

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université Mohamed Khider – Biskra

Faculté des Sciences et de la technologie

Département : Génie mécanique

Ref :.....



جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم: الهندسة الميكانيكية
المرجع:.....

Thèse présentée en vue de l'obtention du Diplôme de

Doctorat en Sciences en Génie Mécanique

Spécialité : Génie Mécanique

Thème

**MODELISATION ET OPTIMISATION DES PERFORMANCES
DYNAMIQUES D'UNE MACHINE OUTIL A STRUCTURE
PARALLELE**

Présentée par : BOUREBBOU Amor

Soutenue publiquement le : 21/11/2019

Devant le jury composé de :

Pr CHEBBAH Mohamed-saïd	Président	Université de Biskra
Pr HECINI Mabrouk	Rapporteur	Université de Biskra
Pr ASSAS Mekki	Co-Rapporteur	Université de Batna 2
Pr BENBOUTA Rachid	Examineur	Université de Batna 2
Dr BELLOUFI Abderrahim	Examineur	Université de Ouargla
Dr GUERIRA Belhi.	Examineur	Université de Biskra

Remerciements

Je remercie Dieu pour m'avoir donné la santé la patience et le courage tout au long du travail.

En cadre de la collaboration entre le département de Génie Mécanique de l'université de Biskra et le département de Mécanique de l'université de Batna, ce travail a été réalisé au sien de l'équipe Système de Production Intégré du Laboratoire de Recherche en Productique (LRP) du département de mécanique de l'université de Batna.

*Je tien à remercier chaleureusement mon directeur de thèse, Pr **Assas Mekki**. Merci pour votre écoute, vos conseils et vos encouragements qui m'ont été précieux pour mener ce travail à son terme.*

*Je remercie spécialement le professeur **Hecini Mabrouk** de l'université de Biskra d'avoir accepté d'être Co-encadreur de thèse, pour ses précieux conseils qui m'ont permis de concrétiser ce travail.*

*Je tiens à remercier avec plus grande gratitude Monsieur **CHEBBAH Mohamed-saïd** Professeur à l'université de Biskra de l'honneur q'il me fait d'avoir accepté de présider le jury de ce mémoire.*

*Je remercie également Monsieur **BENBOUTA Rachid**, Professeur à l'université de Batna, d'avoir accepté de se joindre à ce jury comme examinateur.*

*Je tiens également à présenter mes remerciements à Monsieur **BELLOUFI Abderrahim**, maître de conférences à l'Université de Ouargla, d'avoir accepté d'être examinateur et membre de ce jury.*

*Mes remerciements vont également à Monsieur **GUERIRA Belhi**, maître de conférences à l'université de Biskra, pour avoir bien voulu juger ce travail.*

Mes sincères remerciements vont à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail, en particulier Fedouï Kamel, Ammouri Ammar, Mezoudj Mourad, Baroura Lazhar, et tous mes collègues.

De même j'associe mes remerciements à tous les enseignants qui ont contribué à ma formation, et tous mes collègues de l'université de Constantine 1 en particulier les enseignants du Département de Génie Mécanique.

Bien sur, je n'oublie pas à remercier mes parents, ma petite famille, ma grande famille, mes frères, sœurs et tous mes collègues.

Table des matières

Table des matières	I
Liste des figures	IV
Liste des tableaux	VI
<hr/>	
Introduction générale	1
Notations	4
<hr/>	
Chapitre I Etat de l'art sur les mécanismes à structures parallèles	
<hr/>	
I. 1 Introduction.....	6
I. 2 La structure parallèle pour les mécanismes.....	7
I. 3 Définitions fondamentales	8
I. 3. 1 Mécanisme parallèle	8
I. 3. 2 Degré de liberté	8
I. 3. 3 Liaisons mécaniques	8
I. 4 Historique des mécanismes parallèles.....	9
I. 5 Différents familles des mécanismes à structure parallèle	12
I. 5. 1 Structure pleinement parallèle	12
I. 5. 2 Structure hybride	12
I. 5. 3 Structure redondants	13
I. 5. 3.1 La redondance d'actionnement	13
I. 5. 3.2 La redondance cinématique	13
I. 5. 3.3 La redondance de mesure	14
I. 6 Les machines-outils à structure parallèle	14
I. 6. 1 Le bâti	14
I. 6. 2 Organe terminal	14
I. 6. 3 Eléments porteurs	15
I. 7 Existence des machines-outils à structure parallèle dans l'industrie	15
I. 7.1 Fraiseuse à cinématique parallèle à 3 axes	15
I. 7.2 Fraiseuse à cinématique parallèle à 5 axes	16
I.7. 2. 1 Machine-outil à structure parallèles OSMO CENTAR OKUMA PM600	16
I.7. 2. 2 Centres d'usinage lignes ECOSPEED et ECOLINER	17
I.7. 2. 3 La machine-outil à structure parallèle Indicateur de machine verticale V100	18
I. 8 Les performances des mécanismes à structure parallèle	18
I. 8. 1 Espace de travail	18
I. 8. 2 Rapport entre la masse à transporter et la masse du mécanisme	19
I. 8. 3 Précision et répétabilité	19
I. 8. 4 Comportement dynamique	19
I. 9 Les avantages et les inconvénients des machines cinématiques parallèles	19
I.10 Classification des machines-outils à structure parallèle	20
I.10. 1 Classification selon les mouvements effectués	20
I.10. 1.1 Structure planaire	20
I.10. 1.2 Structure spatiale	21
I.10.1 Classification selon la forme des bras	21
I.10.2 Classification selon le type des moteurs	22
I.10.3 Classification selon le type des articulations	23
I.11 Conclusion	24
Bibliographie	25

Chapitre II Modélisation des mécanismes et machines-outils à structure parallèle

II.1	Introduction.....	28
I.2	Objectif de la modélisation	28
II.3	Espace articulaire et espace opérationnelle	29
II. 4	Paramétrage d'une structure de type Delta	30
II. 5	Modélisation géométrique	30
II. 5. 1	Changements des coordonnées	31
II. 5. 2	Orientation d'un solide dans un repère	31
II. 5. 3	Orientation de la nacelle	34
II. 5. 4	Modèle géométrique inverse	35
II. 5. 5	Modèle géométrique direct	36
II.6	Modèle cinématique	37
II. 6. 1	Modèle cinématique inverse.....	37
II. 6. 2	Modèle cinématique directe	39
II.7	Modélisation dynamique	39
II. 7. 1	Modèle dynamique inverse	40
II. 7. 2	Modèle dynamique directe	40
II. 7. 3	Relation entre les accélérations	42
II.8	Approches d'analyse dynamique	43
II. 8. 1	Développement du modèle dynamique par l'approche de Lagrange	43
II. 8. 2	Développement du modèle dynamique par l'approche de Newton-Euler ..	44
II. 8. 3	Développement du modèle dynamique par l'approche des travaux virtuel.	45
II. 9	Conclusion	45
	Bibliographie	46

Chapitre III Etude et Modélisation Géométrique d'une machine outil à structure parallèle

III.1	Introduction.....	49
III.2	Descriptions de la machine-outil à structure parallèle	49
III.3	Analyse structurale de la machine-outil à structure parallèle	50
III.3.1	Le bâti	50
III.3.2	Les moteurs	50
III.3.3	La nacelle	51
III.3.4	Les bras	51
III.4	Graphe de liaisons (Graphe d'agencement)	51
III.5	Formule de Grübler	52
III.6	Paramétrage de la machine-outil	53
III. 6. 1	Paramétrage de la plateforme	54
III. 6. 2	Paramétrage de la nacelle	55
III. 6. 3	Paramétrage de la partie mobile de la machine outil	55
III. 6. 4	Paramétrage de la chaîne cinématique fermé	56
III.7	Etude des positions des moteurs pour le déplacement de l'outil dans l'espace de travail	58
III.7.1	Les valeurs de position de l'effecteur et des actionneurs	58
III.8	Etude des positions des moteurs pour le déplacement de l'outil dans un plan	59
III.8. 1	Déplacements du moteur linéaire q_1	59
III.8. 2	Déplacements du moteur linéaire q_2	60
III.8. 3	Déplacements du moteur linéaire q_3	60
III.9	Détermination des positions du moteur l en fonction de la trajectoire de l'outil	61

