liées à l'aspect écoulement rapidement varié dans les canaux composés

Un seul exemple peut être cité, il s'agit de l'étude de (Peltier et al., 2013) traite des écoulements turbulents dans un canal composé asymétrique avec un remblai placé sur la plaine inondable, perpendiculairement à la direction longitudinale. Le but principal était d'évaluer comment un écoulement rapidement varié affecte l'interaction entre le débit de la plaine d'inondation et le débit du canal principal. Outre les changements rapides du niveau d'eau et de la vitesse du chenal composite qui influencent fortement la répartition des

contraintes de cisaillement, le remblai, à travers deux zones de recirculation se développant en amont et en aval, est également responsable d'un fort échange latéral de masse. La vitesse latérale peut en effet atteindre 50% de la vitesse longitudinale, ce qui modifie les caractéristiques de la couche de mélange se développant entre les sous-sections du canal. Les contraintes de cisaillement rapportées à la profondeur moyenne cinq fois supérieures à celles mesurées pour les écoulements de référence sont enregistrées dans la couche de mélange, ce qui indique que l'échange turbulent est également affecté par l'échange de masse latéral.

Modèles de la dynamique des fluides

Les modèles de la dynamique des fluides ont été de plus en plus utilisés pour les cas de canaux composés, pour prédire les champs d'écoulement et progresser dans la compréhension du comportement d'écoulement turbulent, des études de cas à une, deux et trois dimensions ont été conçues :

(Morvan et al., 2008) présente un travail donnant un aperçu de la signification du terme "rugosité" dans le domaine de l'hydraulique fluviale, et comment il est souvent formulé comme un terme de "résistance à l'écoulement" dans les modèles numériques 1D, 2D et 3D. Les auteurs se penchent sur la façon dont la rugosité est traditionnellement caractérisée dans les domaines expérimentaux et numériques, et remettent ensuite en question les définitions qui existent actuellement. À la fin, les auteurs se demandent : La rugosité est-elle bien comprise et définie ? Une telle question soulève un certain nombre de préoccupations tant dans la recherche que dans la pratique ; par exemple, comment un modélisateur utilise-t-il la valeur de rugosité d'un travail expérimental ou comment un praticien identifie-t-il la valeur de rugosité d'un canal fluvial particulier ? Les auteurs indiquent que la rugosité peut ne pas être définie de façon unique, qu'il peut y avoir des valeurs de rugosité « expérimentales » et « numériques » distinctes, et qu'il existe dans chaque champ des nuances associées au contexte dans lequel ces valeurs sont utilisées.

Dans les canaux composés, les effets de turbulence du frottement du lit et de la grande couche de cisaillement dans la région d'interaction entre le flux lent dans la plaine d'inondation et le débit rapide dans le canal principal entraînent une structure tridimensionnelle complexe. Cette structure implique la nécessité de modèles numériques 3D. Dans le travail (Jazizadeh et Zarrati, 2006), la distribution des contraintes de cisaillement aux limites des canaux composés a été calculée à l'aide d'un modèle numérique en eau peu profonde à trois dimensions. Pour développer le modèle, un schéma multicouche a été implémenté. Puisque l'une des caractéristiques importantes de l'écoulement dans ces canaux

est l'effet de la turbulence sur le comportement d'écoulement, un modèle de longueur de mélange Prandtl, un modèle Nezu-Rodi d'équation zéro et un modèle k- ϵ standard à deux équations ont été appliqués et leurs résultats ont été comparés. Pour vérifier le comportement d'écoulement de ces modèles de turbulence dans différentes profondeurs relatives, deux séries de données expérimentales ont été utilisées. Les résultats ont montré que le modèle était capable de montrer correctement la tendance de la distribution des contraintes de cisaillement dans un tel écoulement complexe, en particulier à des profondeurs relatives plus élevées et pourrait être utilisé dans des calculs d'ingénierie pratiques. Les trois modèles de turbulence ont montré des résultats similaires avec des résultats légèrement meilleurs obtenus à partir du modèle k- ϵ .

II.3. Modèles stochastiques et modèles de l'intelligence artificielle

Afin d'estimer les caractéristiques des écoulements pour différents canaux composés avec diverses configurations, les approches expérimentales sont également couplées à des méthodes de modélisation stochastique et d'intelligence artificielle.

1. Méthodes basées sur les modèles stochastiques

A titre d'exemple une étude de (Al-Khatib and Gogus, 2014) est liée à des structures de mesure de débit de section transversale composée asymétrique principalement suggérées pour les rivières chargées de sédiments, les cours d'eau et les oueds. Neuf modèles différents de sections transversales asymétriques ont été testés pour une large gamme de débit. Dans chaque modèle, les hauteurs et les débits correspondants ont été mesurés. A partir de ces mesures, les débits moyens utilisant l'approche Φ -indices ont été déterminées. En outre, un modèle de régression multivariable a été dérivé avec une grande précision pour la prédiction de la décharge dans les canaux composés asymétriques en utilisant cinq paramètres sans dimensions.

2. Méthodes basées sur les modèles de l'intelligence artificielle

Les modèles de détermination des débits tels que la méthode à un seul canal, la méthode à canal divisé, la méthode de cohérence et la méthode d'échange de débit sont largement utilisés ; Cependant, ils sont insuffisants pour prédire le débit avec précision. Une tentative a été faite dans le travail de (Sahu et al., 2011) pour prédire le débit total dans les canaux composés avec un réseau neuronal artificiel (ANN) et de comparer avec les modèles cités.

En raison de la capacité à modéliser des phénomènes complexes, les méthodes d'intelligence artificielle ont récemment été employées pour de larges applications dans divers

domaines de l'ingénierie de l'eau. La programmation génétique linéaire (LGP), une branche des méthodes d'intelligence artificielle, est capable d'optimiser la structure du modèle et ses composantes et de dériver une équation explicite basée sur les variables des phénomènes. Dans (Azamathulla and Zahiri, 2012), une équation adimensionnelle précise a été dérivée pour la prédiction de débit de crue en utilisant LGP. Le modèle proposé a été élaboré à partir de données publiées compilées pour des ensembles de données des débits-hauteurs de 394 laboratoires et sur terrain pour 30 canaux composés. Les résultats indiquent que le modèle LGP a une meilleure performance que les modèles traditionnels.

II.4. Conclusion :

Toutes les études mentionnées ci-dessus ont porté sur les caractéristiques de l'écoulement dans les canaux composés. Selon nos connaissances, et après une longue recherche bibliographique, le ressaut hydraulique comme dissipateur d'énergie dans les canaux composés n'a pas encore été considéré. Dans ce contexte (ressaut hydraulique), la seule tentative théorique sans validation expérimentale a été donnée par Khattaoui et Achour (2012).

La contribution actuelle, menée par la présente thèse, est fondée, en même temps, sur le développement théorique sous plusieurs variantes et est également soutenue par l'expérimentation en laboratoire sur un modèle physique réduit dont le protocole et les résultats seront décrit plus loin et au fur et à mesure de la méthodologie adoptée dans le présent travail.

Chapitre 3

RESSAUX HYDRAULIQUES DANS UN CANAL COMPOSÉ RECTANGULAIRE DROIT : APERÇU SUR LES ETUDES ANTERIEURES

Introduction:

dans ce chapitre on va parler de deux cas que je considère comme essentiels dans l'étude du ressaut dans le profile composé.

Le premier concerne le canal rectangulaire classique dont nous avons abordé l'essentiel de rappels des travaux anciens et recents dans le chapitre 1 passant au travail de KHATTAOUI-ACHOUR (2012) ayant une ressemblance de forme géométrique au cas expérimenté.

Le second est celui de la galerie brusquement élargie que ACHOUR a rigoureusement étudié et qui une ressemblance en sa forme de composé à partir de sa caractéristique d'élargissement.

Nous allons donc suivre la même démarche en commençant avec le développent théorique basé sur l'équation de la quantité de mouvement et voir les relations générales régissant le ressaut et liant les différents paramètres le caractérisant.

III Approche théorique de KHATTAOUI et ACHOUR

L'étude des écoulements uniformes, ou plus encore les écoulements non uniformes en lit composé sont très compliqués à cause du transfert de masse et de la quantité de mouvement entre le lit mineur et le lit majeur (Bousmar et al. 2005). Ces deux phénomènes, se manifestant de différentes façons, sont des sources de dissipation d'énergie supplémentaire de l'écoulement. Il peut être donc intéressant de voir la grandeur de ces dissipations dans le cas où il se produit un ressaut hydraulique dans le lit composé. Il est plus intéressant d'autant plus que le ressaut hydraulique est utilisé justement pour la dissipation d'énergie. Cette dissipation supplémentaire est donc la bienvenue. En s'inspirant du développement théorique mené par Achour (2000) sur le ressaut hydraulique dans une galerie circulaire brusquement élargie, une approche théorique est proposée dans ce présent travail pour déterminer le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut en lit composé. Le rendement du ressaut est lui aussi quantifié. Toutes les équations sont présentées en termes adimensionnels afin de leur donner un

caractère de validité général.

NOTATION ET SYMBOLES

f_x : Force de résistance	b : Largeur du lit mineur
$Y = h_2 / h_1$: Rapport des hauteurs conjuguées	B : Largeur du lit majeur
$\tau = h_1 / h$: Rapport des hauteurs	h_1 et h_2 : 1 ^{ère} et 2 ^{ème} hauteur conjuguée du ressaut
$\beta = b / B$: Rapport de l'élargissement	h : Hauteur de plein bord du lit mineur
F_1 : Nombre de Froude de l'écoulement incident	L_j : Longueur du ressaut
f_1 et f_2 : Forces hydrostatiques au pied et à la fin du ressaut	L_r : Longueur du rouleau
A_1 et A_2 : Aires de la section au pied et à la fin du ressaut	V_1 et V_2 : Vitesses moyennes au pied et à la fin du ressaut
H_1 et H_2 : Charges totales au pied et à la fin du ressaut	Q : Débit
ΔH : Pertes de charge dues au ressaut	g : Accélération de la pesanteur
ϖ : Poids spécifique du liquide	k : Coefficient
η : Rendement du ressaut	

Tableau 1. Symboles et notations pour paramètres

III.1.RAPPORT DES HAUTEURS CONJUGUEES

La figure 1 montre les différentes caractéristiques géométriques et hydrauliques du ressaut hydraulique en lit composé droit.

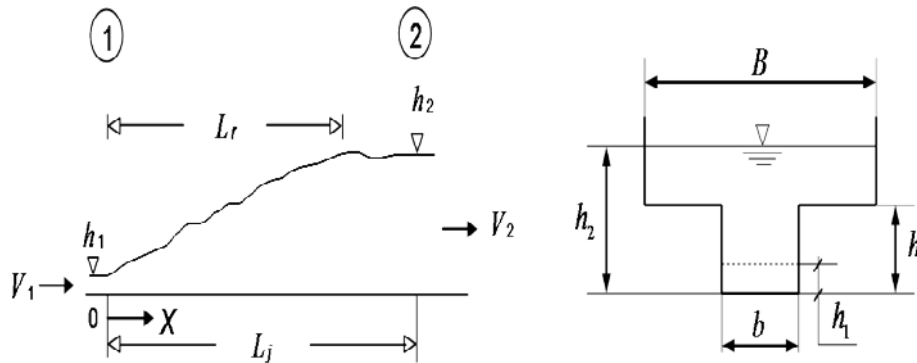


Fig. 1 Schéma de définition du ressaut hydraulique en canal composé droit

Le transfert de masse et de quantité de mouvement se produit à l'interface entre le lit mineur et le lit majeur (Bousmar et al. 2004).

L'équation de la quantité de mouvement appliquée entre le pied et la fin du ressaut, défini par la figure 1, s'écrit comme suit :

$$\rho Q(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1) = f_1 - f_2 \quad (1)$$

En s'inspirant de l'article de Achour (2000), par analogie à la relation de Borda-Carnot et au vu de la forme de la relation 1, il paraît admissible de rajouter une force de résistance dont la projection selon l'axe horizontal de l'écoulement aurait comme expression :

$$f_x = -k \varpi (h_2 - h)^x h_1^y (B - b)^z \quad (2)$$

C'est une source de perte de charge liée nécessairement au transfert de masse et de la quantité de mouvement entre le lit mineur et le lit majeur.

Les exposants x , y et z sont liés par la relation $x + y + z = 3$, le

coefficient k est tel que $k = \varphi(L_j \text{ ou } L_r, h_2, h_1, h)$.

En tenant compte de f_x , l'équation d'Euler devient :

$$\rho Q^2 (1/A_2 - 1/A_1) = f_1 - f_2 + f_x \quad (3)$$

Analysons l'équation pour la fonction $f_x = (1/2) \varpi (h_2 - h) h_1 (B - b)$:

L'hypothèse d'une distribution uniforme pour les vitesses dans les sections transversales correspondant au pied et à la fin du ressaut implique que $\beta_1 = \beta_2 = 1$. Les sections A_1 et A_2 sont données respectivement par :

$$A_1 = b h_1$$

et
$$A_2 = B(h_2 - h) + b h.$$

Prenons comme hypothèse aussi que la distribution des pressions est hydrostatique dans les sections 1 et 2 du ressaut, ce qui donne les expressions des forces :

$$f_1 = \varpi (h_1 / 2) b h_1 \text{ et } f_2 = \varpi (h_2 - h / 2) b h + \varpi [(h_2 - h) / 2] B (h_2 - h).$$

En tenant compte de toutes ces hypothèses et informations ainsi que de l'équation de continuité, $V_1 A_1 = V_2 A_2 = Q$, l'équation 3 s'écrit en définitive, après réarrangement, comme suit :

$$2F_1^2 \left(\frac{\beta}{Y - (1-\beta)/\tau} - 1 \right) = 1 - \frac{(2Y-1/\tau)}{\tau} - \frac{(Y-1/\tau)^2}{\beta} - \left(Y - \frac{1}{\tau} \right) \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) \quad (4)$$

$$\text{Où :} \quad F_1 = Q / \sqrt{b^2 h_1^3 g} \quad (5)$$

En négligeant la force de résistance f_x , l'équation résultante aurait comme expression :

$$2F_1^2 \left(\frac{\beta}{Y - (1-\beta)/\tau} - 1 \right) = 1 - \frac{(2Y-1/\tau)}{\tau} - \frac{(Y-1/\tau)^2}{\beta} \quad (6)$$

Les relations 3 et 4 sont des équations fonctionnelles de forme

$$\phi(F_1, Y, \beta, \tau) = 0 .$$

Notons que les équations 4 et 6 peuvent s'écrire sous la forme

$$Y^3 + aY^2 + bY + C = 0 .$$

En faisant le changement de variable $Y = x - a/3$, l'équation de troisième degré devient sous la forme $Y^3 + pY + q = 0$ dont la résolution peut se faire aisément en utilisant la méthode trigonométrique.

La figure 2 illustre la variation de Y , calculé par l'équation 6, en fonction de F_1 . L'une des variables, β ou τ , est fixée, l'autre varie avec un pas de 0,2. Pour que le ressaut se produise effectivement dans le canal composé ($h_2 > h$) .

les valeurs de F_1 à considérer doivent être strictement supérieur à la valeur minimale :

$$F_{1 \min} = \left[1 / (2\sqrt{2}) \right] \sqrt{(2/\tau + 1)^2 - 1}$$

correspondant à $h_2 = h$. On s'aperçoit de ces figures, que pour un β et τ données, Y augmente continuellement avec l'accroissement de F_1 . L'augmentation du rapport Y en fonction de F_1 est plus rapide pour de grandes valeurs de β . Pour un F_1 fixé, Y croît avec l'accroissement de β et diminue avec l'augmentation de τ .

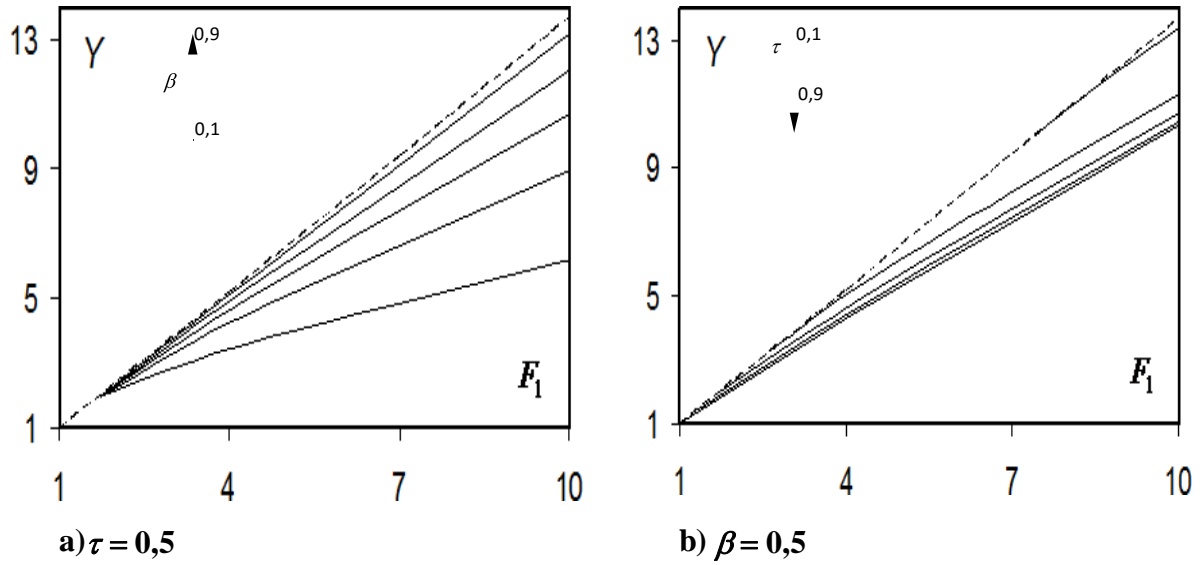


Fig. 2 Variation de Y , calculé par (1), en fonction de F_1 . (---): $\beta = 1$.

Sur la figure 3 nous avons représenté la variation de Y en fonction de F_1 pour $\beta = \tau = 0,5$. On voit clairement que les Y calculées en tenant compte de la force de résistance rajoutée sont inférieures à celles calculées en l'a négligeant. La différence est plus claire au fur et à mesure que le nombre de Froude F_1 augmente, La force f_x traduit les pertes De charge dues à l'expansion de l'écoulement vers le haut.