Table des matières

III.9.1	Positions des moteurs pour une trajectoire linéaire	61
III.9.2	Positions des moteurs linéaires en fonction de la stratégie d'usinage	62
III.9.3	Discussion des résultats	64
III.10	Etude comparatif en fonction de la trajectoire de l'outil	64
III.10.1	Cas d'une trajectoire circulaire	64
III.10.2	Cas d'une trajectoire spirale	66
III.11	Conclusion	68
	Bibliographie.....	69

Chapitre IV Etude dynamique et optimisation d'une machine outil parallèle à trois axes

IV.1	Introduction.....	72
IV.2	Modèle dynamique inverse	72
IV.3	Détermination de la matrice Jacobienne.....	74
IV.4	Détermination des forces de poussé des moteurs	75
IV.5	Résultats de simulation dynamique	76
IV.6	Discussion des résultats	78
IV.7	Simulation dynamique avec le logiciel Solidworks	78
IV.7.1	Simulation pour une trajectoire circulaire	79
IV.7.2	Simulation pour une trajectoire spirale	81
IV.7	Optimisation	84
IV.8	Optimisation du modèle	84
IV.9	Optimisation des dimensions des bras	85
IV.9.1	Bras à une section circulaire plein	85
IV.9.2	Bras à une section circulaire creux	88
IV.10	Conclusion	91
	Bibliographie.....	92
	Conclusion Générale....	94

Liste des figures

Fig. 1.1	Chaînes cinématiques (a) sérielle et(b) parallèle	7
Fig. 1.2	Chaînes cinématiques hybride.....	8
Fig. 1.3	a) simulateur de vol b) une machine pour tester les pneus	10
Fig. 1.4	Photos de machines-outils à cinématique parallèle a) "Hexapode octaédrique d'Ingersoll b)" Variax "de Giddings & Lewis	10
Fig. 1.5	a)Schéma du robot Delta. b) CAD du robot.	11
Fig. 1.6	Machine tricept à 5 axes à cinématique parallèle	11
Fig. 1.7	Mécanisme pleinement parallèle de type Hexapode	12
Fig. 1.8	Le robot proposé par Chen	13
Fig. 1.9	DAO de la structure du robot Archi	13
Fig. 1.10	Double tripode de Merkle	14
Fig. 1.11	Centre d'usinage à structure parallèle SKM 400 (Source Starragheckert)	15
Fig. 1.12	Centre d'usinage à cinématique parallèle GENIUS 500 (Source : Cross Hüller	16
Fig. 1.13	Machine-outil à mécanisme parallèle COSMO CENTER PM-600.....	16
Fig. 1.14	Centre d'usinage 5 axes ECOSPEED FHT	17
Fig. 1.15	Tête d'usinage cinématique parallèle Sprint Z3	17
Fig. 1.16	Tour à structure parallèle V100	18
Fig. 1.17	Prototype d'un mécanisme à structure parallèle planaire de type Dexter	21
Fig. 1.18	Machine-outil à structure parallèle spatiale à trois degrés de liberté	21
Fig. 1.19	Type de bras a) bras à longueurs variables b) bras à longueurs fixe	22
Fig. 1.20	a) Prototype Virtual d'une machine-outil a bras variable. b) machine-outil à structure parallèle bras fixe	22
Fig. 1.21	Type des moteurs a) Moteur rotative b) Moteur linéaire.....	23
Fig. 1.22	Manipulateur Delta : a) actionneurs linéaires b) actionneurs rotatifs	23
Fig. 1.23	Liaisons prismatique (Glissière (P)) et rotoïde (Pivot) (R)	24
Fig. 1.24	Liaisons Cardan ou universelle (U) et sphérique (rotule) (S)	24
Fig. 2.1	Espace articulaire et espace opérationnel.....	29
Fig. 2.2	Paramétrage de la géométrie de structures de type Delta linéaire.....	30
Fig. 2.3	Repérage d'une structure parallèle	31
Fig. 2.4	Orientation d'un repère dans l'espace (Angles de Roulis Tangage Lacet)	32
Fig. 2.5	Angle de Roulis	32
Fig. 2.6	Angle de Lacet	33
Fig. 2.7	Angle de tangage	33
Fig. 2.8	angles d'Azimut et d'Elévation	34
Fig. 2.9	Passages entre coordonnées articulaires et coordonnées généralises	37
Fig. 2.10	Transformations entre le modèle dynamiques directe et inverse	41
Fig. 3.1	Modèle CAO de la machine-outil parallèle	50
Fig. 3.2	Graphe des liaisons	52
Fig. 3.3	Schéma cinématique de la machine-outil Delta linéaire	53
Fig. 3.4	Paramétrage de la base fixe	54
Fig. 3.5	Paramétrage de la nacelle	55
Fig. 3.6	Paramétrage de la partie mobile de la machine-outil	56
Fig. 3.7	Paramètre Géométrique	56
Fig. 3.8	Dimensionnement du modèle géométrique	58
Fig. 3.9	Déplacements du moteur 1	59
Fig. 3.10	Déplacement du moteur M ₂	60
Fig. 3.11	Déplacement du moteur M ₃	60
Fig. 3.12	Trajectoire linéaire effectué par l'outil	61

Liste des figures

Fig. 3.13	Positions des moteurs pour une trajectoire linéaire	62
Fig. 3.14	Simulation du parcours de l'outil pour l'usinage de surface	62
Fig. 3.15	Première stratégie de génération des passes sur la surface usinée	62
Fig. 3.16	Positions des moteurs pour la première stratégie d'usinage	63
Fig. 3.17	Deuxième stratégie de Génération des passes sur la surface usinée	63
Fig. 3.18	Positions des moteurs pour la deuxième stratégie d'usinage	64
Fig. 3.19	Trajectoire circulaire a) dans MATLAB et b) dans Solidworks	65
Fig. 3.20	Déplacement des actionneurs avec MATLAB	65
Fig. 3.21	Déplacement des actionneurs avec SOLIDWORKS	66
Fig. 3.22	Trajectoire spirale, a) dans MATLAB et b) dans SOLIDWORKS	67
Fig. 3.23	Déplacement des actionneurs avec MATLAB	67
Fig. 3.24	Déplacement des actionneurs avec SOLIDWORKS	67
<hr/>		
Fig. 4.1	Forces et moments appliqués sur la nacelle	73
Fig. 4.2	Forces de réaction	73
Fig. 4.3	Architecteur Matlab/Simulink du modèle dynamique	76
Fig. 4.4	Trajectoire de l'outil dans l'espace	77
Fig. 4.5	Graphe des vitesses linéaires du centre de la nacelle	77
Fig. 4.6	Graphe des déplacements des actionneurs	77
Fig. 4.7	Graphe des vitesses linéaire des moteurs	78
Fig. 4.8	Graphe des forces de poussé des moteurs	78
Fig. 4.9	Trajectoire circulaire effectuée par le centre de la nacelle	80
Fig. 4.10	Vitesses des moteurs	80
Fig. 4.11	Accélérations s des moteurs	81
Fig. 4.12	Trajectoire effectuée par le centre de la nacelle.....	81
Fig. 4.13	Vitesse linéaire des moteurs	82
Fig. 4.14	Accélération linéaire des moteurs	82
Fig. 4.15	Forces exercées par les moteurs pour une trajectoire spirale	83
Fig. 4.16	Les dimensions des bras à optimiser	85
Fig. 4.17	La distribution de la contrainte de Von Mises sur le bras	86
Fig. 4.18	Evolution de la fonction objective (Contrainte) lors de l'optimisation	87
Fig. 4.19	Evolution de diamètre du bras (variable d'optimisation)	87
Fig. 4.20	Evolution de la masse (condition de contrainte)	88
Fig. 4.21	Les dimensions du bras creux	89
Fig. 4.22	La distribution de la contrainte de Von Mises dans le bras à section creux	89
Fig. 4.23	Evolution de la fonction objective (Contrainte) pour la section creux	89
Fig. 4.24	Evolution de la masse	90
Fig. 4.25	Evolution de diamètre du bras (variable d'optimisation)	90