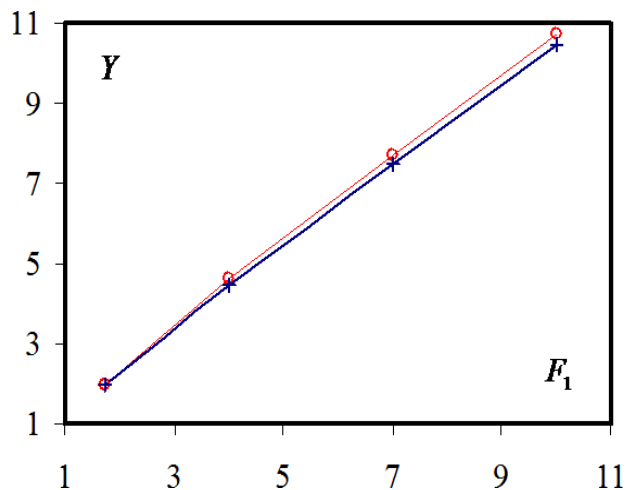


Fig.3 Variation de Y en fonction de F_1 . (o) : équation 2, (+) : équation 1

III.2.RENDEMENT DU RESSAUT

En considérant les mêmes hypothèses que pour le rapport des hauteurs conjuguées, le rendement, $\eta = \Delta H / H_1$, peut s'exprimer par :

$$\eta = 1 - \frac{Y + \frac{F_1^2}{2[Y/\beta - (1/\beta - 1)/\tau]^2}}{1 + F_1^2/2} \quad (7)$$

L'équation 7 permet le calcul, d'une manière explicite, le rendement du ressaut se produisant en lit composé droit, connaissant F_1 , Y ainsi que β et τ . En considérant les valeurs de Y calculées avec la relation 6, nous avons représenté sur la figure 4 la variation de η en fonction de F_1 . Pour un τ et un β fixés, il est clairement illustré sur la figure que le rendement η d'un ressaut hydraulique dans un lit composé, croît proportionnellement et continuellement avec l'accroissement de F_1 .

Pour un τ connu, en fixant F_1 , η diminue avec l'augmentation de β .

Pour un β et un F_1 fixés, on peut aisément voir que le η augmente avec l'accroissement de τ .

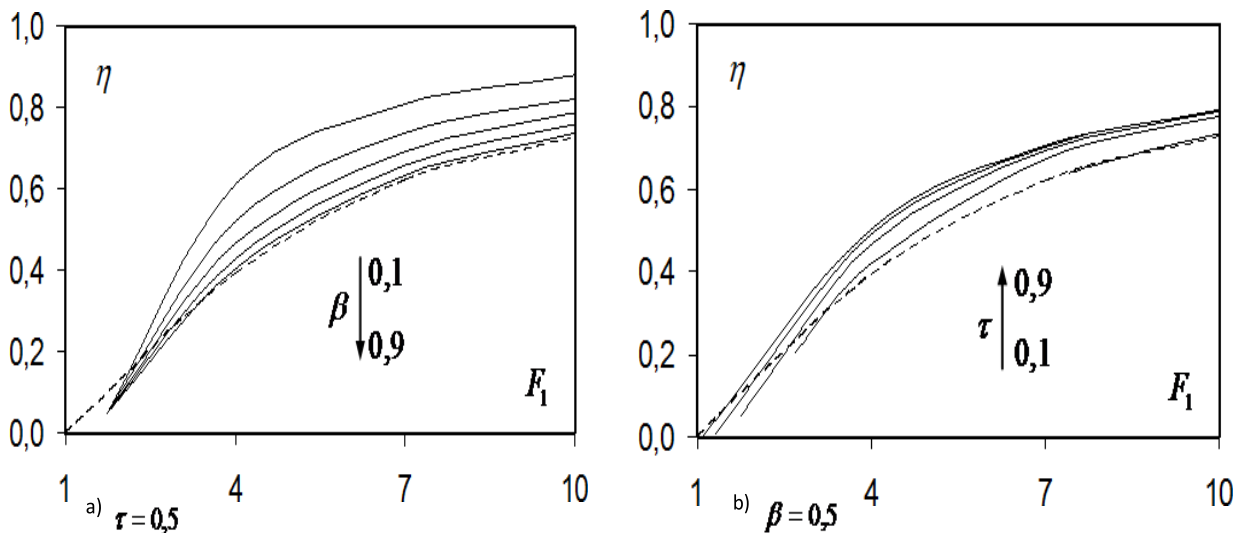


Fig. 4 Variation de η en fonction de F_1 . (---) : $\beta = 1$. Y est calculé par l'équation 3.

Sur la figure 5 est représentée la variation de η en fonction de F_1 pour $\beta = \tau = 0,5$. Il est bien illustré que les η calculées en tenant compte de la force de résistance rajoutée sont supérieures à celles calculées en la négligeant.

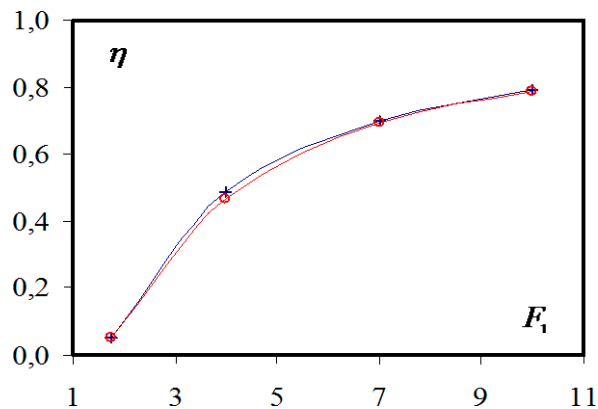


Fig. 5 Variation de η en fonction de F_1 . (o) : équation 2, (+) : équation 1

III.3.CONCLUSION

L'application de l'équation de la quantité de mouvement au ressaut hydraulique dans un canal composé droit à aboutit à une équation fonctionnelle de forme $\phi(F_1, Y, \beta, \tau) = 0$. Une nouvelle approche est proposée en rajoutant une force de résistance liée à la forme composée du canal. L'expression générale de cette force est inspirée du développement théorique mené par Achour (2000) sur le ressaut hydraulique dans une galerie circulaire brusquement élargie. Après l'injection de cette force dans nos développements, les valeurs du rapport des hauteurs conjuguées Y , en diminuant, ainsi que de celles du rendement η , en augmentant, se sont certainement rapprochées de la réalité. Afin de trouver l'expression définitive de cette force de résistance, étroitement liée au transfert de masse et de la quantité de mouvement entre le lit mineur et le lit majeur, des mesures, sur modèle réduit au laboratoire, sont indispensables.

Chapitre 4

IV RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UNE GALERIE CIRCULAIRE BRUSQUEMENT ELARGIE

IV.1. Théorie

IV.1.1. Condition d'apparition du ressaut

La figure 11 représente de manière schématique un ressaut hydraulique évoluant dans une galerie circulaire brusquement élargie de diamètre D . L'écoulement incident est généré par une conduite circulaire de diamètre d et le ressaut est localisé à $x \cong 0$, où x représente la coordonnée longitudinale. Toutes les configurations de l'écoulement telles qu'elles sont représentées sur la figure 11 correspondent à l'égalité $H_0 = H_1$ des charges dans les sections voisines 0-0 et 1-1 :

$$\frac{d}{2} + \frac{8Q^2}{g\pi^2 d^4} = h + \frac{8Q^2}{gD^4(\alpha - \sin\alpha \cos\alpha)^2} \quad (19)$$

Q est le débit volume, α est le demi-angle au centre, mesuré en radian, du segment circulaire de hauteur h et tel que $\alpha = \cos^{-1}(1 - 2h/D)$, g est l'accélération de la pesanteur. La relation (1) peut s'écrire en termes adimensionnel

$$Q_d^{*2} = (\pi^2/8) \frac{(\beta\tau - 1/2)}{[1 - \pi^2\beta^{-4}(\alpha - \sin\alpha \cos\alpha)^{-2}]} \quad (20)$$

$Q^* = [Q^2 / (gd^5)]^{1/2}$ est le débit relatif rapporté au diamètre d , $\beta = D/d$ est le taux d'élargissement de la galerie et $\tau = h/D$ est le paramètre de forme du segment circulaire dans la section 1-1 (figure 11). Les racines, obtenues par application de la relation (20), n'ont un sens physique que sous la condition $\beta\tau \geq 1$, ou bien $h/D \geq 1$; ce résultat était prévisible étant donnée la configuration de l'écoulement pour $x = 0$ (figure 12).

Lorsque le régime d'écoulement dans la galerie devient critique, l'inégalité précédente se transforme en égalité et s'écrit :

$$\tau_c = \beta^{-1} \quad (21)$$

L'indice "c" désigne l'écoulement critique. En outre, l'écoulement critique dans la galerie circulaire se traduit par la condition :

$$\frac{64Q_d^{*2} \sin \alpha_c}{(\alpha_c - \sin \alpha_c \cos \alpha_c)^3} = 1 \quad (22)$$

$Q_d^* = [Q^2 / (gD^5)]^{1/2} = \beta^{-5/2} Q_d^*$, $\alpha_c = \cos^{-1}(1 - 2\tau_c)$. En tenant compte de (21) et (22), la relation (19) s'écrit :

$$Q_d^{*2} = \frac{(\alpha_c - \sin \alpha_c \cos \alpha_c)^3}{64 \tau_c^5 \sin \alpha_c} \quad (23)$$

C'est la relation (23) qui permet de définir le débit limite $Q_{d,lim}^*$ au-delà duquel le ressaut apparaît dans la galerie circulaire brusquement élargie et caractérisé par un écoulement amont non développé (figure 11)

IV.1.2. Relation générale régissant le ressaut dans la galerie circulaire brusquement élargie

L'application du théorème de la quantité de mouvement dans la direction longitudinale, entre les sections initiale 0-0 et finale 2-2 du ressaut correspondant respectivement à $x = 0$ et $x = L_j$ (figure 11), conduit à écrire, en admettant une répartition hydrostatique de la pression et une distribution uniforme de la vitesse

$$\bar{h}_0 A_0 + \frac{Q^2}{g A_0} + F_x = \bar{h}_2 A_2 + \frac{Q^2}{g A_2} \quad (24)$$

$\bar{h}_0 = d/2$ désigne le centre de gravité de la section initiale, $\bar{h}_2 = (D^3/12A_2) \sin^3 \alpha_2 - (D/2) \cos \alpha_2$ est la position du centre de gravité de la section $A_2 = (D/2)^2 (\alpha_2 - \sin \alpha_2 \cos \alpha_2)$ comptée à partir de la surface libre et où $\alpha_2 = \cos^{-1}(1 - 2\tau)$ est le demi-angle au centre, mesuré en radian, du segment circulaire de hauteur h_2 . F_x est la force de pression exercée par la paroi de l'élargissement dans la direction longitudinale. Par analogie à la relation de *Borda-Carnot* et au vu de la forme de la relation (24), il est admissible d'écrire que $F_x \cong 0.5(D - d)h_1^2$, avec $h_1 = d$. La relation (24) s'écrit alors :

$$Q_d^{*2} = \frac{\beta^3 [(2/3) \sin^3 \alpha_2 - \cos \alpha_2 (\alpha_2 - \sin \alpha_2 \cos \alpha_2)] - 4(\beta - 1) - \pi}{(32/\pi) [1 - \pi \beta^{-2} (\alpha_2 - \sin \alpha_2 \cos \alpha_2)^{-1}]} \quad (25)$$

Lorsqu'il s'agit de répondre à un besoin de dimensionnement, l'application de la relation (25) permet d'évaluer le taux d'élargissement β et par suite la valeur du diamètre D de la galerie, à partir des valeurs connues du débit relatif Q_d^* et du taux de remplissage aval imposé $\tau = h_2/D$.

IV.2. Etude expérimentale

IV.2.1. Installation

La figure 11 et la photographie 2 montrent le modèle expérimental testé. Celui-ci est composé d'une galerie circulaire en Plexiglas transparent d'une longueur

de 3 m et de diamètre intérieur $D = 0,289$ m. La galerie est connectée à son extrémité amont à un tronçon de conduite interchangeable, de section droite circulaire et de diamètre d , directement alimenté par une pompe axiale assurant un débit maximum de 30 l/s.

L'écoulement dans ce tronçon de conduite initiale est sous pression pour toute la gamme des débits et des diamètres utilisés. L'écoulement incident est donc généré par le tronçon de conduite initiale alimentant la galerie et la position initiale du ressaut peut être réglée par le déplacement verticale de la vanne de fond située à l'extrémité aval du banc d'essai.

La galerie débouche dans un canal de restitution de forme rectangulaire par lequel transite l'écoulement avant de déverser dans un bassin d'accumulation qui précède la pompe. Tout le dispositif ainsi décrit fonctionne en circuit fermé. Cinq valeurs de d variant entre 5 cm et 12 cm ont été considérées et autant de valeurs du taux d'élargissement $\beta = 5,780 ; 4,128 ; 3,211 ; 2,890$ et $2,408$. Les débits Q , mesurés à $\pm 0,5$ l/s au moyen d'un débitmètre à diaphragme préalablement étalonné, se trouvent dans la gamme 2,4 l/s et 23 l/s. La longueur de la galerie a été suffisante pour contenir l'ensemble des profils de surface du ressaut créés.

Les profondeurs de l'écoulement, telles que la profondeur finale et les hauteurs $h(x)$ du profil de surface du ressaut ont été mesurées pour chacun des débits volumes Q .

La mesure de ces grandeurs a été rendue possible grâce à une série de prises de pression statique placées le long de la génératrice inférieure de la galerie et reliées à un tableau manométrique (photographie 2a et 2b).

En raison des fluctuations parfois importantes de la surface libre, les profondeurs correspondantes ont été mesurées à ± 1 cm. Les longueurs caractéristiques du ressaut, c'est à dire la longueur L_r du rouleau de surface ainsi que la longueur L_j du ressaut, ont été mesurées avec une précision de ± 10 cm à l'aide d'un ruban gradué.

La longueur L_r a été visiblement associée à la section aval de l'écoulement indiquant la fin du rouleau de surface, tandis que la longueur L_j a été associée à la section aval pour laquelle l'écoulement tend à devenir parallèle à la génératrice inférieure de la galerie.

Ceci a pu être aisément observé grâce aux prises de pression statique placées à l'aval de la galerie. Une large gamme de valeurs de la profondeur h_2 du ressaut a pu être expérimentalement obtenue et correspond à $7 \text{ cm} \leq h_2 \leq 28,9 \text{ cm}$ ou à un taux de remplissage aval de $0,245 \leq \tau \leq 1$.

Le taux de remplissage aval maximal $\tau=1$ n'a pu être strictement atteint que pour la plus grande valeur du taux d'élargissement $\beta = 5,780$. La photographie 2.b montre clairement un rouleau de surface obtenu pour un taux de remplissage aval égal à l'unité.

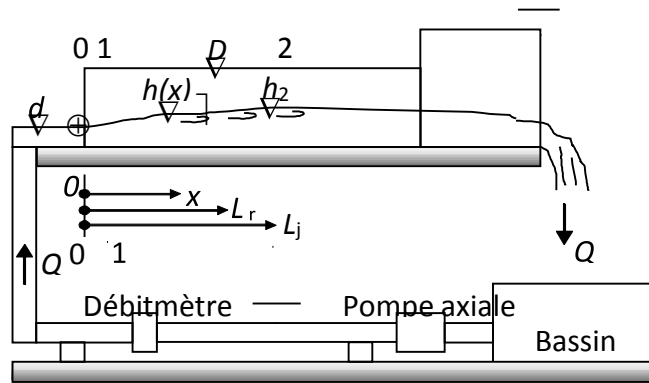


Figure 10 : Schéma simplifié du dispositif expérimental

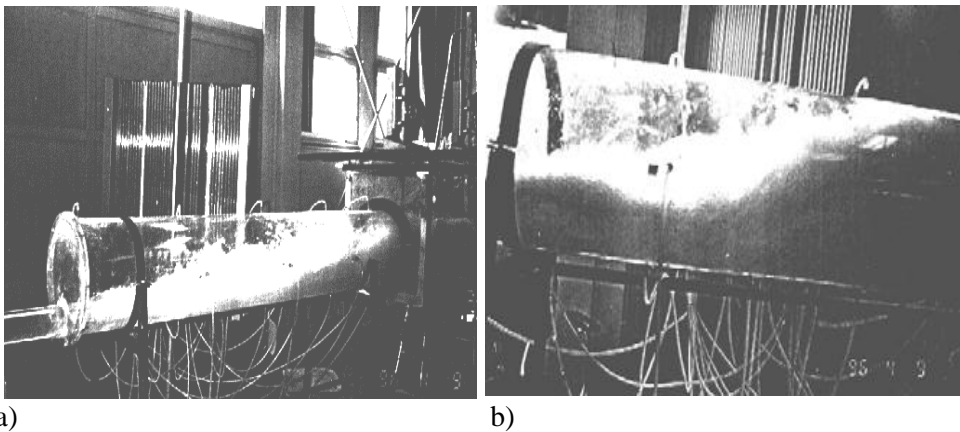


Figure 11 : a) Vue d'ensemble du dispositif expérimental en direction de l'écoulement, b) Vue de profil de la galerie et du rouleau de surface.

IV.2.2. Résultats et discussion

IV.2.2.1. Relation générale

L'objectif de cette première partie de l'étude est de vérifier expérimentalement la validité de la relation (25). La figure 12 montre la variation expérimentale et théorique de τ en fonction du débit relatif Q_d^* pour chacune des valeurs testées du taux d'élargissement β de la galerie. La courbe limite d'apparition du ressaut, tracée selon la relation (23) y est également représentée. Nous pouvons ainsi clairement observer que les points expérimentaux répondent de manière satisfaisante aux courbes théoriques. Il faut noter également que l'apparition du ressaut dans la galerie ne correspond pas à l'égalité $\tau = \beta^{-1}$ mais satisfait l'inégalité $\tau > \beta^{-1}$; ainsi, le taux de remplissage aval de la galerie est tel que $\beta^{-1} < \tau \leq 1$.

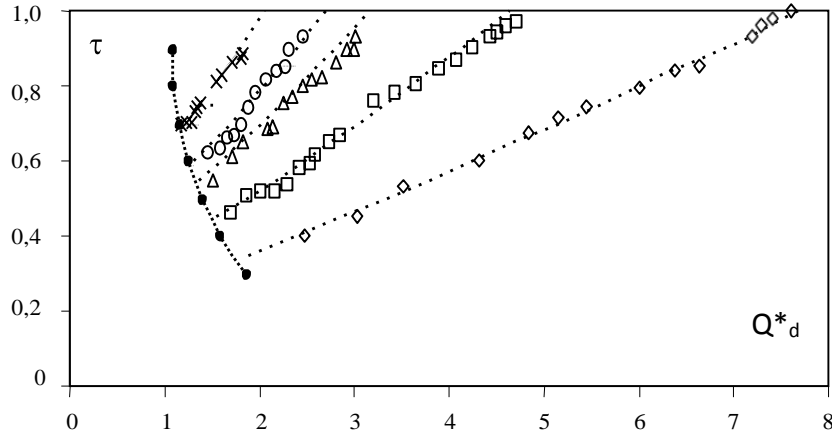


Figure 12 : Variation théorique et expérimentale du taux de remplissage aval $\tau = h_2/D$ de la galerie en fonction du débit relatif $Q^*_d = [Q^2/(gd^5)]^{1/2}$. (- - -) courbes théoriques tracées selon la relation (25). (- -• - -) courbe limite d'apparition du ressaut selon la relation (23). Points expérimentaux : (x) $\beta = 2,408$; (o) $\beta = 2,890$; (Δ) $\beta = 3,211$; (\square) $\beta = 4,128$; (\diamond) $\beta = 5,780$.

IV.2.2.2. Longueurs caractéristiques du ressaut

Les longueurs L_r et L_j du ressaut ne peuvent être quantifiées que par la voie expérimentale. En raison de l'instabilité horizontale du ressaut et de l'imprécision avec laquelle sont localisées les sections correspondantes, la représentation graphique de la variation des longueurs relatives L_r/h_2 et L_j/h_2 caractéristiques du ressaut se traduit par un nuage de points plus ou moins épais selon la précision de l'appareillage et de la justesse du manipulateur.

Les figures 13.a et 13.b montrent respectivement la variation expérimentale des longueurs relatives L_r/h_2 et L_j/h_2 en fonction du débit relatif Q^*_d et pour l'ensemble des valeurs testées du taux d'élargissement β de la galerie.

Nous pouvons ainsi observer que les mesures expérimentales se traduisent par un nuage de points relativement mince qui permet de conclure que les points obtenus se répartissent uniformément autour d'une courbe plate ou même autour d'une valeur moyenne.

En outre, les figures 13.a et 13.b n'indiquent aucune influence significative du débit relatif Q^*_d et du taux d'élargissement β sur les longueurs relatives du ressaut.

Ce résultat est surtout observé pour $Q^*_d \leq 6$ et nous pouvons écrire :

$$L_r/h_2 = 7,00 \pm 0,5 \quad (26)$$

$$L_j/h_2 = 6,50 \pm 0,5 \quad (27)$$

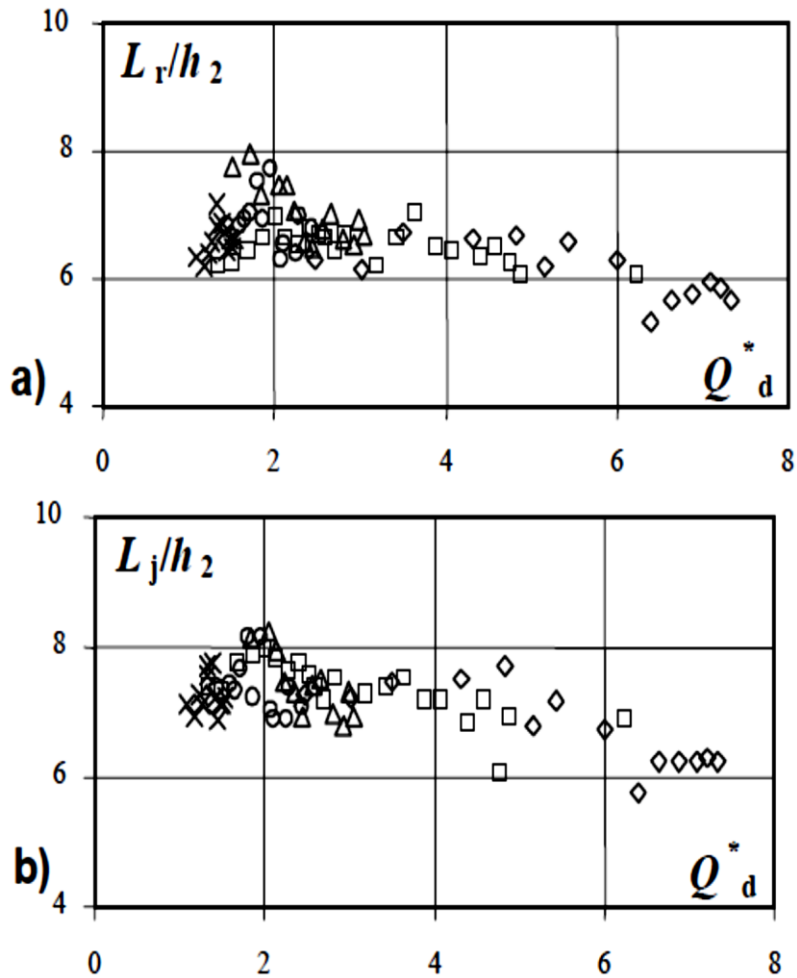


Figure 13 : Variation expérimentale des longueurs relatives du ressaut dans une galerie circulaire brusquement élargie, en fonction du débit relatif Q_d^* et pour divers taux d'élargissement β . a) longueur relative du rouleau, b) longueur relative du ressaut. Notation selon la figure 12

Les relations (26) et (27) indiquent que les longueurs relatives du ressaut dans une conduite circulaire brusquement élargie et correspondant à une position telle que $x \cong 0$ sont légèrement plus grandes, mais toutefois comparables, que celles du ressaut évoluant dans une conduite circulaire dépourvue d'élargissement pour lequel $L_j/h_2 = 6$ (Hager, 1987).

Notations et unités des symboles

D (m)	Diamètre de la galerie
d (m)	Diamètre initial
F_1 (-)	Nombre de Froude incident
g (ms^{-2})	Accélération de la pesanteur
h_1 (m)	Profondeur de l'écoulement incident
h_2 (m)	Profondeur finale du ressaut

RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UNE GALERIE CIRCULAIRE BRUSQUEMENT ELARGIE

L_j (m)	Longueur du ressaut
Q (m^3s^{-1})	Débit volume
Q^*d (-)	Débit relatif rapporte a d, $Q^*_d = [Q^2/(gd^5)]^{1/2}$
Q^*D (-)	Débit relatif rapporte a D, $Q^*_D = [Q^2/(gD^5)]^{1/2}$
X (-)	Coordonnée relative longitudinale, $X = x/L_j$, Position relative de seuil $X = x / h_1$
x (m)	Position de seuil ou coordonnée longitudinale
Y (-)	Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut
τ	Taux de remplissage aval de la galerie = h_2/D
β (-) τ	Taux d'élargissement de la galerie, $\beta = D/d$

DEUXIEME PARTIE

Chapitre 1

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE EXPERIMENTALE DES CANAUX COMPOSES

I.1. PROTOCOLE EXPERIMENTAL ET DESCRIPTIONS STATISTIQUES DES ESSAIS

Installation expérimentale

La figure 1 montre un schéma du ressaut hydraulique évoluant dans un canal composé rectangulaire droit. La figure 2 et la figure 3 montrent une vue d'ensemble de l'installation expérimentale. Les expériences ont été réalisées dans un canal composé rectangulaire droit de 4 m de long, la largeur et la profondeur du chenal principal (lit mineur) étant de ($b = 0,1$ m), ($z = 0,15$ m) respectivement. La plaine d'inondation (lit majeur) a une profondeur totale de 0,5 m et une largeur (B) réglable. Le canal principal est réalisé de feuilles de métal ; il est surmonté de deux parois latérales verticales ; l'un est métallique et l'autre est en plexiglas transparent, permettant la visualisation de l'écoulement. Au cours des expériences, l'eau est fournie à travers un canal fermé par une pompe axiale. Les débits Q , sont mesurés par un débitmètre à ultrasons, leurs valeurs sont comprises entre 9,9 l/s et 19 l/s. Le flux incident de profondeur h_1 (Première hauteur conjuguée) est généré par une boîte convergente, qui assure des diverses profondeurs de découlement initial et des nombres de Froude différents. Les profondeurs h_2 (deuxième hauteur conjuguée), correspondant aux débits Q , sont mesurées à l'aide d'un limnimètre d'une précision de $\pm 0,5$ mm, placé sur des rails au sommet du canal.

Les longueurs L_j des ressauts sont métrés à l'aide un ruban gradué avec une précision de $\pm 0,05$ m. L'expérimentation est en trois cas de figure à savoir : ($\tau_y = b/B$) = 1/4 ; 1/3 ; 1/2) correspondant aux rapports des largeurs du chenal principal (b) et celui de la plaine d'inondation (B), où chaque rapport est expérimenté et testé à cinq profondeurs initiales de h_1 ; avec les valeurs suivantes : $h_1 = 2,5$ cm ; 3,0 cm ; 3,8 cm ; 4,3 cm et 5 cm, d'où les valeurs de ($\tau_z = h_1/z$) = 0,167 ; 0,200 ; 0,253 ; 0,287 ; 0,333). Les rapports $\tau_y = b/B$ définissent trois cas de lits dénommés « **LitMajeur** » : L1, L2 et L3. Les rapports $\tau_z = h_1/z$ définissent cinq cas d'ouvertures dénommées « **Ouverture** » : O1, O2, O3, O4 et O5.

Tous les paramètres utiles sont décrits dans le tableau 1. La nomenclature du tableau 2 est utilisée plus loin dans les développements théoriques.

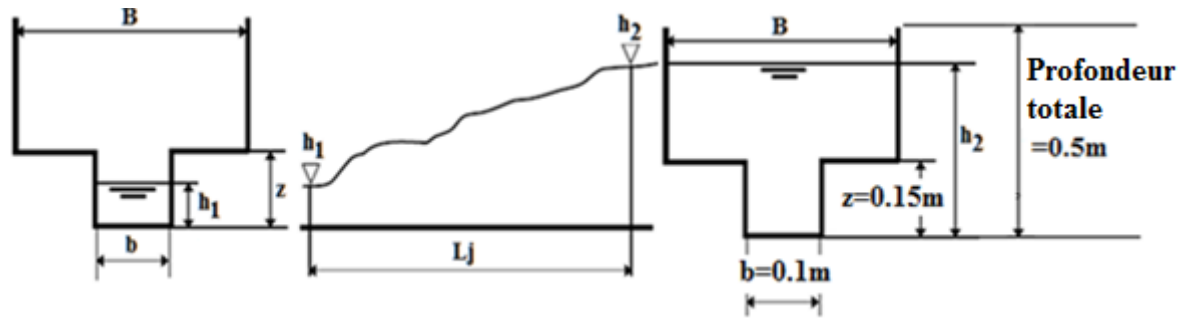


Fig. 1. Schéma de définition du ressaut hydraulique dans un canal composé rectangulaire droit

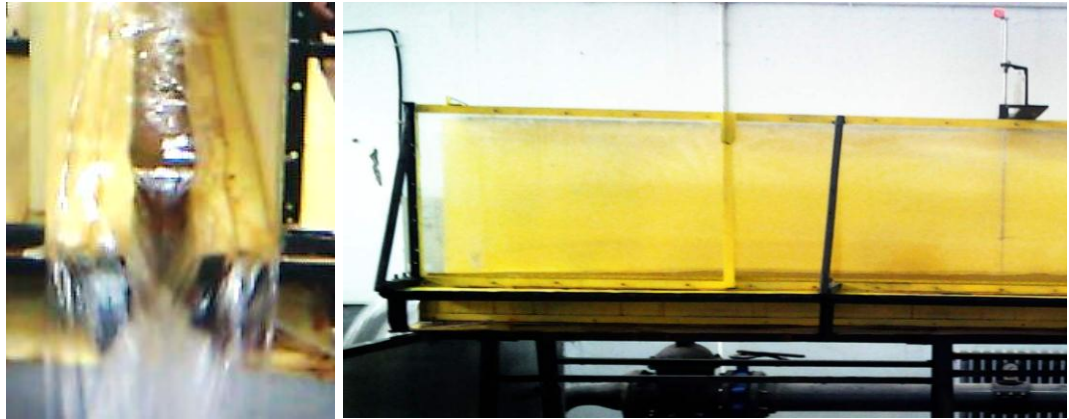


Fig. 2. Photographies de l'installation expérimentale (à gauche une vue en travers et à droite une vue longitudinale, surmonté du limnimètre de mesure des profondeurs)



Fig 3. Boite à convergence et d'ouvertures



Fig 4 . limnimètre



Fig5. Pompe



Fig6. Système de vannage

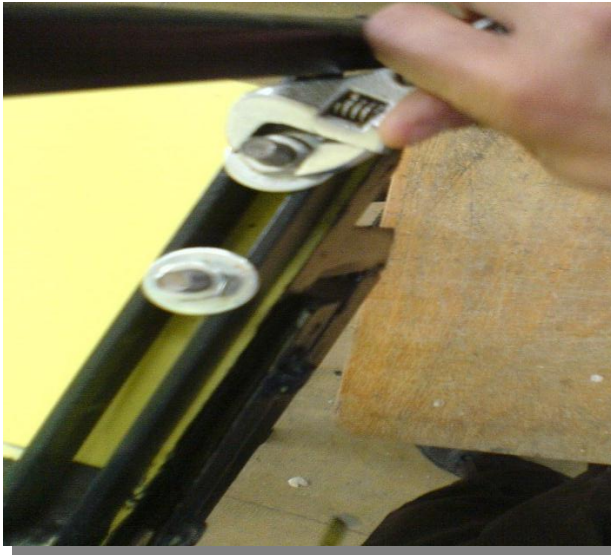


Fig7 guide de déplacement du panneau latéral



Fig8. Pompe + système de vannage

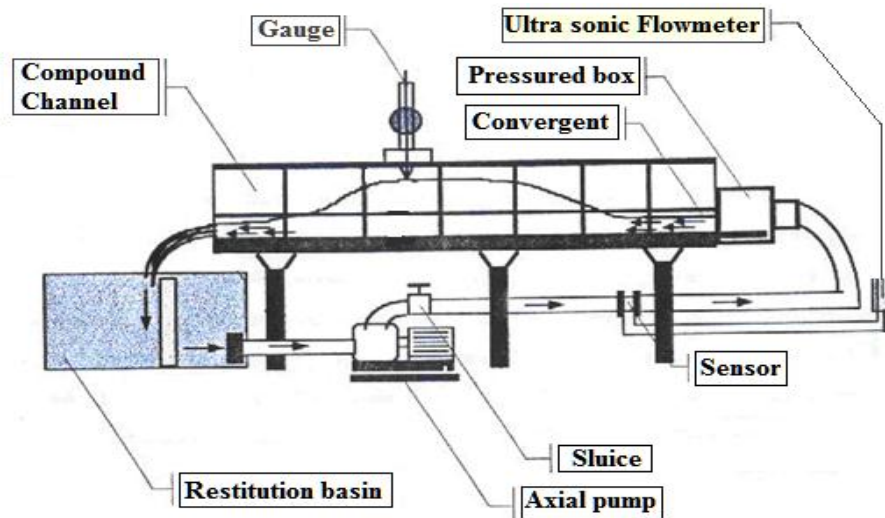


Fig.9. Vue schématique de l'installation expérimentale

Tableau 1 : Gammes expérimentales des paramètres

Paramètres	Gammes
Première hauteur conjuguée (h_1)	2,5 - 5,0 cm
Deuxième hauteur conjuguée (h_2)	24,5 - 32,5 cm
Longueur du ressaut (L_j)	120 - 220 cm
Débit (Q)	9,9 - 19,0 l/s
Nombre de Froude Incident (F_1)	4,28 - 10,02
Rapport des largeurs (τ_y)	0,25 - 0,5
Rapport des profondeurs (τ_z)	0,167 - 0,333

Tableau 2 : Nomenclature des paramètres usuels

Notation	Paramètres
A_1	Aire de la section transversale de l'écoulement en amont
A_2	Aire de la section transversale de l'écoulement en aval
B	Largeur du lit majeur (plaine d'inondation)
b	Largeur du lit mineur (chenal principal)
Q	Débit
F_x	Force volume
g	Accélération de la pesanteur
h_1	Première hauteur conjuguée de l'écoulement
h_2	Deuxième hauteur conjuguée de l'écoulement
F_1	Nombre de Froude incident ($Q^2/gb^2h_1^3$) ^{0.5}
L_j	Longueur du ressaut
Y	Rapport des hauteurs conjuguées ($Y=h_2/h_1$)
τ_y	Rapport des largeurs ($\tau_y=b/B$)
τ_z	Rapports des profondeurs ($\tau_z=h_1/z$)
η	Perte d'énergie relative

I.2.Descriptions statistiques des paramètres d'influence

Statistiques de base

Le tableau 3 et 4 donnent respectivement les caractéristiques de base données expérimentales selon les lits majeurs et les ouvertures concernant de la présente expérimentation et les figures qui suivent donnent les illustrations concernant ces données en forme de boîte à moustaches.