Tableau I.1	Représentation normalisée de quelques liaisons	9
Tableau I.2	Avantages et inconvénients des machines à cinématique parallèle	20
Tableau III.1	Conventions des liaisons	51
Tableau III.2	les positions des moteurs en fonction de la position de l'effecteur	59
Tableau IV.1	les dimensions de la machine outil de type Delta linéaire	79
Tableau IV.2	Les dimensions optimales du bras à section plein.....	88
Tableau IV.3	Les dimensions optimales du bras à section creux	90

Introduction générale

Le monde de production des pièces mécaniques est en évolution permanente afin de répondre aux besoins de tous les secteurs qui utilisent ces pièces. Le moyen le plus fiable pour l'obtention des pièces par enlèvement de matière est l'usinage. Plusieurs paramètres influent dans le processus d'usinage, tel que les machines outils, les outils de coupe, les matériaux et les méthodes utilisées. A partir de ces processus on trouve que les machines outils ont une grande influence dans le domaine de l'obtention des pièces mécaniques.

Les machines-outils sont des mécanismes de mis en mouvement d'un outil, dont le but est d'usiner des pièces de différentes formes et dimensions selon les besoins de l'utilisateur de ces pièces. Dans les nouvelles technologies la rénovation des méthodes et des moyens de production est un point capital, notamment dans le secteur de l'industrie automobile, l'industrie aéronautique et aérospatiale. Ces secteurs demandent des pièces de haute qualité et de grande précision. Pour obtenir ces pièces il faut les moyens qui interviennent dans ce processus de haute qualité et de grande précision aussi.

Les machines-outils s'efforcent de suivre le développement de toutes les technologies et les techniques d'usinage moderne telles que l'usinage à grand vitesse (UGV) et l'usinage à très grand vitesse (UTGV). Ces nouvelles techniques nécessitent des machines outils de rigidité élevée et de grande précision. Les machines outils classiques n'atteignent pas ces exigences, qui nécessitent le développement de nouvelles structures adaptées à ces nouvelles conditions. La structure parallèle pour les machines outils est une nouvelle architecture qui se propose pour atteindre des objectifs de la rigidité et la précision de ces machines-outils demandée.

Les premiers mécanismes qui ont été adoptés sur la structure parallèle sont les manipulateurs parallèles, le simulateur de vol et le testeur pneumatique de Stewart et Gough. Après ces deux mécanismes, les roboticiens aussi se sont basés sur cette structure pour les robots parallèles. Dans le domaine des machines outils, le premier prototype d'une machine outils à structure parallèle a été présenté au public en 1994 par Ingersoll et Ginddings & Lewis.

Ce type de machines outils est constitué généralement de deux plateformes, l'une mobile (la nacelle) et l'autre fixe relié entre elle par des connecteurs (bras et articulations). Dans cette structure, au moins deux chaînes cinématiques sont utilisées pour relier les deux plateformes. L'avantage principal de cette structure est de réduire la masse des organes en mouvement tel que les bras et les articulations, ce qui implique la réduction des inerties de ces organes.

Malgré les performances dynamiques élevées de ce type de machines-outils, elles ont toujours besoin d'améliorer leurs performances et leurs modes de fonctionnement en proposant de nouvelles structures. La maîtrise de bonnes modélisations (géométriques, statiques, cinématiques et dynamiques) permettra de trouver des meilleures solutions et d'éliminer les inconvénients qui peuvent apparaître.

Ce travail s'intéresse plus particulièrement à étudier les performances dynamiques de ces machines outils tel que les vitesses, les accélérations et les forces des organes en mouvement sur des trajectoires suivies par l'outil. L'étude du comportement mécanique de ces machines outils passe obligatoirement par l'étude géométrique de l'architecture à étudier pour trouver les relations qui existent entre les positions des actionneurs et la position de l'effecteur. Par la suite, ces relations interviennent dans les études statiques, cinématique et dynamique. Dans l'étude dynamique que nous avons établie, nous nous intéressons de trouver les performances dynamiques des organes de la structure que nous avons choisie. Parmi ces performances, on cite la détermination des vitesses, des accélérations et des forces fournies par les actionneurs. Cela est réalisé par l'utilisation des équations mathématiques du modèle géométrique (simulation avec Matlab) et sur la base du modèle DAO de notre prototype (simulation avec Solidworks). Puis nous avons effectué une optimisation des dimensions des bras du modèle DAO. Ainsi les objectifs principaux de ce travail sont :

- Déterminer le modèle géométrique des machines outils à structure parallèle en usinage à grande vitesse.
- Étudier les méthodes de modélisation géométrique et dynamique des machines outils à structure parallèle.
- Modéliser une machine outil à structure parallèle à trois axes utilisée en usinage à grande vitesse, et optimiser les dimensions des bras utilisés dans cette structure.

Ce manuscrit s'articule autour de quatre chapitres :

Le premier présente le contexte de la structure parallèle et en particulier dans les machines outils en dressant un état de l'art des mécanismes parallèles. Ce chapitre montre que l'utilisation de la structure parallèle n'est pas seulement pour les machines outils, mais aussi pour d'autres structures comme les robots parallèles et les manipulateurs. Malgré les avantages de cette structure, elle présente quelques inconvénients tels que portée limitée de l'espace de travail, la complexité de la commande et le coût élevé.

Le deuxième chapitre de ce manuscrit présente un aperçu sur la modélisation de ce type de machines outils. La modélisation géométrique est la base de toutes les modélisations soit cinématique, statique ou bien dynamique. Pour chaque modélisation il existe des méthodes et des approches utilisables pour résoudre ces problèmes.

Le troisième chapitre présente une modélisation géométrique d'une machine outil à structure parallèle à trois axes afin de trouver la relation qui existe entre l'espace articulaire (positions des moteurs) et l'espace de travail (position et orientation de la nacelle), puis de comparer les résultats du modèle mathématique avec celle du prototype DAO. Cette analyse a conduit à la validation des résultats du modèle géométrique par deux méthodes.

Enfin, le dernier chapitre présente une étude dynamique de notre modèle de la machine outil étudiée pour des trajectoires générées par l'outil. Dans la première étape on utilise une trajectoire circulaire simple dans le plan, et dans la deuxième étape on utilise une trajectoire spirale complexe dans l'espace. Finalement on fait une optimisation des bras de la structure pour deux sections de bras, la première est une section circulaire pleine et la deuxième est une section circulaire creuse.

Enfin, cette thèse est achevée par une conclusion générale regroupant les principaux résultats obtenus et présentant quelques perspectives à cette étude.

Notations

UGV	Usinage à Grande Vitesse.
ddl	Degrés de liberté.
J	Matrice Jacobinne.
J_X et J_q	Matrice Jacobinne en coordonnées cartésienne et en coordonnées articulaires.
R_b	Repère fixe attaché au centre de la plateforme fixe.
R_n	Repère mobile attaché au centre de la nacelle.
q	Vecteur des variables articulaires.
\dot{q}	Vecteur de la vitesse linéaire des actionneurs.
X	Coordonnées opérationnelles.
\dot{x}	Vecteur de la vitesse de la nacelle.
\ddot{x}	Accélération de la nacelle.
\ddot{q}	Accélération des moteurs.
(x, y, z)	Positions de la nacelle,
α	Azimut (rotation autour de l'axe z_i),
β	Élévation (rotation autour de l'axe x_1),
$q = f(X, \xi)$	Modèle géométrique inverse (MGI)
$X = g(q, \xi)$	Modèle géométrique direct
$\Gamma = f(q, \dot{q}, \ddot{q}, f_e)$	Modèle dynamique inverse
Γ	Vecteur des couples des actionneurs actives
\ddot{q}	Vecteurs des accélérations articulaires
f_e	Vecteurs de l'effort extérieur qu'exerce l'effecteur de l'outil
$B(q)$	Matrice d'inertie du mécanisme dépendant de sa position
$G(q)$	Vecteur contenant les termes dus à la gravité
$C(q, \dot{q})$	Vecteur avec les termes dus aux effets centrifuges et de Coriolis
$F(q, \dot{q})$	Vecteur contenant les termes dus à tous les effets de frottement ;
$K(q)$	Vecteur de rigidité du mécanisme.
$\ddot{q} = g(q, \dot{q}, \Gamma, f_e)$	Modèle dynamique direct
$F_{nac} = (F_x, F_y, F_z)$	Force agissant sur le bout d'outil
$F_{mot1}, F_{mot2}, F_{mot3}$	Forces des moteurs.
T	L'énergie cinétique totale ;
U	L'énergie potentielle totale

μ, f	Vecteurs des forces (ou couples) agissant sur les centre de gravité ;
I_c	Le moment d'inertie d'un corps ;
m	Nombre de degrés de liberté du mécanisme.
N_p	Nombre de solides indépendants (bâti exclu),
N_i	Nombre de liaisons entre ces solides
dof_i	Nombre de degrés de liberté de la liaison numéro i ,
m_{int}	Nombre de mobilités internes.
D	Diamètre de la base fixe.
d	Diamètre de la nacelle.
L	Longueur des bras.

Chapitre I

Etat de l'art sur les mécanismes à structure parallèle

I. 1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons le développement des mécanismes à structure parallèle, en particulier les machines-outils à structure parallèle, ainsi que l'utilisation de ces machines-outils de plus en plus dans l'industrie, en particulier dans certaines applications des secteurs de l'industrie automobile et aéronautique. Ce type des machines-outils est connu par leurs caractéristiques dynamiques élevées. En effet, les accélérations atteignables au bout de l'outil sont plus grandes que pour les machines-outils à structure en série, et les masses des pièces en mouvement qui sont réduites dans ce type des machines-outils [1].

La structure en série pour les machines-outils classiques en général implique l'utilisation d'un ou plusieurs moteurs pour générer les mouvements de chaque axe. Les axes de la chaîne cinématique chacun supporte l'axe suivant, ce qui génère une accumulation de la masse et augmentent les forces d'inertie des pièces en mouvement.

Le développement industriel rapide et étonnant nécessite un développement continu des machines-outils pour la fabrication de pièces de formes complexes et de haute qualité. Aujourd'hui dans l'industrie, l'usinage à grande vitesse (UGV) est considéré comme l'une des technologies modernes dans l'usinage par enlèvement de la matière. Les machines-outils à structure parallèle représentent l'un des moyens les plus utilisés dans ce type d'usinage.

Les machines-outils classiques souffrent au niveau de l'inertie grâce à la masse élevée des parties mobiles. À partir des lacunes de la structure en série, la structure parallèle attire l'attention des chercheurs et des industriels pour cette nouvelle topologie. C'est pourquoi les machines-outils à cinématique parallèle (en anglais Parallel Kinematic Machine ou PKM), ont des avantages sur leurs homologues en série. Parmi ces avantages on cite une bonne rigidité structurelle, et des performances dynamiques très intéressantes, car les mécanismes parallèles ont une masse des pièces en mouvement faible ce qui réduit les effets de l'inertie au profit des performances dynamiques [1-3].

Actuellement, le développement de l'UGV ouvre la porte du monde de l'usinage à ces architectures à cinématique parallèle qui se présentent comme des alternatives intéressantes [4-7]. Cependant, la conception d'une structure parallèle est une tâche difficile qui nécessite encore de nombreuses études avant que l'on puisse en espérer une utilisation industrielle répandue.

Des travaux très intéressants traitent de la conception de cas particuliers des machines-outils à structure parallèle, [8-10].

I. 2. La structure parallèle pour les mécanismes

Un mécanisme est un ensemble de pièces, flexibles ou rigides, assemblées entre elles par des liaisons mécaniques. Pour la structure des mécanismes on peut distinguer la structure en série, structure parallèle, ou bien structure mixte (hybride) [11].

La structure parallèles pour les mécanismes est l'un des structures utilisée dans plusieurs domaine surtout dans la mécanique, telle que les manipulateurs, les simulateurs de vol, les simulateurs de pneumatiques, les machines outil à structure parallèle...etc. Cette structure a attiré l'attention de plusieurs chercheurs dans les instituts de recherche et d'industrie, en raison de leur potentiel dynamique élevé, leur rigidité structurelle, et de leur grande précision en raison des boucles cinématiques fermées et de l'absence d'accumulation d'erreurs.

Après la définition d'un manipulateur parallèle selon la Fédération Internationale pour la Promotion de la Science des Mécanismes et des Machines (IFToMM): « Manipulateur à structure parallèle est un manipulateur qui contrôle le mouvement de son effecteur au moyen d'au moins deux chaînes cinématiques fermé allant de l'effecteur vers le bâti » [12].

Par contre un mécanisme à structure en série est un mécanisme à chaîne cinématique ouverte (simple). Dans ce type de mécanismes l'organe terminal est relié à la base par une seule chaîne cinématique élémentaire ouverte [13].

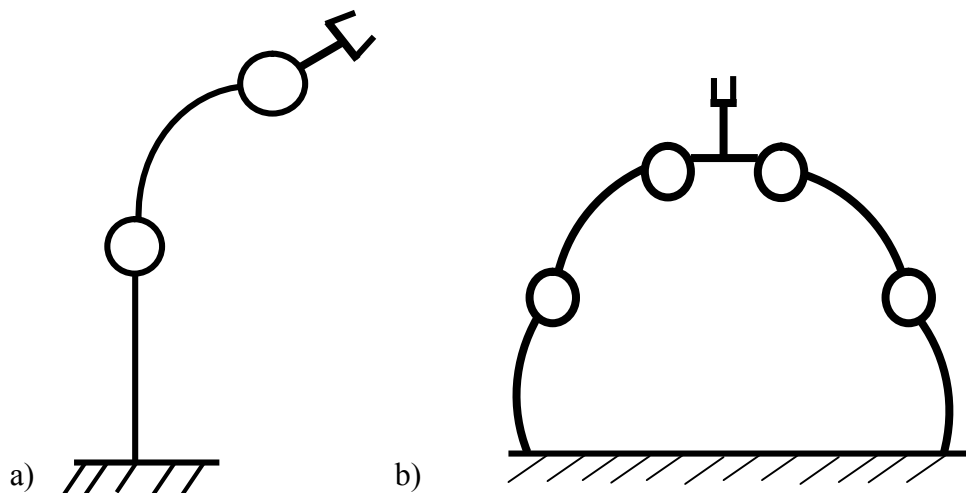


Fig. 1.1 : Chaînes cinématiques : (a) en série, (b) parallèle.

Il existe également des mécanismes qui sont composés d'un ensemble parallèle et d'un ensemble en série qui s'appellent mécanismes hybrides.