Tableau 3 : Caractéristiques des données selon les lits majeurs

LiMajeur	Variable	Moyenne	Ecart type	Taille	Min	Max
L1	F_1	7,233	1,7860	15	4,940	10,016
L2	F_1	6,395	1,6035	15	4,512	9,2887
L3	F_1	6,166	1,5054	15	4,284	8,7233
L1	$h_2 (m)$	0,300	0,0138	15	0,275	0,325
L2	$h_2 (m)$	0,267	0,0075	15	0,255	0,275
L3	$h_2 (m)$	0,255	0,0069	15	0,245	0,265
L1	$L_j (m)$	1,537	0,2191	15	1,200	1,900
L2	$L_j (m)$	1,730	0,2993	15	1,300	2,200
L3	$L_j (m)$	1,663	0,3159	15	1,200	2,200
L1	$Q (m^3/s)$	0,015	0,0023	15	0,0118	0,0190
L2	$Q (m^3/s)$	0,013	0,0020	15	0,0106	0,0163
L3	$Q (m^3/s)$	0,013	0,0019	15	0,0099	0,0158

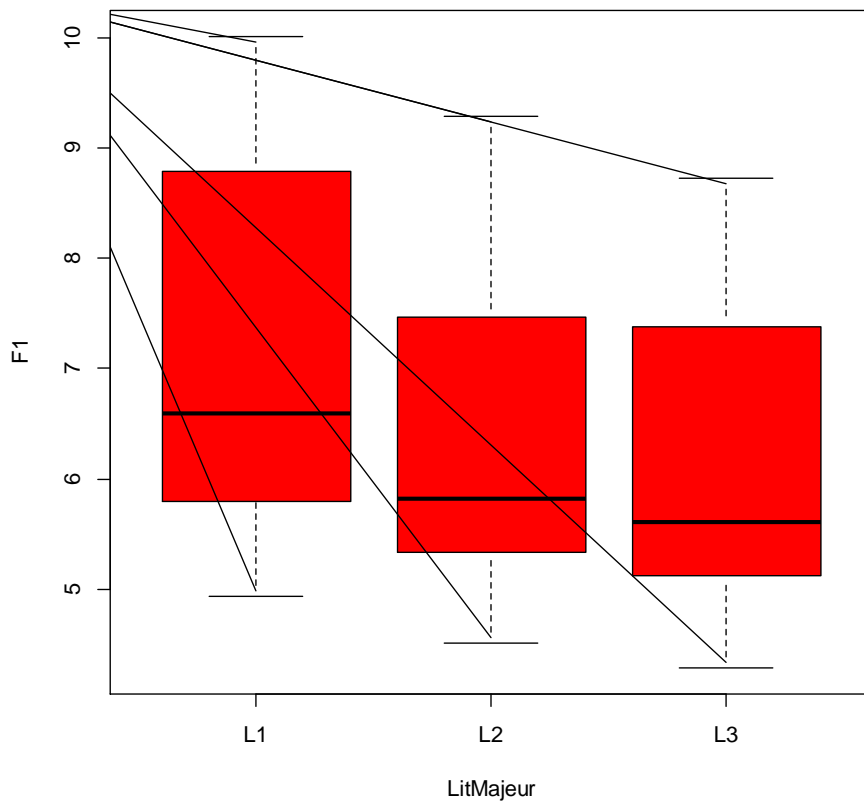


Fig.10. Boîte à moustaches de la variable « Froude incident F_1 » selon les lits majeurs

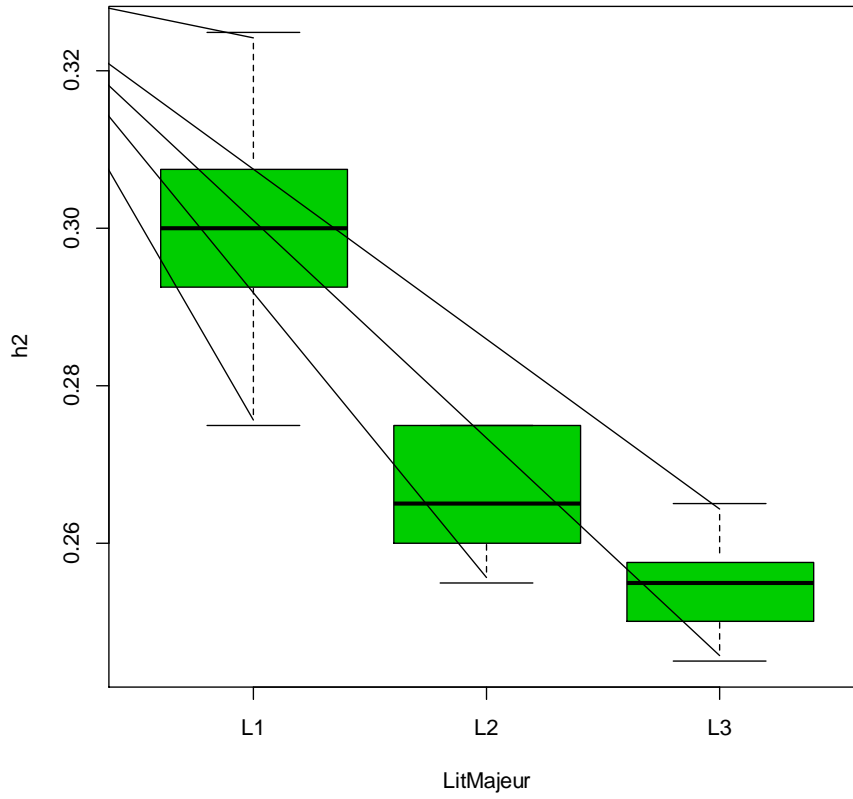


Fig. 11. Boîte à moustaches de la variable « deuxième hauteur conjuguée h_2 » selon les lits majeurs

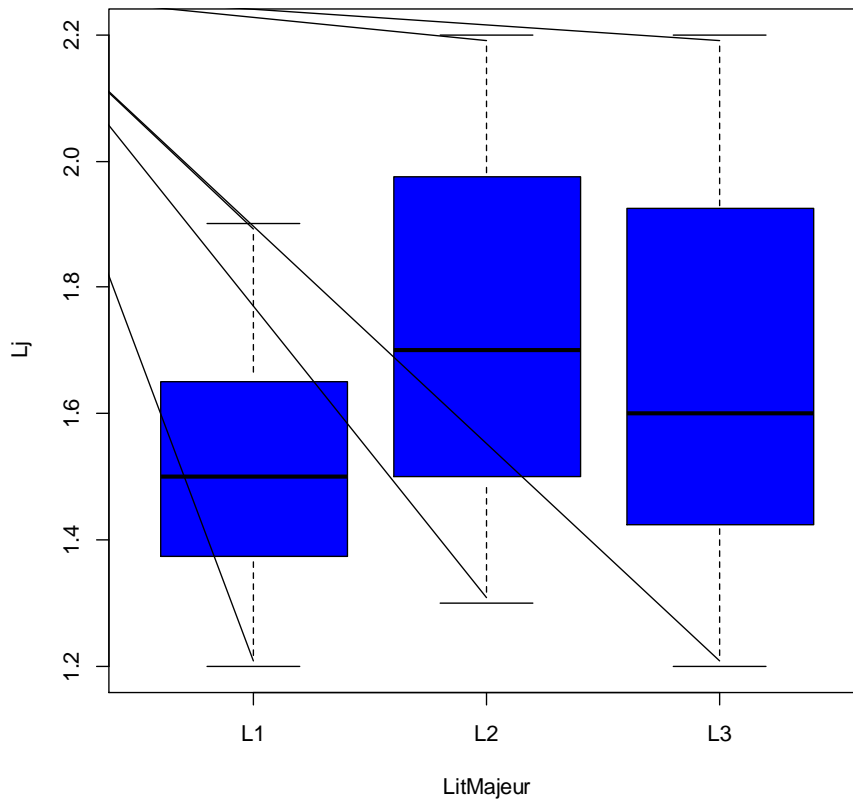


Fig.12. Boîte à moustaches de la variable « longueur du ressaut L_j » selon les lits majeurs

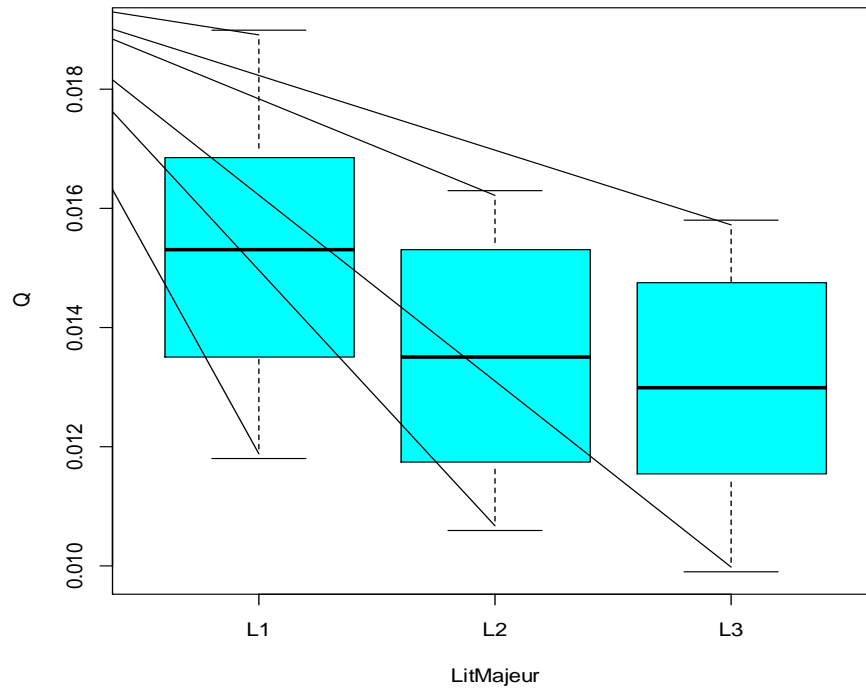


Fig.13. Boîte à moustaches de la variable « débit Q » selon les lits majeurs

Tableau 4 : Caractéristiques des données selon les ouvertures

Ouverture	Variable	Moyenne	Ecart type	Taille	Min	Max
O1	F_1	9,037	0,6988	9	7,996	10,016
O2	F_1	7,701	0,7198	9	6,943	9,094
O3	F_1	6,005	0,4848	9	5,474	6,767
O4	F_1	5,510	0,3774	9	5,013	6,230
O5	F_1	4,737	0,4042	9	4,284	5,426
O1	h_2 (m)	0,270	0,0198	9	0,2450	0,3000
O2	h_2 (m)	0,273	0,0245	9	0,2450	0,3150
O3	h_2 (m)	0,272	0,0162	9	0,2550	0,3000
O4	h_2 (m)	0,276	0,0214	9	0,2550	0,3150
O5	h_2 (m)	0,278	0,0286	9	0,2450	0,3250
O1	L_j (m)	1,544	0,2663	9	1,300	2,000
O2	L_j (m)	1,572	0,2224	9	1,200	1,950
O3	L_j (m)	1,622	0,2980	9	1,200	2,150
O4	L_j (m)	1,744	0,3077	9	1,300	2,200
O5	L_j (m)	1,733	0,3317	9	1,200	2,200
O1	Q (m^3/s)	0,011	0,0009	9	0,0099	0,0124
O2	Q (m^3/s)	0,013	0,0012	9	0,0113	0,0148
O3	Q (m^3/s)	0,014	0,0011	9	0,0127	0,0157
O4	Q (m^3/s)	0,015	0,0011	9	0,0140	0,0174
O5	Q (m^3/s)	0,017	0,0014	9	0,0150	0,0190

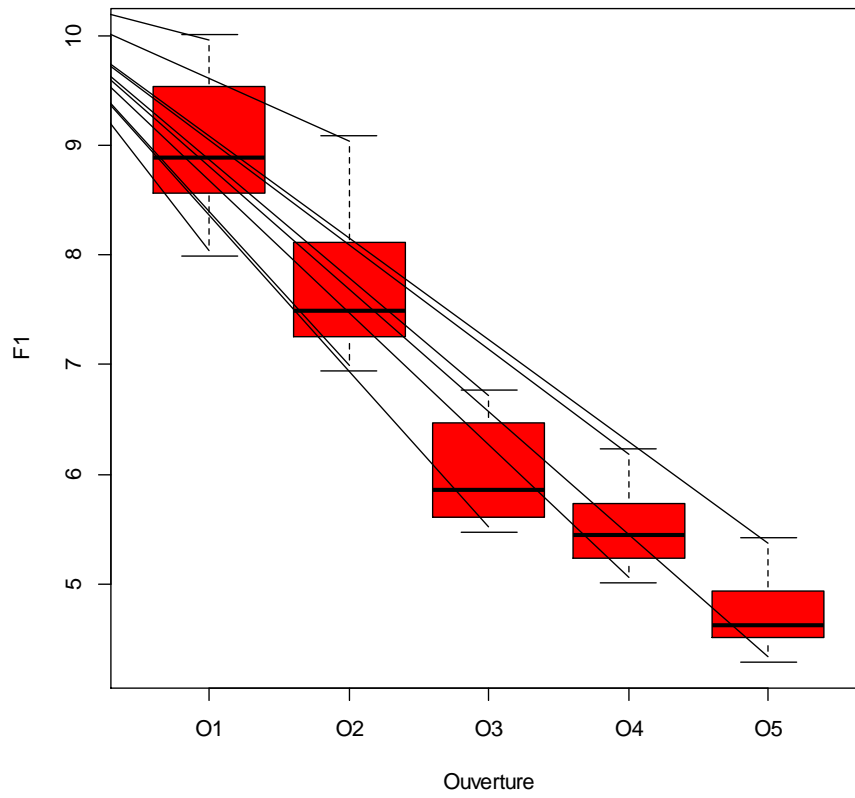


Fig. 14. Boîte à moustaches de la variable « Froude incident F_1 » selon les ouvertures

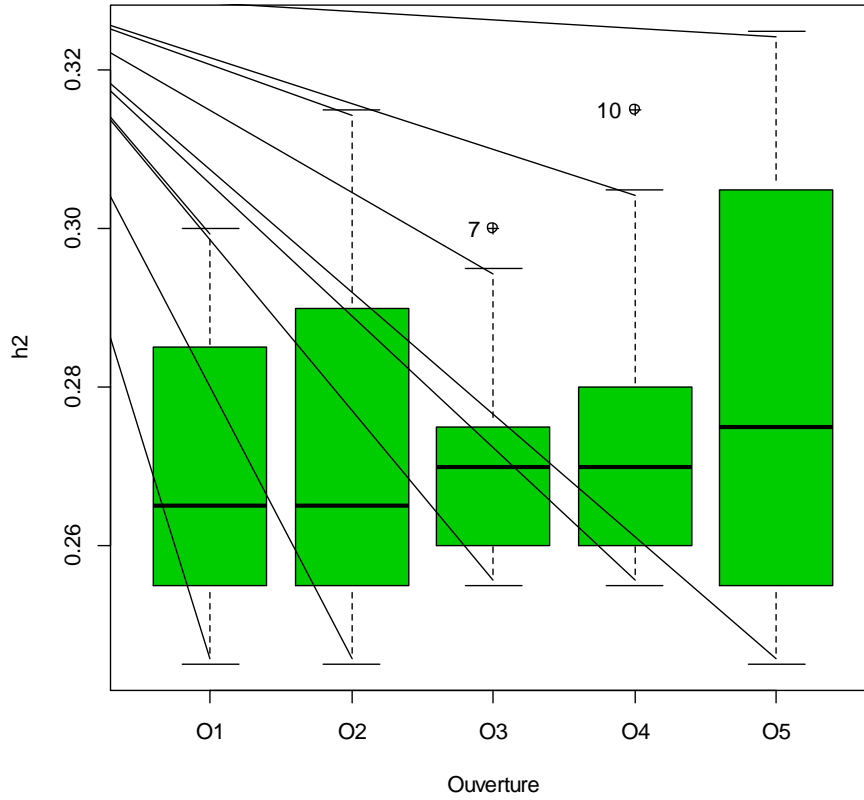


Fig. 15. Boîte à moustaches de la variable « deuxième hauteur conjuguée h_2 » selon les ouvertures

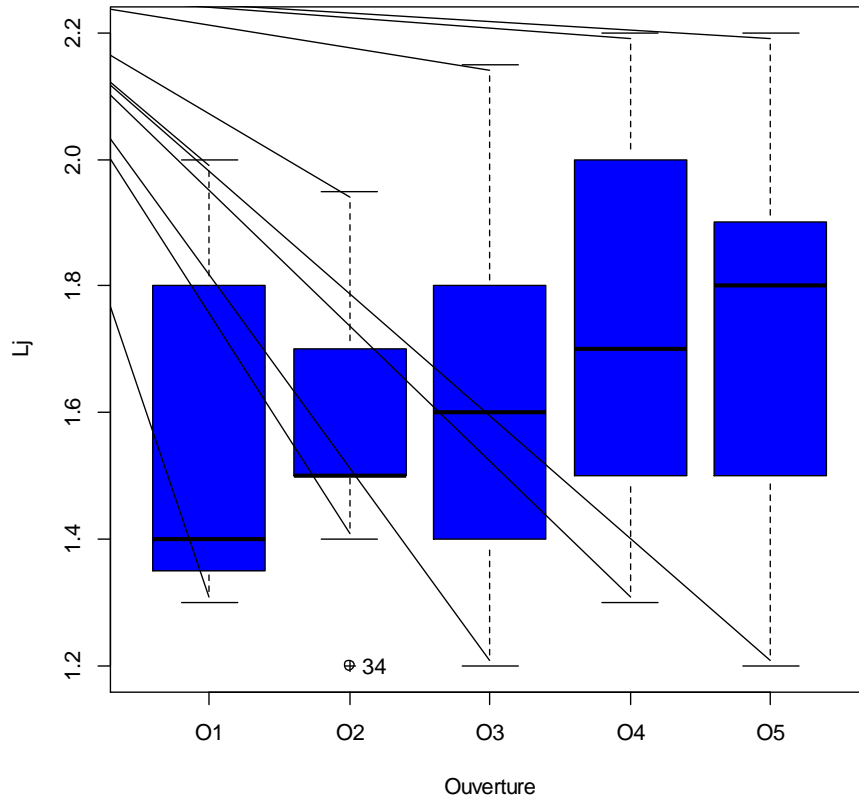


Fig. 16. Boîte à moustaches de la variable « longueur du ressaut L_j » selon les ouvertures

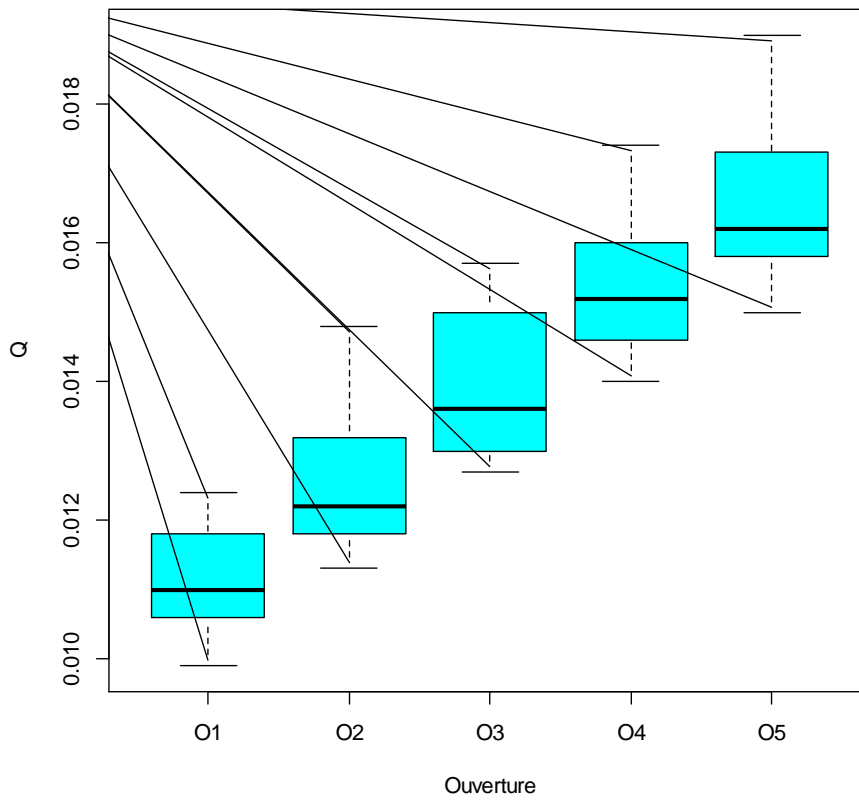


Fig. 17. Boîte à moustaches de la variable « débit Q » selon les ouvertures

Le tableau 5 donne les degrés de corrélation (R) entre variables usuelles au sens de Pearson

Tableau 5 : Corrélations entre variables et jugements sur la signifiante des liaisons

Variable 1	Variable 2	R de Pearson	p-value	Jugement
Q	h_2	0,483	7,70E-04	Significative
Q	L_j	0,197	1,95E-01	Non-significative
Q	F_1	-0,666	5,70E-07	Significative
h_2	L_j	-0,125	4,14E-01	Non-significative
h_2	F_1	0,123	4,21E-01	Non-significative
L_j	F_1	-0,294	5,00E-02	Significative