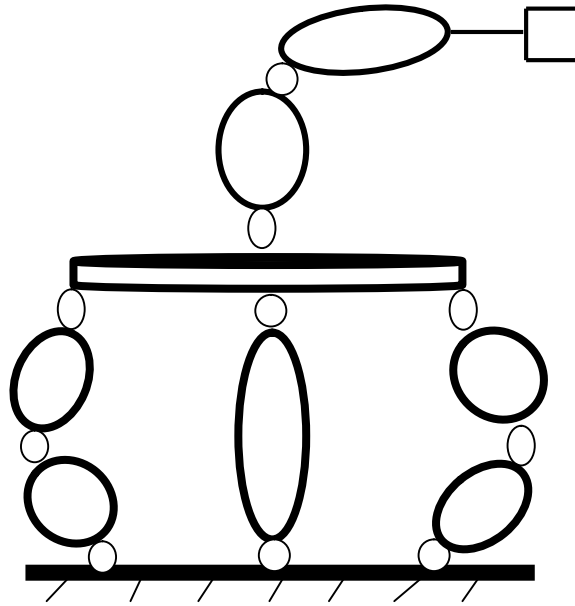


Fig. 1.2 - Chaînes cinématiques hybride

I. 3. Définitions fondamentales

I. 3.1. Mécanisme parallèle

Jean-Pierre Merlet définit un mécanisme parallèle comme un mécanisme en chaîne cinématique fermée dont l'organe terminal est relié à la base par plusieurs chaînes cinématiques indépendantes [14, 15].

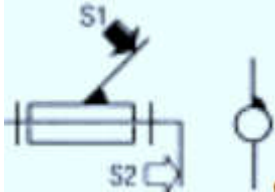

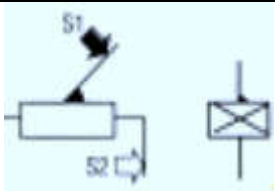
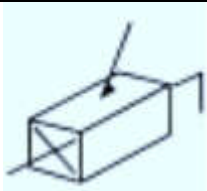
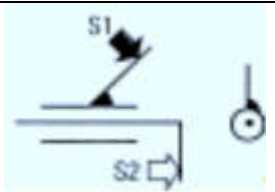
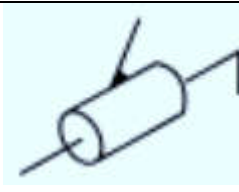
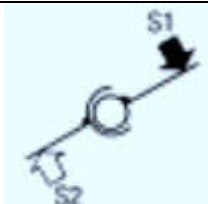

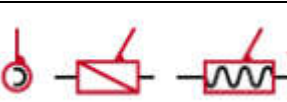
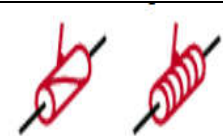
I. 3.2. Degré de liberté

On appelle degrés de liberté, les mouvements indépendants possibles d'une pièce par rapport à une autre pièce, telle que les deux pièces reliées par une liaison mécanique [14].

I. 3.1. Liaisons mécaniques

Lorsque deux pièces mécaniques reliées entre elles, le mode d'assemblage entre les deux pièces appelé liaisons ou bien joints, qui sont aussi appelés des articulations. On distingue selon la norme NF EN ISO 3952-1 les liaisons présentées dans le tableau 1.1 :

Tableau 1.1 : Représentation normalisée de quelques liaisons.

Liaisons	Schématisation normalisée 2D	Schématisation normalisée 3D	Mouvements relatifs ou Degrés de liberté	
Pivot			0	0
			0	0
			Rz	0
Glissière			0	Tx
			0	0
			0	0
Pivot glissant			0	0
			0	0
			Rz	Tx
Rotule ou sphérique			Rx	0
			Ry	0
			Rz	0
Hélicoïdale			Tx	Rx
			0	0
			0	0

On peut classer les liaisons en deux catégories principales, les liaisons actives (motorisées) et les liaisons passives.

I. 4. Historique des mécanismes parallèles

Les premiers mécanismes (ou manipulateurs) parallèles construits sont un simulateur de vol [16], et une machine pour tester les pneus (Figure 1.3) [17]. Aujourd'hui, on trouve de nombreuses utilisations des mécanismes parallèles dans l'industrie tel que pick-and-place, simulateurs de vol, machines-outils, micro positionnement.

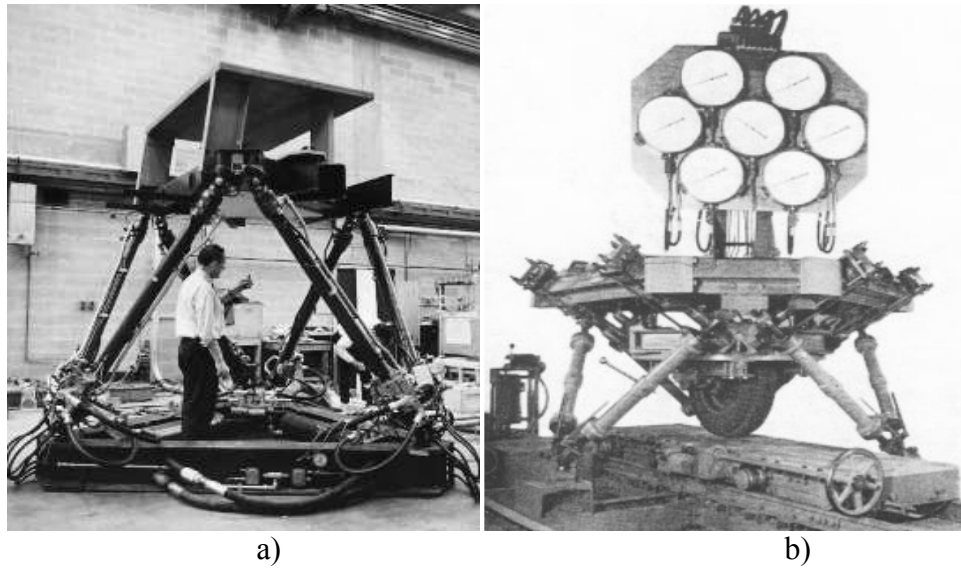


Fig. 1.3 : a) simulateur de vol b) machine pour tester les pneus.

La première machine-outil à architecture parallèle a été présentée dans la foire des machines-outils à en 1994. Cette machine-outil est la machine-outil de la Variax de Gidding et Lewis (Figure 1.4) [18]. Il s'agit d'une fraiseuse à cinq axes présentant une architecture parallèle similaire à la plate-forme de Gough. Depuis, plusieurs machines-outils ont été conçues et réalisées avec des architectures très diverses.

Actuellement, elles sont surtout utilisées pour des opérations de perçage dans l'industrie automobile ou l'évidement de poches dans l'aéronautique [19].

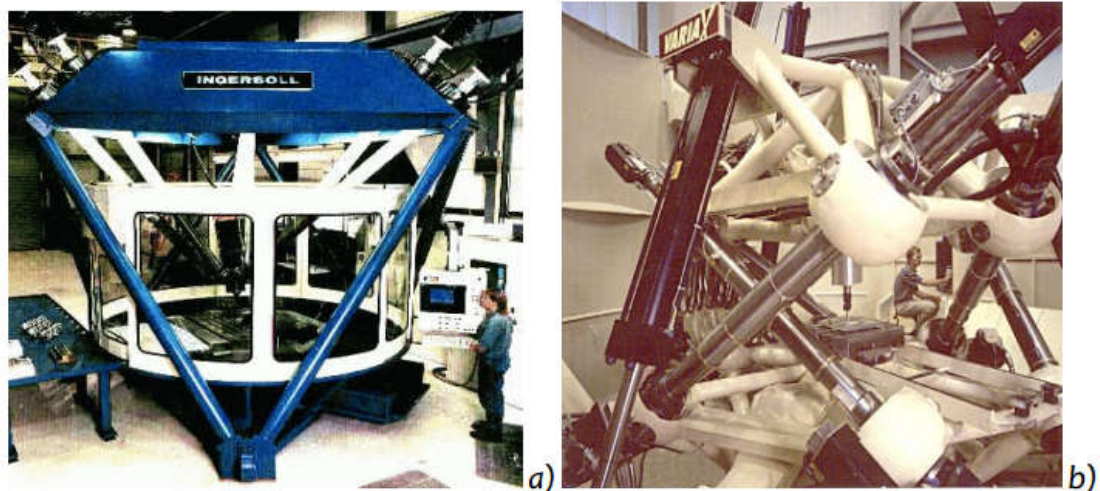


Fig. 1.4 : Photos de machines-outils à cinématique parallèle a) "Hexapode octaédrique d'Ingersoll b) "Variax "de Giddings & Lewis [19].