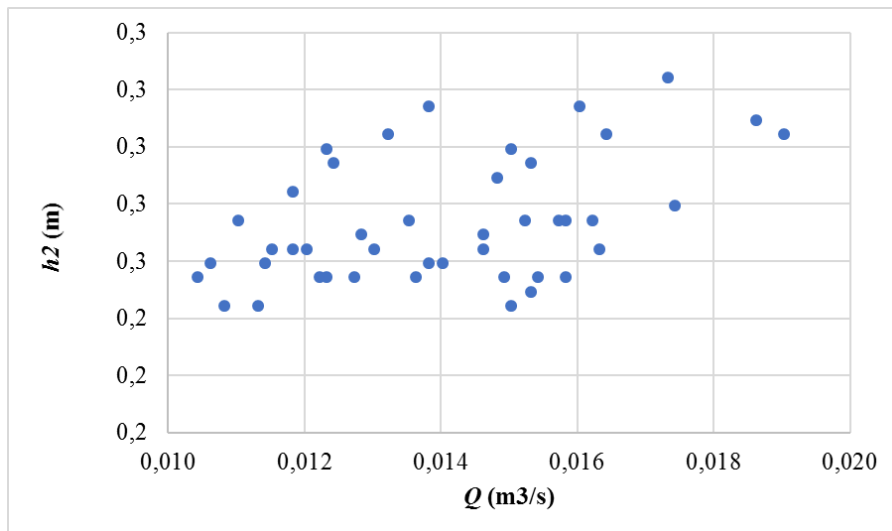


Fig. 18. Variation expérimentale de la deuxième hauteur conjuguée h_2 du ressaut évoluant dans le canal composé rectangulaire droit en fonction du débit Q

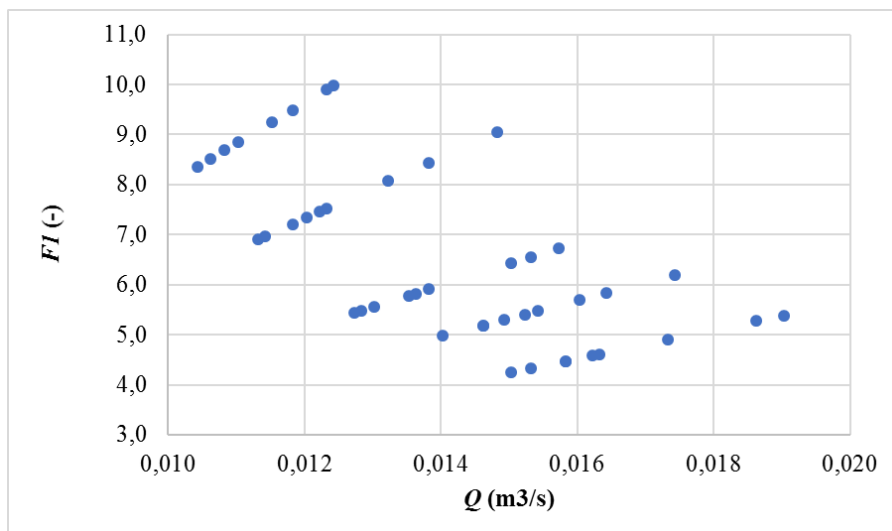


Fig. 19. Variation expérimentale du nombre de Froude incident F_1 du ressaut évoluant dans le canal composé rectangulaire droit en fonction du débit Q

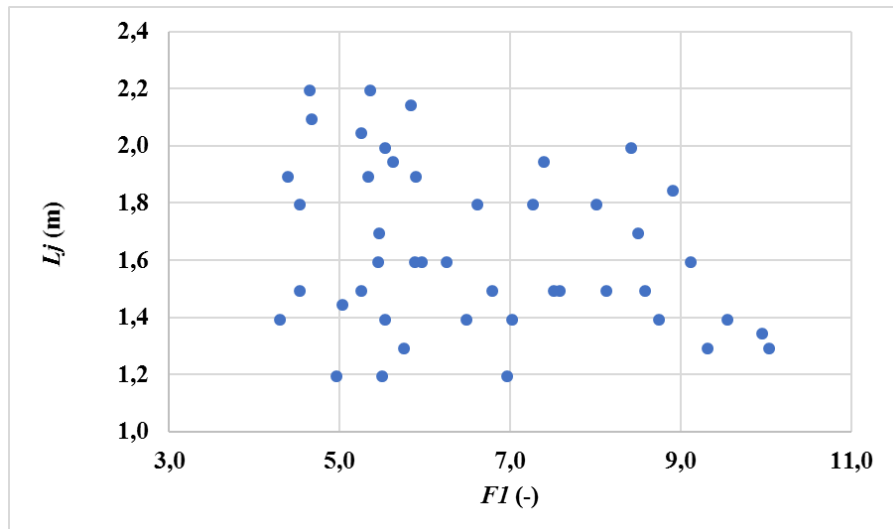


Fig. 20. Variation expérimentale de la longueur du ressaut L_j évoluant dans le canal composé rectangulaire droit en fonction du nombre de Froude incident F_1

I.3. Conclusion

Eu égard aux caractérisations statistiques aidant à mieux comprendre le comportement numérique des variables d'influence en question (l'utilisation des boîtes à moustaches donne une meilleure visualisation plus parlante et condensée).

L'exploration révèle un choix rationnel des variables et leurs gammes ainsi que des limites contraintes par les moyens de laboratoires alloués.

Les inter-corrélations entre variables quoi qu'elles soient significatives dans des cas ne peuvent en elles seules expliqués tout le phénomène régissant la réalité physique et il s'avère que les interactions sont beaucoup plus compliquées.

Autrement dit : on ne peut exprimer la deuxième hauteur conjuguée h_2 en fonction du débit volume Q seulement, ni le nombre de Froude incident F_1 en fonction du débit Q , ni la longueur de ressaut L_j en fonction du nombre de Froude incident pris à part.

Chapitre 2

RESSAULTS HYDRAULIQUES DANS UN CANAL COMPOSÉ RECTANGULAIRE DROIT : APPROCHES THÉORIQUES ET VALIDATIONS EXPÉRIMENTALES

II.1. Introduction

L'estimation des différentes caractéristiques de l'écoulement dans les canaux composés a fait l'objet de contributions scientifiques intenses et réussies.

Il y a eu de nombreuses tentatives pour aborder le thème, malgré sa complexité inhérente. La difficulté du problème est due à l'interaction implicite entre les plaines d'inondation et le canal principal, caractérisant chaque forme particulière de canal composé.

Les méthodes sont basées sur les développements théoriques et les validations expérimentales aux laboratoires, où les conditions de terrain sont simulées. Différents aspects d'écoulement sont étudiés avec plusieurs formes de canaux, (pertes d'énergie (Proust et al., 2010), profondeur critique (Liu et al., 2012), transfert de la quantité de mouvement (Wang et al., 2007 ; Farooq et al., 2016), estimation du débit (Yang et al., 2012), résistance d'écoulement (Yang et al., 2007), analyse de la relation débit-hauteur (Liao and Knight, 2007), contrainte de cisaillement (Liu et al., 2013) et écoulement rapidement varié (Peltier et al., 2013).

Les modèles de la dynamique des fluides ont été de plus en plus utilisés pour les cas des canaux composés, pour prédire les champs d'écoulement et progresser dans la compréhension du comportement d'écoulement turbulent, des études de cas : à une, à deux et à trois dimensions ont été conçues (Morvan et al., 2008 ; Shekari et al., 2014 ; Babaali et al., 2015).

Afin d'estimer les caractéristiques des écoulements pour différents canaux composés avec des configurations différentes, les approches expérimentales sont également couplées à la modélisation stochastique (Al-Khatib and Gogus, 2014) et les méthodes de l'intelligence artificielle (Sahu et al., 2011 ; Azamathulla and Zahiri, 2012).

Toutes les études mentionnées ci-dessus ont porté sur les caractéristiques de l'écoulement dans les canaux composés. Selon nos connaissances, et après une longue recherche bibliographique (Rajaratnam, 1995 ; Beirami and Chamani, 2010 ; Habibzadeh et al., 2016), le ressaut hydraulique comme dissipateur d'énergie dans les canaux composés n'a pas été vraiment considéré.

Dans ce contexte, la tentative théorique unique sans validation expérimentale a été donnée par Khattaoui et Achour (2012), tandis que la contribution actuelle est fondée, simultanément sur des développements théoriques soutenus par des expérimentations au laboratoire sur un modèle réduit physique, décrit au deuxième chapitre.

L'objectif principal de cette étude est de présenter des approches théoriques et des investigations expérimentales pour le ressaut hydraulique, qui se produit dans un canal composé rectangulaire droit, où le nombre de Froude incident est varié dans le but de produire différentes hauteurs incidentes.

Des développements théoriques concernant l'établissement de relations sans dimension pour les hauteurs conjuguées des ressauts hydrauliques et leur efficacité en termes de dissipation d'énergie seront donnés avec et sans tenir compte de la force volume baptisée F_x . Cette force est assimilée par analogie à l'expression de Borda-Carnot selon Achour (2000). C'est une force volumique, (source de "perte de charge"), due à l'élargissement vertical, nécessairement lié au transfert de la masse et de la quantité de mouvement, entre le chenal principal et la plaine inondable. La force générée ne peut pas être ignorée dans la première analyse, contrairement à la perte de charge par frottement.

Des expériences ont été réalisées avec trois valeurs différentes ; (1/4, 1/3 and 1/2), des rapports des largeurs τ_y du chenal principal (lit mineur) et la plaine inondable (lit majeur). For each τ_y ratio, plusieurs valeurs du nombre de Froude incident ont été considérées selon les valeurs de cinq rapports d'entrée τ_z (0.167, 0.200, 0.253, 0.287 and 0.333) ; τ_z est le rapport de la première hauteur conjuguée à la profondeur de l'écoulement dans le chenal principal. L'analyse de la longueur des sauts hydrauliques n'est pas considérée dans ce travail.

II.2. Approche théorique pour les hauteurs conjuguées

Dans l'analyse du phénomène du ressaut hydraulique, la perte d'énergie est remarquable et inconnue alors qu'il est communément supposé que les contraintes de cisaillement aux limites soient négligeables. Par conséquent, l'équation de quantité de mouvement est une bonne approche à cet effet.

Après avoir analysé l'écoulement en utilisant l'équation de la quantité de mouvement, pour trouver la relation entre les profondeurs h_1 et h_2 du ressaut hydraulique, l'équation de l'énergie peut être utilisée pour trouver une fonction qui définit la perte d'énergie (Houichi et al., 2013).

L'équation théorique (quantité de mouvement) qui régit le ressaut hydraulique dans un canal composé rectangulaire rectiligne est d'abord donnée sans tenir compte de l'influence de

F_x , et puis cette dernière est prise en considération en tenant compte d'une relation proposée supposée exprimée les valeurs de F_x .

La première hauteur conjuguée demeure entièrement dans le chenal principal (dans le lit mineur), par contre la seconde hauteur conjuguée continue à déborder dans la plaine inondable (dans le lit majeur).

Le premier cas permet d'écrire :

(Tous les détails et les étapes de calcul sont donnés en **annexe 1**).

$$\rho Q^2 \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right) = \rho g (\bar{h}_1 A_1 - \bar{h}_2 A_2) - F_x \quad (1)$$

Avec :

$$F_x \approx 0$$

Et:

$$A_1 = b h_1 \quad (2)$$

$$A_2 = (h_2 - z) B + bz \quad (3)$$

$$\bar{h}_1 = \frac{h_1}{2} \quad (4)$$

$$\bar{h}_2 = \frac{\frac{B}{2}(h_2 - z)^2 + \left(h_2 - \frac{z}{2}\right)bz}{(h_2 - z)B + bz} \quad (5)$$

Nous pouvons écrire après avoir développé :

$$F_1^2 = \frac{1 - \frac{\left(Y - \frac{1}{\tau_z}\right)^2}{\tau_y} - \frac{\left(2Y - \frac{1}{\tau_z}\right)}{\tau_z}}{2 \left(\frac{\tau_y}{Y - \frac{(1 - \tau_y)}{\tau_z}} - 1 \right)} \quad (6)$$

Pour le deuxième cas et partant de l'Eq. (1), F_x est proportionnelle à $(B-b)$ et à h_1 . Selon Achour (2000), un cas analogue à l'expression de Borda-Carnot, est raisonnablement donné par :

$$F_x = \rho g \frac{h_1}{2} (h_2 - z)(B-b) \quad (7)$$

Finalement, après plusieurs transformations, l'Eq. (1) donne:

$$F_1^2 = \frac{1 - \frac{\left(Y - \frac{1}{\tau_z}\right)^2}{\tau_y} - \frac{\left(2Y - \frac{1}{\tau_z}\right)}{\tau_z} - \left(\frac{1}{\tau_y} - 1\right)\left(Y - \frac{1}{\tau_z}\right)}{2 \left(\frac{\tau_y}{Y - \frac{(1-\tau_y)}{\tau_z}} - 1 \right)} \quad (8)$$

Si $h_2 = z$ donc $Y = \frac{1}{\tau_z}$

Les Eqs. (6) et (8) deviennent :

$$F_1 = \frac{(\tau_z + 1)^{0.5}}{\sqrt{2\tau_z}} \quad (9)$$

Eq. (9) donne la valeur limite du nombre de Froude incident comme si le ressaut est dans un canal rectangulaire. Cette équation permet également de dessiner les courbes $Y = f(F_1)$, pour diverses valeurs de F_1 conformément aux valeurs limites indiquées dans le tableau 1.

Tableau 1 : Valeurs limites du nombre de Froude incident selon τ_z (Eq. (9))

τ_z	0,167	0,200	0,253	0,287	0,333
F_1	4,583	3,873	3,125	2,798	2,449

NB : D'autres détails et étapes de calcul concernant d'autres variantes d'expression de F_x sont donnés également en **annexe 1** par mesures d'encombrement de texte et de méthodologie.

II.3. La perte d'énergie relative

Après développement mathématique, dans le cas où F_x est négligeable et non négligeable, la perte d'énergie relative est donnée par l'Eq. (18). Cette équation indique que la perte d'énergie relative dans ce cas d'étude est une fonction sans dimension, dépendant du nombre de Froude incident F_1 , du rapport des hauteurs conjuguées Y et bien sûr des valeurs τ_y et τ_z .

$$\eta = \frac{\Delta H}{H_1} = \frac{H_1 - H_2}{H_1} = 1 - \frac{H_2}{H_1} \quad (10)$$

Où H_1 et H_2 sont les énergies spécifiques avant et après le ressaut respectivement.

Elles sont données par:

$$H_1 = h_1 + \frac{Q^2}{2gA_1^2} \quad (11)$$

En tenant compte de l'expression du nombre de Froude incident (Tableau 2 du chapitre 2) and Eq. (2), ainsi l'Eq. (11) peut s'écrire:

$$H_1 = h_1 \left[1 + \frac{F_1^2}{2} \right] \quad (12)$$

Et:

$$H_2 = h_2 + \frac{Q^2}{2gA_2^2} \quad (13)$$

Eq. (13) peut s'écrire comme:

$$H_2 = Yh_1 + \frac{Q^2 h_1}{2g \frac{A_2^2}{h_1^2} h_1^3} \quad (14)$$

En substituant l'Eq. (3) dans l'Eq. (14), on écrit alors:

$$H_2 = Yh_1 + \frac{Q^2 h_1}{2g \frac{[(h_2 - z)B + bz]^2}{h_1^2} h_1^3} \quad (15)$$

L'Eq. (15) peut aussi être réécrite de la manière suivante :

$$H_2 = Yh_1 + \frac{Q^2 h_1}{2gb^2 h_1^3 [(h_2/h_1 - z/h_1)(B/b) + z/h_1]^2} \quad (16)$$

Eu égard aux équations de F_1 et Y (Tableau 2 du chapitre 2)), l'Eq. (16) s'écrit donc :

$$H_2 = h_1 \left[Y + \frac{F_1^2}{2 \left\{ \frac{Y}{\tau_z} - \frac{1}{\tau_z} \left(\frac{1}{\tau_y} - 1 \right) \right\}^2} \right] \quad (17)$$

Par consideration de l'Eq. (10), la perte d'énergie relative s'écrira finalement :

$$\eta = 1 - \frac{Y + \frac{F_1^2}{2 \left(\frac{Y}{\tau_y} - \frac{1}{\tau_z} \left(\frac{1}{\tau_y} - 1 \right) \right)^2}}{1 + \frac{F_1^2}{2}} \quad (18)$$

II.4. Résultats et discussions

II.4.1. Validation de la relation des hauteurs conjuguées

La performance de chaque modèle (avec F_x et sans F_x) est estimée et évaluée en utilisant la racine de la moyenne des erreurs quadratiques ($RMSE$) et l'erreur maximale relative absolue ($ERMaxAb$). $RMSE$ est le critère de performance le plus communément utilisé dans les procédés de modélisation, sa valeur nulle indique un modèle idéal.

La $RMSE$ est calculée en fonction du nombre de valeurs théoriques appariées (V_{th}) et des valeurs expérimentales (V_{exp}) comme suit :

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (V_{th} - V_{exp})^2}{n}} \quad (19)$$

Aussi, $ERMaxAb$ donnée en (%) :

$$ERMaxAb = \text{Max} \left[100 \left| \frac{(V_{th} - V_{exp})}{V_{th}} \right| \right] \quad (20)$$

La validation expérimentale des Eqs. (6) et (8), qui donnent respectivement la relation des profondeurs conjuguées du ressaut hydraulique dans un canal composé rectangulaire droit, avec et sans F_x , est donné par les résultats de l'application des critères de performance adoptés définis par les Eqs. (19) et (20). Ces résultats sont présentés dans le tableau 2.

Le tableau 2 montre que les performances du modèle sont minimales lorsque le rapport τ_y est égal à 0,5, en considérant la force F_x , donnée par l'approche de Borda-Carnot selon Eq. (7). Cette constatation est justifiée par les valeurs minimales du $RMSE$ et ER_{MaxAb} qui sont respectivement de 0,3054 et 6,47. En prenant en compte cette déduction, les figures suivantes montrent la disposition des valeurs théoriques et expérimentales de Y en fonction de F_1 .

Tableau 2 : Performances de chaque modèle selon les valeurs de τ_y (Eqs. (6) and (8))

τ_y	RMSE without F_x	RMSE with F_x	ER_{MaxAb} without F_x (%)	ER_{MaxAb} with F_x (%)
0,25	0,3041	0,5250	6,9	11,11
0,333	0,2794	0,4159	6,6	9,56
0,5	0,3814	0,3054	8,7	6,47

Fig. 1 donne la relation fonctionnelle entre Y et F_1 pour $\tau_y = 0,25$ (**sans F_x**), Fig. 2 donne la relation fonctionnelle entre Y et F_1 pour $\tau_y = 0,333$ (**sans F_x**) et Fig. 3 donne la relation fonctionnelle entre Y et F_1 pour $\tau_y = 0,5$ (**avec F_x**).

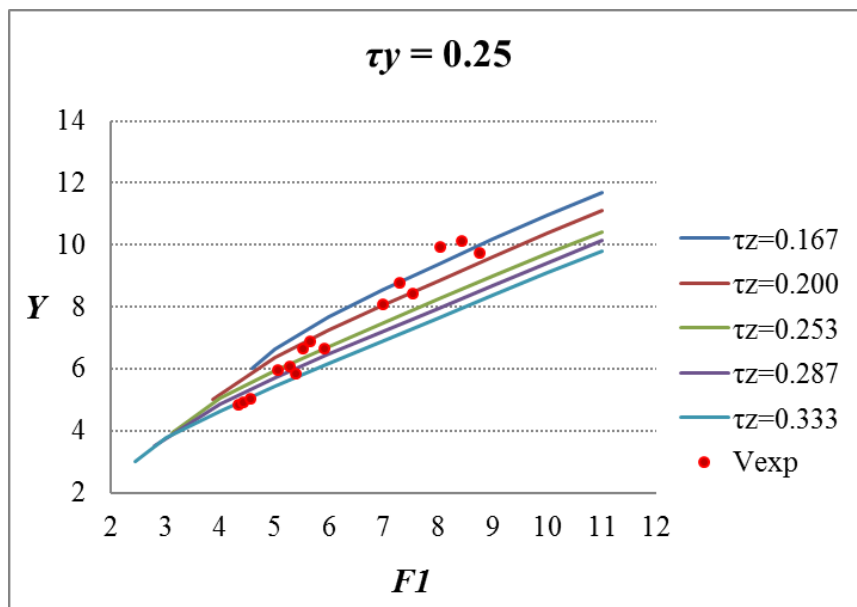


Figure 1 : Rapport des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude incident pour $\tau_y = 0,25$ (**sans F_x**)

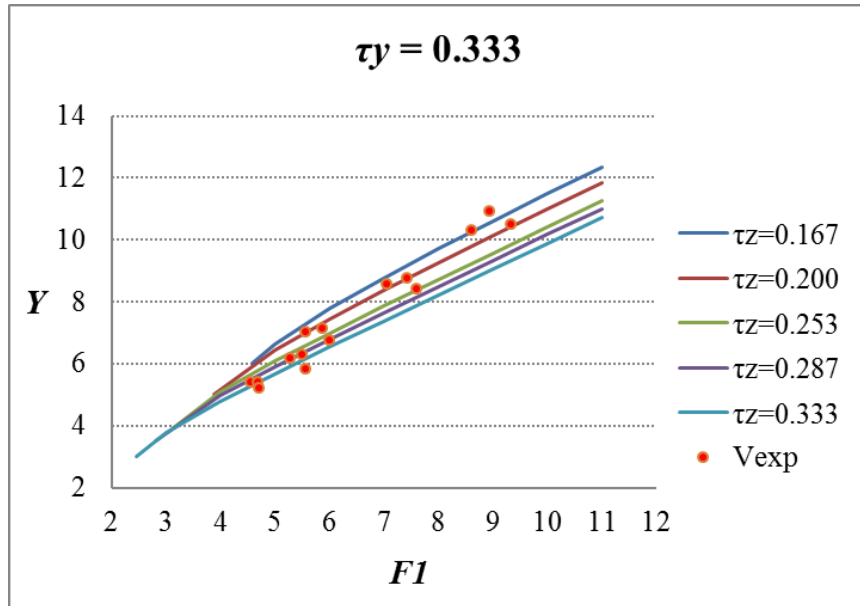


Figure 2 : Rapport des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude incident pour $\tau_y = 0,333$ (sans F_x)

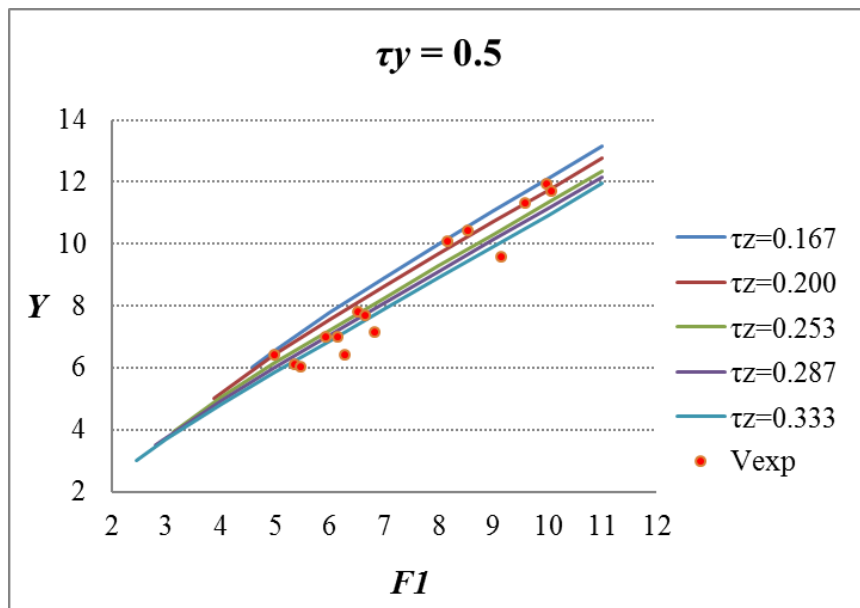


Fig. 3 : Rapport des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude incident pour $\tau_y = 0,5$ (avec F_x)

II.4.2. Validation de la relation de la perte d'énergie relative

L'Eq. (18) permet de calculer explicitement la perte d'énergie relative du ressaut hydraulique dans le canal composé rectangulaire droit ; sachant F_1 et Y pour les différentes valeurs des taux τ_y et τ_z . Il est à noter que les valeurs de Y sont calculées d'abord avec l'équation. (6) pour $\tau_y = 0,25$ et $0,333$; d'autre part avec l'Eq. (8) pour $\tau_y = 0,5$. Cette considération est requise par les conditions de validation des relations (6) et (8).

La perte d'énergie relative du ressaut hydraulique dans le canal composé rectangulaire droit est tracée en fonction du nombre de Froude incident (Figure 4). Dans la gamme

expérimentale du nombre de Froude incident entre 4 et 10, la perte d'énergie relative est dans un étendu de 51,4% et 76,01%.

Dans la même figure 4 et dans les mêmes conditions hydrauliques d'écoulement, la perte d'énergie relative équivalente dans un canal rectangulaire (η_{REC}), selon l'équation. 21 (Chow, 1981), est également donnée à titre de comparaison.

$$\eta_{REC} = 1 - \frac{(8F_1^2 + 1)^{1.5} - 4F_1^2 + 1}{8F_1^2(2 + F_1^2)} \quad (21)$$

De plus, la figure 4 montre que le canal composé dépasse de loin le canal rectangulaire, en termes de dissipation d'énergie, en effet, pour la même plage F_1 entre 4 et 10, la perte d'énergie relative dans le canal rectangulaire est comprise entre 42,3% et 72,7%, ce qui reflète une dissipation améliorée de 6% en moyenne.

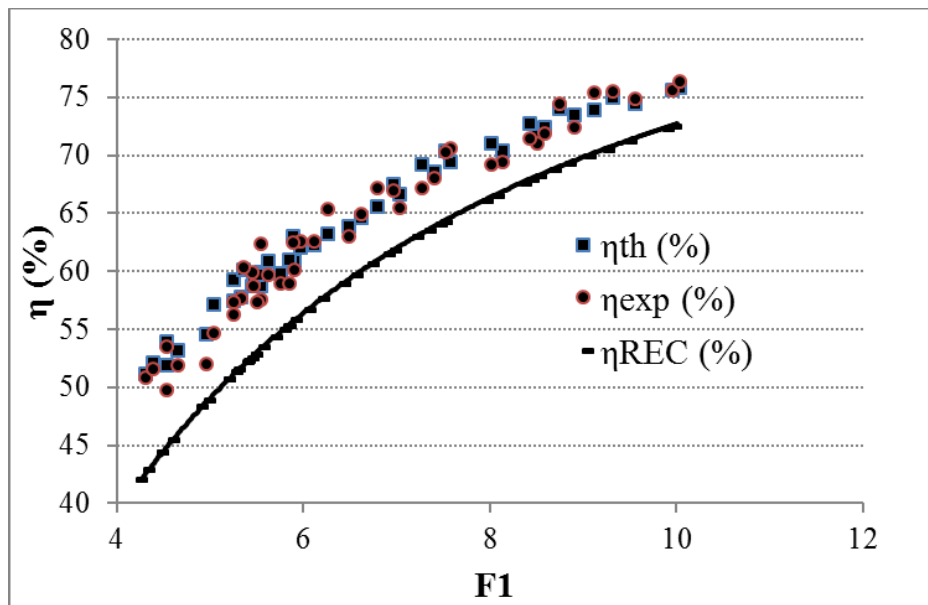


Fig. 4. Perte d'énergie relative en fonction du nombre de Froude incident ; Valeurs théoriques et expérimentales dans le canal composé rectangulaire droit et dans le canal rectangulaire

La figure suivante (figure 5) montre l'évolution de la perte d'énergie relative théorique et expérimentale. Cette évolution est entourée de deux enveloppes (limites supérieure et inférieure) qui prouvent que la relation théorique ainsi établie est validée expérimentalement avec une erreur maximale ne dépassant pas 5%, soit exactement 4,83%.

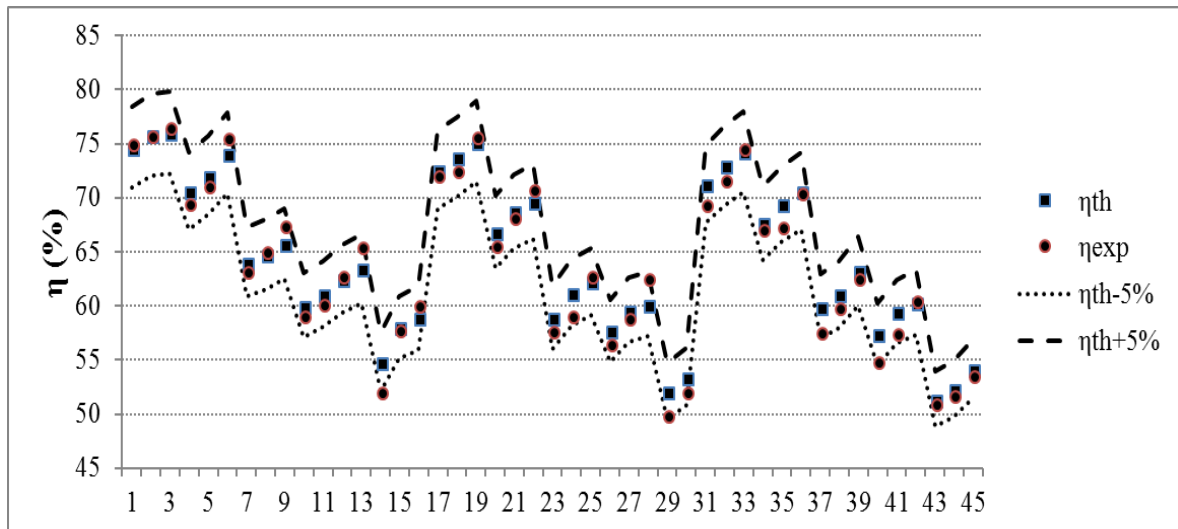


Fig. 5. Evolution de la perte d'énergie relative (valeurs théoriques et expérimentales), entre les deux limites de $\pm 5\%$

II. 5. Conclusions

Le ressaut hydraulique évoluant dans un canal composé rectangulaire droit a été examiné théoriquement et expérimentalement. Les relations pour les profondeurs conjuguées ont été données avec et sans considération de la force de volume F_x , qui est assimilée par analogie à l'expression de Borda-Carnot comme : $F_x = \rho g \frac{h_1}{2} (h_2 - z)(B - b)$. Des expériences ont été réalisées avec trois valeurs différentes du rapport τ_y : rapport de la largeur du canal principal et celui de la plaine inondable. Les valeurs de τ_y étaient : (0,25, 0,333 et 0,5). Pour chaque rapport τ_y , cinq valeurs des rapports des profondeurs incidents τ_z sont considérées ; (0,167, 0,200, 0,253, 0,287 et 0,333) ; τ_z : rapport entre la première profondeur conjuguée et celle du canal principal.

L'investigation expérimentale a prouvé la validité des relations théoriques élaborées sans la force F_x lorsque le rapport τ_y est égal à 0,25 et 0,333 et avec la force F_x lorsque le rapport τ_y est égal à 0,5. Cette classification est basée sur les valeurs minimales de la racine de l'erreur quadratique et de l'erreur relative maximale absolue, qui sont respectivement égales à 0,3054 et 6,47. La validation expérimentale de la perte d'énergie relative est élaborée et ne dépasse pas 4,83% comme erreur maximale. L'étude révèle également l'utilité du canal composé en termes de capacité de dissipation d'énergie lorsqu'il est comparé au canal rectangulaire homologue de référence.

CONCLUSION GENERALE

Le début de Cette thèse était avec un premier chapitre qui a eu pour but de définir les caractéristiques du ressaut hydraulique classique. Celles-ci sont les hauteurs initiale et finale du ressaut, sa longueur développée, la longueur de son rouleau ainsi que son rendement.

Le ressaut hydraulique est régi par l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre des sections initiale et finale. En négligeant les pertes de charges autres que celles dues au ressaut, cette équation mène à la relation de Belanger qui exprime le rapport Y des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de Froude F_1 à l'amont du ressaut.

Bien que la relation de Belanger soit explicite, HAGER et SINNIGER ont proposé une équation approchée applicable pour les valeurs du nombre de Froude F_1 supérieures à 2. Cette équation montre que Y et F_1 sont linéairement dépendants.

Le rendement η du ressaut s'exprimant par le rapport de la perte de charge ΔH qu'il occasionne à la charge totale H_1 dans sa section initiale ; marque une relation fonctionnelle de Y et F_1 liés entre eux par l'équation de Bélanger , et montre le pouvoir dissipateur du ressaut dans ce profile. L'analyse la plus récente est celle de Hager et al.,

qui proposent des relations analytiques au calcul de la longueur relative $\frac{L_r}{h_1}$ suivant la valeur du paramètre de forme $\frac{h_1}{b}$ de la section initiale du ressaut. Pour les valeurs du nombre de Froude inférieur à 8, les auteurs indiquent que λ_r est lié au nombre de Froude F_1 par une droite de pente 8.

Le cas du composé est bien différent : un nombre important d'études a été abordé concernant l'écoulement a surface libre et ses caractéristiques dans les canaux composés de sections variables, pour des objectifs et grandeurs sous maintes considérations mais selon nos connaissances, et après une longue recherche bibliographique, le ressaut hydraulique comme dissipateur d'énergie dans les canaux composés n'a pas encore été considéré.

Si on fait le point sur la galerie circulaire élargie examinée par ACHOUR(2000), l'application du théorème de la quantité de mouvement a permis de définir la relation entre taux de remplissage dans la galerie h_2/D , le taux d'élargissement D/d et le débit relatif rapporté au diamètre incident $[Q^2/(gd^5)]^{0.5}$; c'est en quelque sorte des paramètres semblables dans le composé rectangulaire droit ou la liaison entre $F_1 = [Q^2/gb^2h_1^3]^{0.5}$ qui exprime le débit relatif, la dimension d'incidence, le taux de remplissage h_1/z et le taux d'élargissement B/b en appliquant toujours

l'équation de la quantité de mouvement et en tenant compte de la force volume à l'issue de BORDA-CARNOT d'expression : $F_x = \rho g \frac{h_1}{2} (h_2 - z)(B - b)$. Trois valeurs différentes de τ_y : rapport de la largeur du canal principal et celui de la plaine inondable : (0,25, 0,333 et 0,5). Pour chacune d'elles : cinq valeurs des rapports des profondeurs incidents τ_z sont considérées ; (0,167, 0,200, 0,253, 0,287 et 0,333). rapportant la première profondeur conjuguée et celle du canal principal.

. les différents résultats sont mentionnés et identifiés expérimentalement ; à la surprise que la dissipation dans le rectangulaire composé présente une hausse de 6% pour la même gamme de Froude incident. D'autres modèles peuvent être expérimentés ainsi que d'autres expressions de la force volume donneront, qui sais, de meilleures expressions significatives pour les longueurs du rouleau et du ressaut.

L'emploi des boîtes à moustaches donne une meilleure visualisation plus parlante et condensée et explique l'influence des limites contraintes par les moyens de laboratoires alloués.

Les inter-corrélations entre variables quoi qu'elles soient significatives dans des cas ne peuvent en elles seules expliqués tout le phénomène régissant la réalité physique et il s'avère que les interactions sont beaucoup plus compliquées.

Autrement dit : on ne peut exprimer la deuxième hauteur conjuguée h_2 en fonction du débit volume Q seulement, ni le nombre de Froude incident F_1 en fonction du débit Q , ni la longueur de ressaut L_j en fonction du nombre de Froude incident pris à part.

L'investigation expérimentale a prouvé la validité des relations théoriques élaborées sans la force F_x lorsque le rapport τ_y est égal à 0,25 et 0,333 et avec la force F_x lorsque le rapport τ_y est égal à 0,5.

Cette classification est basée sur les valeurs minimales de la racine de l'erreur quadratique et de l'erreur relative maximale absolue, qui sont respectivement égales à 0,3054 et 6,47. La validation expérimentale de la perte d'énergie relative est élaborée et ne dépasse pas 4,83% comme erreur maximale.

L'étude révèle également l'utilité du canal composé en termes de capacité de dissipation d'énergie lorsqu'il est comparé au canal rectangulaire homologue de référence.