Dans les années 1980, les structures cinématiques parallèles ont suscité l'intérêt de la communauté robotique. Les structures robotiques cinématiques parallèles les plus réussies est le

robot Delta (Fig. 1.5), conçu dans les années 1980 par le professeur Reymond Clavel (professeur à l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, EPFL) [20].

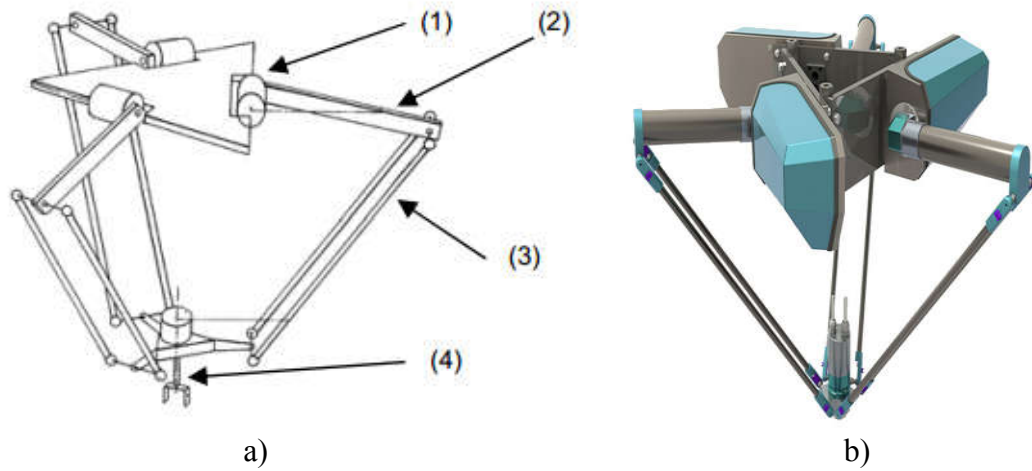


Fig. 1.5 : Robot Delta

D'autres structures parallèles sont très utilisées sans la réalisation des machines-outils, comme la machine TRICEPT Hybride à structure parallèle à 5 axes. SMT Tricept de 2004 fait partie de la société espagnole (PKM Tricept) qui est une société active dans le secteur de la machine à couper le métal PKM depuis assez longtemps (depuis 1994). Elle produit trois types de machines Tricept PKM (fig. 1.6) (Tripode à structure hybride à 5 axes), [21].

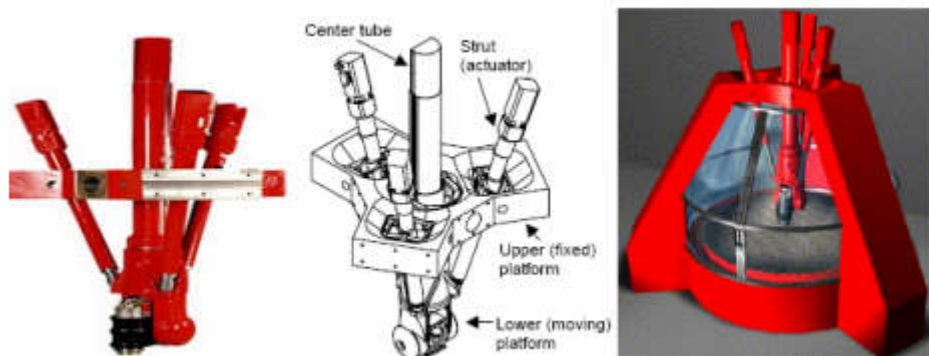


Fig. 1.6 : Machine tricept à 5 axes à cinématique parallèle hybride [20].

I. 5. Différents familles des mécanismes à structure parallèle

On distingue plusieurs familles des structures parallèles, parmi ces familles on a :

I. 5.1. Structure pleinement parallèle

Un mécanisme pleinement parallèle est un mécanisme parallèle ou l'organe terminal est relié à la base par n chaînes cinématiques indépendantes, chacune de ces chaînes cinématiques possédant une liaison actionnée par un moteur [22].

C'est une structure pour laquelle le nombre de chaînes cinématiques est égale au nombre de degré de liberté de la structure, et chaque chaîne cinématique comporte un seul moteur.

La structure pleinement parallèle se divise en deux types :

- Structure planaire : toutes les pièces sont dans le même plan.
- Structure spatiale : les pièces sont situées dans un espace.



Fig.1.7 : Mécanisme pleinement parallèle de type Hexapode [23].

I. 5.2. Structure hybride

Un mécanisme hybride parallèle est un mécanisme parallèle ou l'organe terminal de n degré de liberté est relié à la base par m chaînes cinématiques indépendantes, telle que ($m < n$). Chacune de ces chaînes cinématiques possédant un ou plusieurs liaisons actionnées par un ou plusieurs moteurs [22]. La combinaison des chaînes parallèles et des chaînes en série, s'appelle structure hybride. Le robot de Chen [23] est constitué d'une structure parallèle de type Stewart et un effecteur de type série.

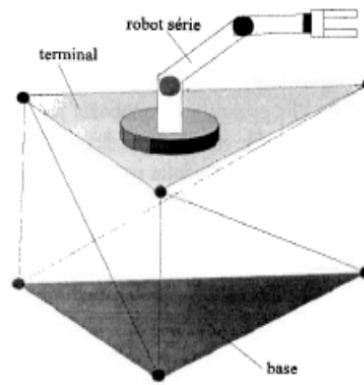


Fig. 1.8 : Robot proposé par Chen [23].

I. 5.3. Structure redondant

La redondance dans les structures parallèles est en général si l'utilisation des actionneurs plus que de degré de liberté ($m > n$). Selon Pierrot, il existe trois sortes de redondance pour les mécanismes parallèles [24].

I. 5.3.1. La redondance d'actionnement

Le nombre de moteurs est plus que le nombre de degrés de liberté. Donc il y a des moteurs qui génère des efforts internes au mécanisme (mobilité interne) sans effet sur l'organe terminal. L'utilisation de ce concept de redondance a pour objectif d'éliminer les positions singulières.

Par exemple pour le robot Archi, il possède quatre moteurs pour trois mouvements, cette structure est représentée sur la Figure 1.9.

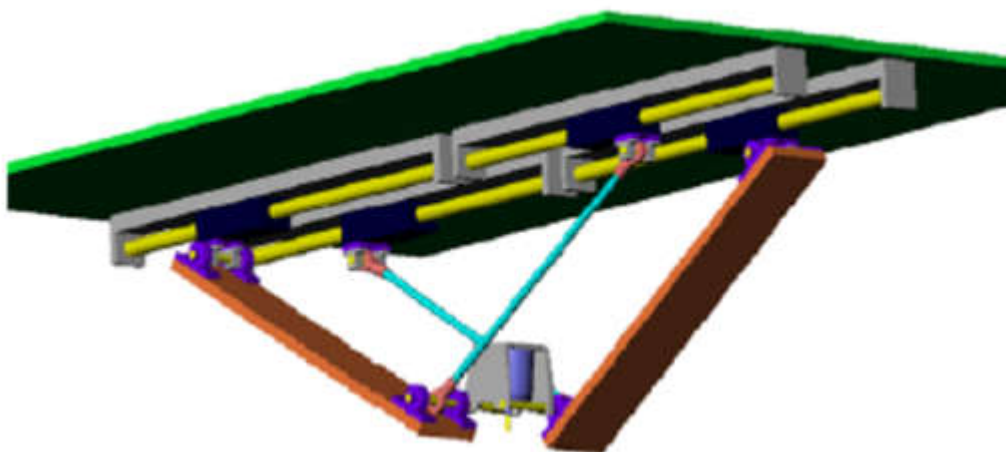


Fig.1.9 : DAO de la structure du robot Archi [25].