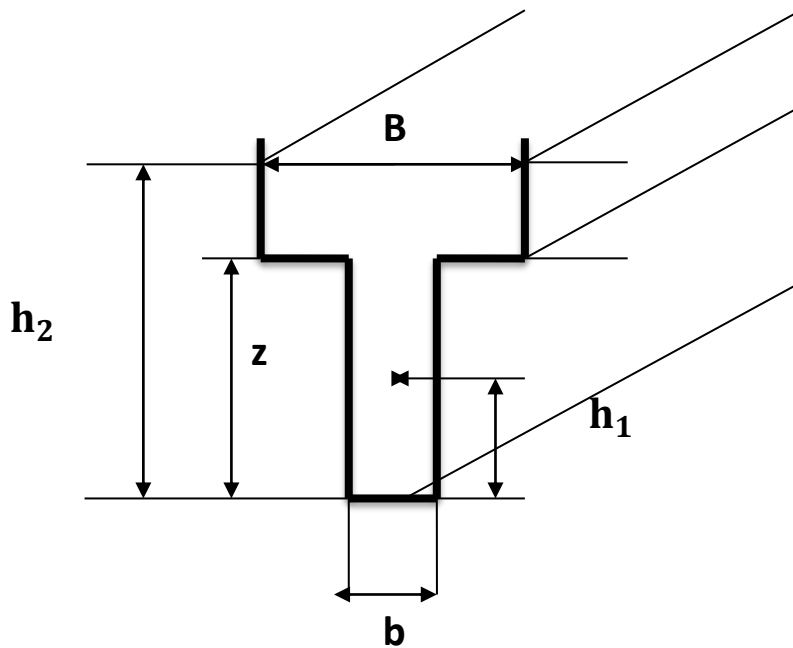
ANNEXE

Selon le théorème de la quantité de mouvement, et en se basant sur des simplifications négligeant les forces de frottements et les contraintes de cisaillement on écrit :

$$\sum F_{ext} = \rho Q (V_2 - V_1)$$

$$\sum F_{ext} = \bar{P}_1 A_1 - \bar{P}_2 A_2 = \bar{W} \bar{h}_1 \cdot A_1 - W \bar{h}_2 \cdot A_2$$

Avec \bar{h}_1 et \bar{h}_2 les hauteurs correspondant aux centres de gravités aux sections d'ouverture et celle de la seconde hauteur conjuguée (c.à.d. de la section rectangulaire composée).



la quantité de mouvement entre les sections 1 et 2 est :

$$\rho Q (V_2 - V_1) = \rho Q \left(\frac{Q}{A_2} - \frac{Q}{A_1} \right) = \rho Q^2 \left(\frac{A_1 - A_2}{A_1 A_2} \right)$$

$$\sum F_{ext} = \underbrace{\bar{W} \bar{h}_1 \cdot A_1}_{F_{1x}} - \underbrace{\bar{W} \bar{h}_2 \cdot A_2}_{F_{2x}} - \underbrace{FBC}_{F_x} = \rho Q (V_2 - V_1) = \rho Q^2 \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right)$$

Avec:

$$\left(\begin{array}{l} A_1 = b h_1 \\ A_2 = (h_2 - z) B + b z \end{array} \right)$$

$$\bar{h}_1 = \frac{h_1}{2}$$

$$\bar{h}_2 = \frac{(h_2 - z)B \left(\frac{h_2 - z}{2}\right) + z6(h_2 - z + \frac{z}{2})}{(h_2 - z)B + bz} = \frac{\frac{B}{2}(h_2 - z)^2 + \left(h_2 - \frac{z}{2}\right)zb}{(h_2 - z)B + bz}$$

Posons:

$$\tau_y = \frac{b}{B} ; \tau_z = \frac{h_1}{z} ; Y = \frac{h_2}{h_1}$$

$$\frac{F_1}{\bar{W}} = \frac{bh_1^2}{2}$$

$$\frac{F_2}{\bar{W}} = \frac{B}{2}(h_2 - z)^2 + \left(h_2 - \frac{z}{2}\right)bz$$

$$\frac{F_{BC}}{\bar{W}} = \frac{h_2}{2}(h_2 - z)(B - b)$$

$$\sum \frac{F_{ext}}{\bar{W}} = \frac{F_1 - F_2 - F_{BC}}{\bar{W}}$$

$$= \left[\frac{bh_1^2}{2} - \frac{B}{2}(h_2 - z)^2 - \left(h_2 - \frac{z}{2}\right)bz - \frac{h_2}{2}(h_2 - z)(B - b) \right]^{(*)}$$

$$= \frac{\rho Q^2}{\bar{W}} \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right) = \frac{Q^2}{g} \left(\frac{A_1 - A_2}{A_1 A_2} \right) = \frac{Q^2}{g} \left(\frac{bh_1 - [(h_2 - z)(B + bz)]}{bh_1 [(h_2 - z)(B + bz)]} \right)$$

, on divise par h_1^2

$$\Leftrightarrow \sum \frac{F_{ext}}{\bar{W} h_1^2} = \frac{Q^2}{g h_1^2} \left[\frac{bh_1 - [(h_2 - z)(B + bz)]}{bh_1 [(h_2 - z)(B + bz)]} \right] = \frac{Q^2}{g h_1^3 b} \left[\frac{bh_1 - B(h_2 - z) - bz}{(h_2 - z)B + bz} \right]$$

On divise par bh_1 le numérateur et le dénominateur

$$\Leftrightarrow \frac{Q^2}{g h_1^3 b} \left[\frac{1 - B/b \left(\frac{h_2}{h_1} - \frac{z}{h_1}\right) - \frac{z}{h_1}}{\left(\frac{h_2}{h_1} - \frac{z}{h_1}\right) B/2 + \frac{z}{h_1}} \right] = \frac{b}{2} (2F_1^2) \left[\frac{1 - \frac{1}{\tau_y} \left(y - \frac{1}{\tau_y}\right) - \frac{1}{\tau_y}}{\left(y - \frac{1}{\tau_y}\right) \frac{1}{\tau_y} + \frac{1}{\tau_y}} \right]$$

Car :

$$\tau_y = \frac{b}{B}$$

et

$$\tau_z = \frac{h_1}{z}$$

et

$$F_1^2 = \frac{Q^2}{gh_1^2 h_1^3}$$

On a aussi d'autre part :

$$\begin{aligned} \sum \frac{F_{ext}}{\bar{W}h_1^2} &= \frac{(*)}{h_1^2} = \frac{b}{2} - \frac{B}{2} \left[\frac{h_2^2}{h_1^2} - \frac{2h_2 z}{h_1 h_1} + \frac{z^2}{h_1^2} \right] - b \left[\frac{z}{h_1} \left(\frac{h_2}{h_1} - \frac{z}{2h_1} \right) \right] - \frac{(B-b)}{2} \left(\frac{h_2}{h_1} - \frac{z}{h_1} \right) \\ &= \frac{b}{2} \left\{ 1 - \frac{B}{2} \left[\left(\frac{h_2}{h_1} \right)^2 - 2 \frac{h_2 z}{h_1 h_1} + \left(\frac{z}{h_1} \right)^2 \right] - 2 \frac{z}{h_1} \left(\frac{h_2}{h_1} - \frac{z}{2h_1} \right) - \left(\frac{B}{2} - 1 \right) \left(\frac{h_2}{h_1} - \frac{z}{h_1} \right) \right\} \\ &= \frac{b}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{\tau_y} \left[y^2 - 2 \frac{y}{\tau_z} + \frac{1}{\tau_z^2} \right] - \frac{2}{\tau_z} \left(y - \frac{1}{2\tau_z} \right) - \left(\frac{1}{\tau_y} - 1 \right) \left(y - \frac{1}{\tau_z} \right) \right\} \\ \sum \frac{F_{ext}}{\bar{W}h_1^2} &= \frac{b}{2} \left\{ 1 - \frac{(y - \frac{1}{\tau_z})^2}{\tau_y} - \left(\frac{1}{\tau_y} - 1 \right) \left(y - \frac{1}{\tau_z} \right) - \frac{2}{\tau_z} \left(\frac{2y\tau_z - 1}{2\tau_z} \right) \right\} \\ &= \frac{b}{2} \left\{ 1 - \frac{(y - \frac{1}{\tau_z})^2}{\tau_y} - \left(\frac{1}{\tau_y} - 1 \right) \left(y - \frac{1}{\tau_z} \right) - \frac{4y\tau_z - 2}{2\tau_z^2} \right\} \\ &= \frac{b}{2} \left\{ 1 - \frac{(y - \frac{1}{\tau_z})^2}{\tau_y} - \left(\frac{1}{\tau_y} - 1 \right) \left(y - \frac{1}{\tau_z} \right) - \frac{(2y - \frac{1}{\tau_z})}{\tau_z} \right\} \\ &= \frac{b}{2} 2F_1^2 \left[\frac{1 - \frac{1}{\tau_y} \left(y - \frac{1}{\tau_z} \right) - \frac{1}{\tau_z}}{\left(y - \frac{1}{\tau_z} \right) \frac{1}{\tau_y} + \frac{1}{\tau_z}} \right] \\ &= \frac{1 - \frac{y - \frac{1}{\tau_z}}{\tau_y} - \frac{1}{\tau_z}}{\frac{y - \frac{1}{\tau_z}}{\tau_y} + \frac{1}{\tau_z}} = - \frac{-1 + \frac{y - \frac{1}{\tau_z}}{\tau_y} + \frac{1}{\tau_z}}{\frac{y - \frac{1}{\tau_z}}{\tau_y} + \frac{1}{\tau_z}} = 0 \\ &= \frac{1}{\frac{y\tau_z - 1 + \tau_z}{\tau_y \tau_z}} - 1 = \frac{\tau_y \tau_z}{y\tau_z - 1 + \tau_z} - 1 \end{aligned}$$

On divise par τ_z les 2 membres :

$$= \frac{\tau_y \tau_z / \tau_z}{y - \frac{1}{\tau_z} + \tau_y / \tau_z} - 1 = \frac{\tau_y}{y - (1 - \tau_y) / \tau_z} - 1$$

$$2F_1^2 \left(\frac{\tau_y}{y - \frac{1 - \tau_y}{\tau_z}} - 1 \right) = 1 - \frac{\left(y - \frac{1}{\tau_z}\right)^2}{\tau_y} - \left(\frac{1}{\tau_y} - 1\right) \left(y - \frac{1}{\tau_z}\right) - \frac{\left(2y - \frac{1}{\tau_z}\right)}{\tau_z} (**)$$

Dans la cas où $b = B(\tau_y = 1)$ on aura :

$$2F_1^2 \left(\frac{1}{y} - 1 \right) = 1 - \left(y - \frac{1}{\tau_z}\right)^2 - \frac{\left(2y - \frac{1}{\tau_z}\right)}{\tau_z}$$

$$2F_1^2 \left(\frac{1 - y}{y} \right) = 1 - y^2 - \frac{1}{\tau_z^2} + \frac{2y}{\tau_z} - \frac{2y - \frac{1}{\tau_z}}{\tau_z} = \frac{\tau_z^2 - y^2 \tau_z^2 - 1 + 2y\tau_z - 2y\tau_z + 1}{\tau_z^2}$$

$$2F_1^2 \left(\frac{1 - y}{y} \right) = \frac{\tau_z^2 - y^2 \tau_z^2}{\tau_z^2} = 1 - y^2$$

$$\Leftrightarrow 2F_1^2(1 - y) = y(1 - y^2) = y(1 - y)(1 + y)$$

$$2F_1^2 = y(1 + y) \Leftrightarrow y^2 + y - 2F_1^2 = 0 \Leftrightarrow F_1^2 = \frac{y(y - 1)}{2} \text{ (Bélanger)}$$

$$\Delta = 1 - 4 \times 1 \times (-2F_1^2) = 1 + 8F_1^2$$

$$Y_1 = \frac{-1 - \sqrt{1 + 8F_1^2}}{2} < 0 \text{ à rejeter} ; Y_2 = \frac{-1 + \sqrt{1 + 8F_1^2}}{2} > 0 \text{ à retenir}$$

$$(**) \Leftrightarrow F_1^2 = \frac{1 - \frac{\left(y - \frac{1}{\tau_z}\right)^2}{\tau_y} - \left(\frac{1}{\tau_y} - 1\right) \left(y - \frac{1}{\tau_z}\right) - \frac{\left(2y - \frac{1}{\tau_z}\right)}{\tau_z}}{2 \left(\frac{\tau_y}{y - \frac{1 - \tau_y}{\tau_z}} - 1 \right)}$$

Cette dernière relation représente la relation des hauteurs conjuguées en terme du Froude incident et les rapports τ_y et τ_z (rapport des largeurs et rapports des hauteurs) d'un canal composé droit.

Recherche du Froude Seuil

$$2F_1^2 \left(\frac{\tau_y}{y - (1 - \tau_y)/\tau_z} - 1 \right) = 1 - \frac{(y - \frac{1}{\tau_z})^2}{\tau_y} - \left(\frac{1}{\tau_y} - 1 \right) \left(y - \frac{1}{\tau_z} \right) - \frac{(2y - \frac{1}{\tau_z})}{\tau_z}$$

Equation avec F_{BC} var 01 : $h_1 < z$ et $h_2 \geq z$

Si

$$h_2 = z \Rightarrow y = \frac{h_2}{h_1} = \frac{z}{h_1} = \frac{1}{\tau_z} \rightarrow \text{on remplace dans l'équation}$$

$$2F_1^2 \left(\frac{\tau_y}{\frac{1}{\tau_z} - \frac{1 - \tau_y}{\tau_z}} - 1 \right) = 1 - \frac{(\frac{1}{\tau_z} - \frac{1}{\tau_z})^2}{\tau_y} - \left(\frac{1}{\tau_y} - 1 \right) \left(\frac{1}{\tau_z} - \frac{1}{\tau_z} \right) - \frac{(2\frac{1}{\tau_z} - \frac{1}{\tau_z})}{\tau_z}$$

$$2F_1^2 \left(\frac{\tau_y}{\frac{1}{\tau_z} (1 - 1 + \tau_z)} - 1 \right) = 1 - \frac{1}{\tau_z^2}$$

$$2F_1^2 (\tau_z - 1) = 1 - \frac{1}{\tau_z^2}$$

$$F_{1(seuil)}^2 = \frac{1 - \frac{1}{\tau_z^2}}{2(\tau_z - 1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\tau_z^2 - 1}{\tau_z^2 (\tau_z - 1)} \right) = \frac{1}{2} \left[\frac{(\tau_z - 1)(\tau_z + 1)}{\tau_z^2 (\tau_z - 1)} \right] = \frac{1}{2} \frac{(\tau_z + 1)}{\tau_z^2}$$

$$\rightarrow F_{1(seuil)} = \left(\frac{1}{2 \frac{(\tau_z + 1)}{\tau_z^2}} \right)^{0.5} = \frac{1}{\sqrt{2\tau_z}} (\tau_z + 1)^{0.5}$$

$$F_{1(seuil)}(\tau_z=0.167) = 4.58 ; h_1 = 0.025$$

$$F_{1(seuil)}(\tau_z=0.200) = 3.87 ; h_1 = 0.030$$

$$F_{1(seuil)}(\tau_z=0.253) = 3.12 ; h_1 = 0.038$$

$$F_{1(seuil)}(\tau_z=0.287) = 2.80 ; h_1 = 0.043$$

$$F_{1(seuil)}(\tau_z=0.333) = 2.45 ; h_1 = 0.050$$

Recherche de la solution analytique de l'équation (***) qui se transforme en équation du 3^{eme} degré en y à la forme générale

$$y^3 + ay^2 + by + c = 0$$

Dans la relation générale nous avons la forme :

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

Avec :

$$a = -\frac{3}{\tau_z} + \frac{3\tau_y}{\tau_z}; b = -\tau_y - 2F_1^2\tau_y + \frac{3}{\tau_z^2} - \frac{5\tau_y}{\tau_z^2} + \frac{2\tau_y^2}{\tau_z^2}$$

$$c = \frac{\tau_y}{\tau_z} + \frac{2F_1^2\tau_y}{\tau_z} - \frac{1}{\tau_z^3} + \frac{2\tau_y}{\tau_z^3} - \frac{2\tau_y^2}{\tau_z^2} + 2F_1^2\tau_y^2 - 2F_1^2\tau_y^2/\tau_z$$

On pose ;

$$X = x + \frac{a}{3} = \left(x - \frac{1}{\tau_z} + \frac{\tau_y}{\tau_z}\right)$$

l'équation devient :

$$X^3 + \left(b - \frac{a^3}{3}\right)X + c - \frac{ab}{3} + \frac{2a^3}{27} = 0$$

Ayant la forme :

$$X^3 + pX + q = 0$$

Avec :

$$p = -b + \frac{a^2}{3}$$

et

$$q = -c + \frac{ab}{3} - \frac{2a^2}{27}$$

$$p = \frac{a^2}{3} - b$$

;

$$q = 2\frac{ab}{3} - \frac{2a^3}{27} - c$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^3}}$$

Calcul de

$$\frac{q}{2}$$

:

$$\frac{q}{2} = \frac{ab}{3} - \frac{2a^3}{27} - \frac{c}{2}$$

Calcul de

$$\begin{aligned} \left(\frac{q}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \left(\frac{q}{2}\right)^2 &= \left(\frac{ab}{b} - \left(\frac{2a^3}{27} + \frac{c}{2}\right)\right)^2 = \frac{a^2b^2}{36} + \left(\frac{a^3}{27} + \frac{c}{2}\right)^2 - \frac{a6}{3}\left(\frac{a^3}{27} + \frac{c}{2}\right) \\ &= \frac{a^2b^2}{36} + \frac{a^2}{27} + \frac{c^2}{4} + \frac{ca^3}{27} - \frac{a^4b}{81} - \frac{abc}{6} \end{aligned}$$

Calcul de $\frac{p}{3}$;

$$\frac{p}{3} = \frac{\frac{a^2}{3} - b}{3} = \frac{a^2}{9} - \frac{b}{3}$$

Calcul de $\left(\frac{p}{3}\right)^3$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{p}{3}\right)^3 &= \left(\frac{a^2}{9} - \frac{b}{3}\right)^3 = \left(\frac{a^2}{9} - \frac{b}{3}\right)\left(\frac{a^2}{9} - \frac{b}{3}\right)^2 = \left(\frac{a^2}{9} - \frac{b}{3}\right)\left(\frac{a^4}{81} + \frac{b^4}{9} - \frac{a^4}{81} - \frac{2a^2b}{27}\right) \\ \left(\frac{p}{3}\right)^3 &= \frac{a^6}{729} + \frac{(ab)^2}{81} - \frac{2a^4b}{243} - \frac{a^4b}{243} - \frac{b^3}{27} + \frac{2a^2b^2}{81} \end{aligned}$$

Calcul de

$$\begin{aligned} \left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3 &= \left(\frac{a^2b^2}{36} + \frac{a^6}{729} + \frac{a^2}{4} + \frac{ca^3}{27} - \frac{a^4b}{81} - \frac{abc}{6}\right) - \left(\frac{a^6}{729} + \frac{a^2b^2}{81} - \frac{a^4b}{81} - \frac{b^3}{27}\right. \\ &\quad \left.+ \frac{2a^4b}{81}\right) \end{aligned}$$

$$= \frac{a^2b^2}{36} + \frac{a^6}{729} + \frac{c^2}{4} + \frac{ca^3}{27} - \frac{a^4b}{81} - \frac{abc}{6} - \frac{a^6}{729} - \frac{a^2b^2}{81} + \frac{a^4b}{81} + \frac{b^3}{27} - \frac{a^2b^2}{81}$$

$$= \frac{a^2b^2}{36} - \frac{a^2b^2}{27} + \frac{c^2}{4} + \frac{ca^3}{27} - \frac{abc}{6} + \frac{b^3}{27} = -\frac{a^2b^2}{81} + \frac{c^2}{4} + \frac{ca^3}{27} - \frac{abc}{6} + \frac{b^3}{27}$$

Calcul de :

$$\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3 = \frac{a^2b^2}{36} + \frac{a^6}{729} + \frac{c^2}{4} + \frac{ca^3}{27} - \frac{a^4b}{81} - \frac{abc}{6} + \frac{a^6}{729} + \frac{a^2b^2}{81} - \frac{a^4b}{81} - \frac{b^3}{27}$$

$$= \frac{63a^2b^2}{972} + \frac{2a^6}{729} + \frac{c^2}{4} + \frac{ca^3}{27} - \frac{2a^4b}{81} - \frac{abc}{6} - \frac{b^3}{27}$$

τ_y	τ_z	F_1	F_1^2	F^2	τ_z^2	$1/\tau_z$	$1/\tau_z^2$	τ_y/τ_z	τ_y^2	τ_z^3	$1/\tau_z^3$	a	b	c	p	q

avec les résultats du tableau on trouve les valeurs y et h_2 correspondantes, comme on peut aussi utiliser le SOLVEUR EXCEL : et c'est ce que nous avons fait pour dresser les figures du chapitre 4.