I. 5.3.2. La redondance cinématique

La redondance ici influe sur les vitesses des pièces en mouvements. Dans ce type de redondance pour une vitesse donnée de l'effecteur on a une infinité de vitesses pour les moteurs.

Le robot "double tripode" de Merkle, il contient des groupes de 3 actionneurs linéaires permettant de déplacer les points P_1 et P_2 dans l'espace, ce qui assure 5 degrés de liberté à l'organe terminal. Un mécanisme d'entraînement à vis permet d'assurer la rotation de l'axe terminal autour de son axe, d'après Merkle [26].

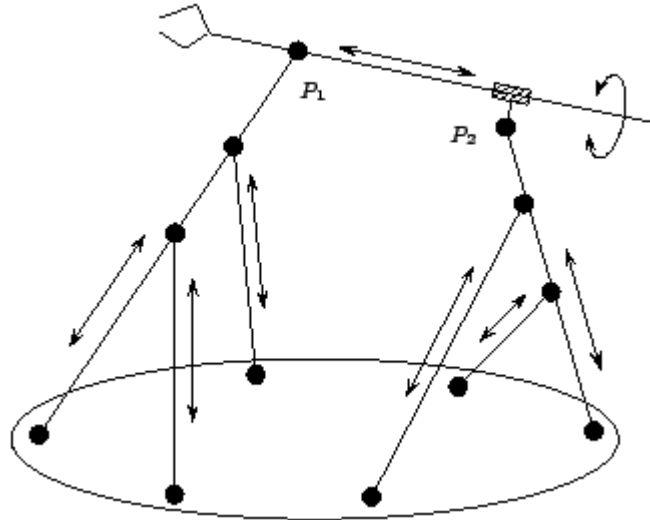


Fig. 1.10 : double tripode de Merkle [26].

I. 5.3.1. La redondance de mesure

Ce type de redondance est obtenu dans le cas où le nombre des capteurs est plus grand que le nombre des liaisons actionnées. Il joue un rôle important dans la résolution du modèle géométrique direct, la réduction de l'erreur de positionnement et le calibrage des robots.

I. 6. Les machines-outils à structure parallèle

Une machine-outil à architecture parallèle est composée d'éléments structuraux (bras et bases) et d'éléments de liaisons (joint rotules, cardons et liaisons pivot). L'étude du comportement mécanique de ces machines-outils passe par l'analyse structurale et par l'analyse des solutions technologiques retenues pour réaliser les liaisons. La structure mécanique de machine-outil à architecture parallèle peut être divisée en trois parties distinctes :

I. 6.1. Le bâti

C'est le support de tous les éléments de la machine-outil. Généralement c'est un élément rigide avec une grande masse qui n'influe pas sur la cinématique de la machine-outil.

I. 6.2. Organe terminal

La base mobile ou bien l'effecteur, est la partie opérative de la machine-outil.

I. 6.3. Eléments porteurs

Ce sont les éléments qui lient entre le bâti et l'effecteur. Ils sont composés d'un ensemble de corps déformable ou rigides liés par des articulations, servant à déplacer l'organe terminal dans un espace de travail d'une position à l'autre.

I. 7. Existence des machines-outils à structure parallèle dans l'industrie

Au cours des dernières années, plusieurs machines-outils à structures parallèle ont été réalisées. Plus de 80% des machines cinématiques parallèles réalisées sont des centres d'usinage pour des procédés de fraisage 3 ou 5 axes. Récemment, d'autres types des machines-outils pour le tournage, le formage et le rivetage ont été mis en place, [27]. La plupart des machines-outils à structure parallèle existe dans le domaine industrielle se trouvent dans [26, 27].

I. 7. 1. Fraiseuse à cinématique parallèle à 3 axes

Plusieurs fabricants de machines-outils réalisent des machines-outils à structure parallèle comme les centres d'usinage 3 axes à grande vitesse. En 2000, la société Starrag Heckert Germany (anciennement Heckert Werkzeugmaschinen GmbH) a lancé une nouvelle technologie novatrice avec le centre d'usinage SKM 400 basé sur l'idée de remplacer les liaisons glissières de guidage linéaires par des liaisons rotatives [27].



Fig. 1.11 : Centre d'usinage à structure parallèle SKM 400 (Source Starragheckert) [28].

En 2004 la société Specht Xperimental, à commencé avec la production en série des centres d'usinage sous le nom GENIUS 500 (Fig. 1.12). Cette machine est une machine-outil à structure hybride à des caractéristiques suivantes : les axes de déplacement entraînés par des moteurs linéaires permettent des accélérations de 15-24 m/s^2 et une vitesse d'alimentation de 120-180 m/min, et la rigidité de cette machine-outil est supérieure à 30 $N/\mu m$ [28].



Fig. 1.12 : Centre d'usinage à cinématique parallèle GENIUS 500 (Source : Cross Hüller) [28].

I. 7. 2. Fraiseuse à structure parallèle à 5 axes

De nombreux concepts de machines-outils basés sur une cinématique parallèle ont été mis au point pour l'usinage 5 axes. Nous présenterons ci-après quelques machines-outils à cinématiques parallèles destinées à l'usinage 5 axes.

I. 7. 2. 1. Machine-outil à structure parallèles OSMO CENTAR OKUMA PM600

Le Cosmo Center PM-600 d'Okuma (fig. 1.13) est une machine-outil à structure parallèle développée pour obtenir une production à haut rendement de pièces en aluminium et de matrices et moules nécessitant moins de polissage. Selon Okuma propose un usinage à haute vitesse, un usinage de surface sculptée et un fonctionnement en continu, [28].

Cette machine est capable d'usiner à des vitesses allant jusqu'à 100 m/min et une accélération de 1,5 G (G : Pesanteur). L'angle d'inclinaison de la broche est de $\pm 30^\circ$ max, vitesse de rotation de la broche est de 12000 jusqu'à 30 000 tour/min [28].



Fig. 1.13 : Machine-outil à mécanisme parallèle COSMO CENTER PM-600 [28]

I. 7. 2. 2. Centres d'usinage lignes ECOSPEED et ECOLINER

Les lignes de centre d'usinage ECOSPEED et ECOLINER sont conçues pour l'usinage à grande vitesse de gros composants structurels en aluminium (ECOSPEED, ECOSPEED F et ECOLINER) et pour la production de composants de petite à moyenne taille, destinés aux applications aérospatial, automobile et outils (ECOSPEED F HT) (Fig.1.14) [28].

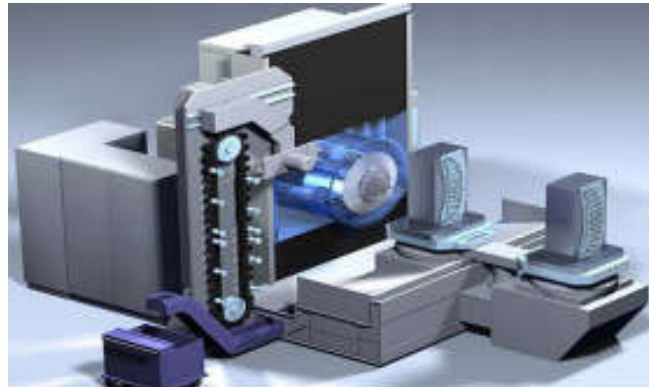


Fig. 1.14 : Centre d'usinage 5 axes ECOSPEED FHT.

Les centres d'usinage précédents ont une structure hybride avec une tête d'outil cinématique à 3 axes entièrement parallèle Sprint Z3 (Fig. 1.15), pouvant se déplacer en Z et s'incliner dans toutes les directions, et qui est supportée en série par des axes X et Y transversaux.