Variante sans F_x

Nous avons toujours

$$\frac{F_1}{\bar{W}} = \frac{bh_1^2}{2} \text{ et } \frac{F_2}{\bar{W}} = \frac{B}{2}(h_2 - z)^2 + \left(h_2 - \frac{z}{2}\right)bz$$

;

$$F_B = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\sum F_{ext}}{\bar{W}h_1^2} &= \frac{F_1 - F_2}{\bar{W}} = \left[\frac{bh_1^2}{2} - \frac{B}{2}(h_2 - z)^2 - (h_2 - z/2)bz \right]^{(*)} = \frac{Q^2}{\bar{W}} \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right) \\ &= \frac{Q^2}{g} \left(\frac{bh_1 - [(h_2 - z)B + b_z]}{bh_1 - [(h_2 - z)B + b_z]} \right) \end{aligned}$$

On divise par h_1^2 :

$$\frac{\sum F_{ext}}{\bar{W}h_1^2} = \frac{Q^2}{gh_1^2} \left(\frac{bh_1 - [(h_2 - z)B + b_z]}{bh_1 - [(h_2 - z)B + b_z]} \right) = \frac{Q^2}{gh_1^2 b} \left[\frac{bh_1 - B(h_2 - z)bz}{[(h_2 - z)B + b_z]} \right]$$

On divise par bh_1 :

$$\frac{Q^2}{gh_1^2 b} \left[\frac{1 - \frac{B}{b} \left(\frac{h_2}{h_1} - \frac{z}{h_1} \right) - \frac{z}{h_1}}{\left(\frac{h_2}{h_1} - \frac{z}{h_1} \right) B/b + \frac{z}{h_1}} \right] = \frac{6}{2} 2F_1^2 \left[\frac{1 - \frac{1}{\tau_y} \left(y - \frac{1}{\tau_z} \right) - \frac{1}{\tau_z}}{\left(y - \frac{1}{\tau_z} \right) \frac{1}{\tau_y} + \frac{1}{\tau_z}} \right]$$

Car

$$\begin{aligned} \tau_y &= \frac{b}{B} \text{ et } \tau_z = \frac{h_1}{z} \\ F_1^2 &= \frac{Q^2}{gh_1^2 b^3} \end{aligned}$$

On a aussi d'autre part :

$$\frac{\sum F_{ext}}{\bar{W}h_1^2} = \frac{(*)}{h_1^2} = \frac{b}{2} - \frac{B}{2} \left[\frac{h_2^2}{h_1^2} - \frac{2h_2 z}{h_1 h_1} + \frac{z^2}{h_1^2} \right] - b \left[\frac{z}{h_1} \left(\frac{h_2}{h_1} - \frac{z}{2h_1} \right) \right]$$

$$= \frac{b}{2} \left\{ 1 - \frac{B}{b} \left[\left(\frac{h_2}{h_1} \right)^2 - 2 \frac{h_2 z}{h_1 h_1} + \left(\frac{z}{h_1} \right)^2 \right] - 2 \frac{z}{h_1} \left(\frac{h_2}{h_1} - \frac{z}{2h_1} \right) \right\}$$

$$= \frac{b}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{\tau_y} \left[y^2 - 2 \frac{y}{\tau_z} + \frac{1}{\tau_z^2} \right] - \frac{2}{\tau_z} \left(y - \frac{1}{2\tau_z} \right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{b}{2} \left\{ 1 - \frac{\left(y - \frac{1}{\tau_z}\right)^2}{\tau_y} - \frac{2}{\tau_z} \left(\frac{2y - 1}{2\tau_z}\right) \right\} \\
 &= \frac{b}{2} \left\{ 1 - \frac{\left(y - \frac{1}{\tau_z}\right)^2}{\tau_y} - \left(\frac{4y - 2}{2\tau_z^2}\right) \right\} = \frac{b}{2} \left\{ 1 - \frac{\left(y - \frac{1}{\tau_z}\right)^2}{\tau_y} - \left(\frac{2y - 1/\tau_z}{\tau_z}\right) \right\} \\
 &= \frac{b}{2} 2F_1^2 \left[\frac{1 - \frac{1}{\tau_y} \left(y - \frac{1}{\tau_z}\right) - \frac{1}{\tau_z}}{\left(y - \frac{1}{\tau_z}\right) \frac{1}{\tau_y} + \frac{1}{\tau_z}} \right] \\
 2F_1^2 \left(\frac{\tau_y}{y - \frac{1 - \tau_y}{\tau_z}} - 1 \right) &= 1 - \frac{\left(y - \frac{1}{\tau_z}\right)^2}{\tau_y} - \frac{\left(2y - \frac{1}{\tau_z}\right)}{\tau_z}
 \end{aligned}$$

Dans le cas où $b = B(\tau_y = 1)$, on aura:

$$\begin{aligned}
 2F_1^2 \left(\frac{1}{y} - 1 \right) &= 1 - \frac{\left(y - \frac{1}{\tau_z}\right)^2}{1} - \frac{\left(2y - \frac{1}{\tau_z}\right)}{\tau_z} \\
 2F_1^2 \left(1 - \frac{y}{y} \right) &= 1 - y^2 - \frac{1}{\tau_z^2} + \frac{2y}{\tau_z} - 2y - \frac{1}{\tau_z} = \frac{\tau_z^2 - y^2 \tau_z^2 - 1 + 2y\tau_z - 2y\tau_z + 1}{\tau_z^2} \\
 2F_1^2 \left(1 - \frac{y}{y} \right) &= \frac{\tau_z^2 - y^2 \tau_z^2}{\tau_z^2} = 1 - y^2 \\
 2F_1^2(1 - y) &= y(1 - y^2) = y(1 - y)(1 + y) \Leftrightarrow 2F_1^2 = y(1 + y) \Leftrightarrow \\
 y^2 + y - 2F_1^2 &= 0 \Leftrightarrow 2F_1^2 = \frac{y(y - 1)}{2} \text{ (Bélangier)}
 \end{aligned}$$

Selon Hager (1985)

$$F_1^2 = \frac{1 - \frac{\left(y - \frac{1}{\tau_z}\right)^2}{\tau_y} - \frac{\left(2y - \frac{1}{\tau_z}\right)}{\tau_z}}{2 \left(\frac{\tau_y}{y - \frac{1 - \tau_y}{\tau_z}} - 1 \right)}$$

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ACHOUR, B., 2000. Hydraulic jump in a suddenly widened circular tunnel. *Journal of Hydraulic Research*, 38 (4), pp. 307–311. [doi: 10.1080/00221680009498330](https://doi.org/10.1080/00221680009498330)
- ACKERS P. (1991) Hydraulic design of straight compound channels. SR281, HR Wallingford, Wallingford, U K, 1991.
- AL-KHATIB, I. A., GOGUS, M., 2014. Φ -indices approach and multivariable regression analysis for prediction of discharge in asymmetric straight compound open channel flows. *Flow Measurement and Instrumentation*, 38 (4), pp. 82-91. <http://dx.doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2014.05.010>
- AZAMATHULLA, H. Md., ZAHIRI, A., 2012. Flow discharge prediction in compound channels using linear genetic programming. *Journal of hydrology*, (454-455), pp. 203-207. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2012.05.065>
- BABAALI, H., SHAMSAI, A., VOSOUGHIFAR, H., 2015. Computational Modeling of the Hydraulic Jump in the Stilling Basin with Convergence Walls Using CFD Codes. *Arab J Sci Eng*, 40 (2), pp. 381–395. [doi : 10.1007/s13369-014-1466-z](https://doi.org/10.1007/s13369-014-1466-z)
- BEIRAMI, M. K., CHAMANI, M. R., 2010. Hydraulic jump in sloping channels: roller length and energy loss. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 37 (4), pp. 535–543. [doi :10.1139/L09-175](https://doi.org/10.1139/L09-175)
- BELANGER, J.B. 1828. Notes sur le cours d'hydrauliques. (Notes on the course in hydraulics). Memoire, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France.
- BOUSMAR, D., 2002. Flow modelling in compound channels Momentum transfer between main channel and prismatic or non-prismatic floodplains. Thèse de Doctorat. Université catholique de Louvain Faculté des Sciences Appliquées Unité de Génie Civil et Environnemental. 32 pages.
- BOUSMAR D, RIVIÈRE N, PROUST S, PAQUIER A, MOREL R, ZECH Y. (2005) Upstream discharge distribution in compound-channel flumes. *J H Eng* 2005, ASCE; 131(5): 408-412.
- BOUSMAR D, WILKIN N, JACQUEMART, J H, ZECH Y. (2004) Overbank flow in symmetrically narrowing flood plains. *J H Eng* 2004; 130(4): 305-312.
- BRADLEY, J.N, PETERKA, A.J. 1957. The hydraulic design of stilling basins: hydraulic jumps on a horizontal apron (Basin I). *J Hydraul Div. ASCE* ;83(5). 1041-1-1042.
- CHATILA, J.G., TOWNSEND, R.D., 1996. Discharge estimation methods for steady compound channel flows. *Canadian Water Resources Journal/ Revue Canadienne des*

- Ressources Hydriques, 21(2), pp. 131-137. [doi :10.4296/cwrj2102131](https://doi.org/10.4296/cwrj2102131)
- CHOW, V. T., 1981. Open-Channel Hydraulics. 17th printing, International Student Edition. McGraw-Hill, Tokyo.
- FAROOQ, R., AHMAD, W., HASHMI, H. N., SAEED, Z., 201é. Computation of Momentum Transfer Coefficient and Conveyance Capacity in Asymmetric Compound Channel. Arab J Sci Eng, 41 (10), pp. 4225-4234. [doi: 10.1007/s13369-016-2173-8](https://doi.org/10.1007/s13369-016-2173-8)
- HABIBZADEH, A., LOEWEN, M. R., RAJARATNAM, N., 2016. Turbulence measurements in submerged hydraulic jumps with baffle blocks. Canadian Journal of Civil Engineering, 43 (6), pp. 553–561. [doi :10.1139/cjce-2015-0480](https://doi.org/10.1139/cjce-2015-0480)
- HAGER, W.H. (1987), Der Abfluss in U-Profile, Korrespondenz Abwasser, Vol. 34, pp. 468-482.
- HAGER, W.H. (1989), Hydraulic jump in U-shaped channel, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 115, n°5, pp. 667-675.
- HAGER, W.H., BREMEN, R., KAWAGOSHI, N. 1990. Classical hydraulic Jump-Jump length. Journal of hydraulic research. Vol.28, pp.591-607
- HAGER, W.H., SINNIGER, R. 1986. Flow characteristics of the hydraulic jump in a stilling basin with an abrupt bottom rise. Journal of hydraulic research. Vol.23, pp.101-113; Vol.24, pp.207-215.
- HOUICHI, L., DECHEMI, N., HEDDAM, S., ACHOUR, B., 2013. An evaluation of ANN methods for estimating the lengths of hydraulic jumps in U-shaped channel. Journal of Hydro informatics. IWA Publishing, 15 (1), pp. 147–154. [doi :10.2166/hydro.2012.138](https://doi.org/10.2166/hydro.2012.138)
- JAZIZADEH, F., ZARRATI, A.R., 2006. Numerical modeling of boundary shear stress distribution in compound channel flow. The 7th Int. Conf. on Hydrosience and Engineering (ICHE-2006), Sep 10 –Sep 13, Philadelphia, USA
- KHATTAOUI M., ACHOUR B., 2012. Ressaut hydraulique en lit composé / Hydraulic jump in compound channel. Le Journal de l'Eau et de l'Environnement, 20 (1), pp. 44–51. (In French). <http://share.ensh.dz/index.php/ljee/article/view/261>
- KUNSTATSKY, J., VYBORA, P. (1966), Die Tiefen des Wassersprunges mit freiem Wasserspiegel im Kreisrunden Querschnitt, Vodohospodarsky Casopic. Cislol.
- LANE, E.W., KINDSVATER, C.E. (1938), Hydraulic jump in enclosed conduits, Engineering News-Records:, Vol. 121, n°26.
- LIAO, H., KNIGHT, D. W., 2007. Analytic stage-discharge formulae for flow in straight trapezoidal open channels. Advances in Water Resources, 30 (11), pp. 2283–2295. [doi : 10.1016/j.advwatres.2007.05.002](https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2007.05.002)

- LIU, J. L., WANG, Z. Z., LENG, C. J., ZHAO, Y. F., 2012. Explicit equations for critical depth in open channels with complex compound cross sections. *Flow Measurement and Instrumentation*, 24 (2), pp. 13–18. [doi : 10.1016/j.flowmeasinst.2011.12.005](https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2011.12.005)
- LIU, C., LUO, X., LIU, X., YANG, K., 2013. Modeling depth-averaged velocity and bed shear stress in compound channels with emergent and submerged vegetation. *Advances in Water Resources*, 60 (10), pp. 148-159. <http://dx.doi.org/10.1016/j.advwatres.2013.08.002>
- MOHANTY, P. K., KHATUA, K. K., 2014. Estimation of discharge and its distribution in compound channels. *Journal of Hydrodynamics*, 26(1), pp. 144-154. [doi: 10.1016/S1001-6058\(14\)60017-2](https://doi.org/10.1016/S1001-6058(14)60017-2)
- MORVAN H, PENDER G, WRIGHT N G, ERVINE D A. (2002) Three- Dimensional hydrodynamics of meandering compound channels. *JHE* 2002; 128(7): 674-682.
- MORVAN, H., KNIGHT, D., WRIGHT, N., TANG, X., CROSSLEY, A., 2008. The concept of roughness in fluvial hydraulics and its formulation in 1D, 2D and 3D numerical simulation models. *Journal of Hydraulic Research*, 46 (2), pp. 191-208. [doi :10.1080/00221686.2008.9521855](https://doi.org/10.1080/00221686.2008.9521855)
- PELTIER, Y., PROUST, S., RIVIERE, N., PAQUIER, A., SHIONO, K., 2013. Turbulent flows in straight compound open-channel with a transverse embankment on the floodplain. *Journal of Hydraulic Research*, 51 (4), pp. 44-458. [doi: 10.1080/00221686.2013.796499](https://doi.org/10.1080/00221686.2013.796499)
- PROUST, S., 2005. Ecoulements non-uniformes en lits composés : effets de variations de largeur du lit majeur. Thèse de Doctorat. Institut national des sciences appliquées de Lyon. Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique. Ecole doctorale M.E.G.A. (Mécanique, Energétique, Génie civil, Acoustique). 383 pages.
- PROUST, S., BOUSMAR, D., RIVIÈRE, N., PAQUIER, A., ZECH, Y., 2010. Energy losses in compound open channels. *Advances in Water Resources*, 33 (1), pp. 1-16. [doi: 10.1016/j.advwatres.2009.10.003](https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2009.10.003)
- RAJARATNAM, N. (1964), Discussion of SILVESTER (1964), *J. Hyd. Div., ASCE*, Vol. 90, n°4, pp. 341-350.
- RAJARATNAM, N. (1965), Hydraulic jump in horizontal conduits, *Water Power*, Vol. 17, pp. 80-83.
- RAJARATNAM, N. (1967), Hydraulic jumps, *Advances in hydroscience*, 4: 197-280, ed. V.T. Chow, Academic Press, New York, N.Y.
- RAJARATNAM, N., 1995. Energy dissipators and hydraulic jump. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 22 (3), pp. 649–659. [doi :10.1139/195-075](https://doi.org/10.1139/195-075)

- SAHU, M., KHATUA, K. K., MAHAPATRA, S. S., 2011. A neural network approach for prediction of discharge in straight compound open channel flow. *Flow Measurement and Instrumentation*, 22 (5), pp. 438-446. [doi: 10.1016/j.flowmeasinst.2011.06.009](https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2011.06.009)
- SELLIN R H J. (1964) A laboratory investigation into the interaction between the flow in the channel of a river and that over its flood plain. *La Houille Blanche* 2002; 7: 793-802.
- SILVESTER, R. 1964. Hydraulic jump in all shapes of horizontal channels. *ASCE, Journal of the Hydraulics Division* ; 90(HY1) :23-55.
- VATANKHAH, A.R., 2013. Multiple Critical Depth Occurrence in Two-Stage Cross Sections: Effect of Side Slope Change. *J. Hydrol. Eng.* (18), pp. 722-728.
[doi: org/10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0000682](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000682)
- WANG, H., YANG, K.J., CAO, S. Y., LIU, X. N., 2007. Computation of momentum transfer coefficient and conveyance capacity in compound channels. *Journal of hydrodynamics. Ser B*, 19 (2), pp. 225-229. [doi :10.1016/S1001-6058\(07\)60052-3](https://doi.org/10.1016/S1001-6058(07)60052-3)
- YANG, Z., GAO, W., HUAI, W., 2012. Estimation of discharge in compound channels based on energy concept. *Journal of Hydraulic Research*, 50 (1), pp. 105-113.
[doi: 10.1080/00221686.2011.638212](https://doi.org/10.1080/00221686.2011.638212)
- YANG, K., CAO, S., LIU, X., 2007. Flow resistance and its prediction methods in compound channels. *Acta Mech Sin*, 50 (1), pp. 105-113. [doi : 10.1007/s10409-006-0043-4](https://doi.org/10.1007/s10409-006-0043-4)
- YANG, K., CAO, S., LIU, X., 2005. Study on resistance coefficient in compound channels. *Acta Mech Sin*, 21, pp. 353-361. [doi: 10.1007/s10409-005-0042-x](https://doi.org/10.1007/s10409-005-0042-x)
- ZENG, Y., WANG, Y., Wen-xin HUAI, W., 2010. Hydraulic calculation of steady uniform flows in trapezoidal compound open channels. *Appl. Math. Mech. -Engl. Ed.* 31(8), 947-954. [doi : 10.1007/s10483-010-1329-z](https://doi.org/10.1007/s10483-010-1329-z)