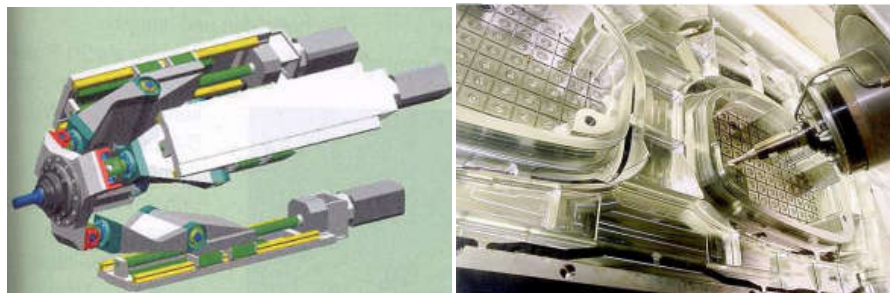


Fig. 1.15 : Tête d'usinage cinématique parallèle Sprint Z3 [28].

Les caractéristiques de cette machine-outil est l'accélération et les décélérations axiales de la tête Z3 de 1G. Les vitesses d'alimentation rapides vont jusqu'à 50 m/min. La course maximale de l'axe Z de la tête Z3 a été limitée à 670 mm. Cette course limitée donne à la tête une grande rigidité pour un meilleur usinage des sections de parois minces dans les composants structurels en aluminium de l'aérospatiale. Les broches jusqu'à 80 KW peuvent être adaptées à la conception de la tête Z3.

La nouvelle tête Z3 est constituée d'une broche motorisée avec des plages de vitesse disponibles de 7500 à 40000 tour/min. Plus de 20 centres d'usinage ECOSPEED sont déjà utilisés dans l'industrie aéronautique [28].

I. 7. 2. 3. La machine-outil à structure parallèle Indicateur de machine verticale V100

La société INDEX-Werke a développé un tour vertical V100 (fig.1.16) basé sur la structure parallèle de type delta linéaire. Cette structure est principalement destinée aux opérations de tournage, fraisage, rectification, durcissement au laser, de soudage au laser et les opérations d'assemblage peuvent également être effectuées avec les outils entraînés disponibles en option.



Fig. 1.16 : Tour à structure parallèle V100 [28].

Ci-après, certaines des caractéristiques techniques du tour à structure parallèle INDEX-Werke V100 sont indiquées: espace de travail: $250 \times 250 \times 150$ mm; max. vitesse de translation: 60 m / min; max. accélération: 1 G; broche de travail: max. vitesse 10000 tour/min; puissance à 100% 10,5 KW; couple à 100% 50 Nm [28].

I. 8. Les performances des mécanismes à structure parallèle

Plusieurs critères couramment utilisés pour la conception des machines-outils à structure parallèle, la plupart de ces critères sont cités dans les travaux de [29-31]. Les performances principales des mécanismes à structure parallèle sont le volume de travail, le rapport masse transportable / masse du robot, la précision et le comportement dynamique.

I. 8. 1. Espace de travail

L'espace de travail représente le volume atteint par l'effecteur du mécanisme ; c'est l'ensemble de tous les points qu'on peut accéder par l'outil en fonction de la géométrie du mécanisme. On peut définir l'espace de travail géométrique comme l'ensemble des positions et orientations accessibles par l'organe terminal. Le volume de travail représente un critère très

important dans les structures parallèles, l'étude du volume de travail est l'objectif de plusieurs travaux [32- 35].

I. 8. 2. Rapport entre la masse à transporter et la masse du mécanisme

La masse transportée est la charge utile que peut porter l'effecteur du mécanisme selon leurs performances dynamiques. L'un des avantages des mécanismes à structure parallèle est que la masse transportable est importante par rapports aux architectures en série classique. Le rapport entre la masse à transporter et la masse du mécanisme est étudié dans les travaux de [25, 36].

I. 8. 3. Précision et répétabilité

La précision est défini par la différence entre la position de l'organe terminal avec la position programmée. La répétabilité est l'erreur maximale de positionnement de l'outil dans tous les points de l'espace de travail. La position et l'orientation de l'organe terminal d'un mécanisme sont les objectifs principaux des structures en série et des structures parallèles. L'exactitude de cette position est un point essentiel pour définir la précision de cette structure. Pour l'architecture en série l'accumulation des erreurs pose un problème au niveau de la précision, par contre pour les structures parallèles la diminution de l'erreur de positionnement est un avantage pour cette structure [36- 38].

I. 8. 4. Comportement dynamique

La diminution de la masse des pièces en mouvement introduit la diminution des efforts d'inertie et la diminution des effets de couplage dynamique entre les articulations. Les mécanismes à structure parallèle sont connus par leurs caractéristiques dynamiques plus élevées, comme illustré dans les travaux [37,39- 41].

I. 9. Les avantages et les inconvénients des machines cinématiques parallèles

La nécessité de la structure parallèle pour les machines-outils à pour objectif de corriger les inconvénients des machines-outils à structure en série. Les caractéristiques conceptuelles des machines à cinématique parallèle ont été discutées en détail dans [25, 36 - 38, 40]. Le tableau suivant donne un aperçu des avantages et des inconvénients des machines à cinématique parallèle:

Tableau 1. 2 : Avantages et inconvénients des machines à cinématique parallèle [42,43].

Avantages	inconvénients
Rigidité élevée due aux chaînes cinématiques en boucle fermée (structure parallèle).	Espace de travail petit et complexe.
Pas de forces de flexion, Seulement des forces de compression et traction dans les jambes.	Ratio d'espace de travail / taille de la machine faible.
Petite inertie grâce à la réduction des masses en mouvement.	Contrôle très complexe.
Très hautes performances dynamiques grâce à la faible masse en mouvement.	Très sensible aux charges thermiques.
Ratio charge utile / poids de la machine élevé.	Risque inhérent de collision avec une jambe de force.
Beaucoup de composantes égales	Singularités dans l'espace de travail
Possibilité de conception modulaire et de reconfigurabilité.	Les performances dépendent de la pose.
Erreur de position très petite.	Moyenne Composants clés complexes.
Entraînements linéaires utilisés pour les mouvements rotatifs.	Étalonnage compliqué.
La somme maximale de force de toutes les forces de l'actionneur.	L'erreur de force s'accumule.

I. 10. Classification des machines-outils à structure parallèle

Un manipulateur parallèle est un mécanisme en boucle fermée dans lequel l'effecteur terminal (plate-forme mobile) est connecté à la base (plate-forme fixe) par au moins deux chaînes cinématiques indépendantes. Entre la base et l'effecteur se trouvent des chaînes en série appelées membres ou jambes [14, 15]. A partir de cette définition, on aperçoit que plusieurs mécanismes à structure parallèle peuvent être formés par plusieurs composants reliés entre la plateforme fixe et la plateforme mobile.

I. 10.1. Classification selon les mouvements effectués

Selon cette classification ont trouve deux types de structures.

I. 10.1.1. Structure planaire

Dans cette structure les articulations et l'effecteur sont situées dans le même plan et les mouvements sont effectués aussi dans le même plan.

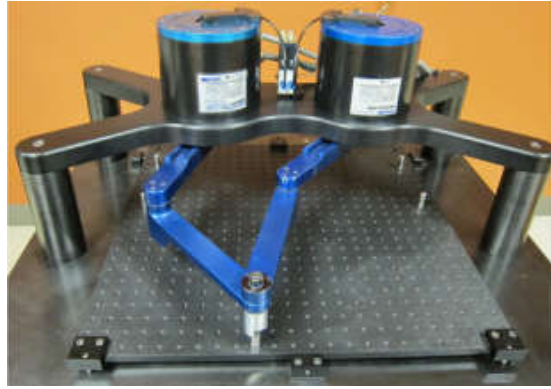


Fig. 1.17 : Prototype d'un mécanisme à structure parallèle planaire de type Dexter [44].

I. 10. 1. 2. Structure spatiale

Dans ce type des structures les actionneurs et l'effecteur sont situés dans l'espace, et les mouvements sont effectués dans un espace de travail de mécanisme.

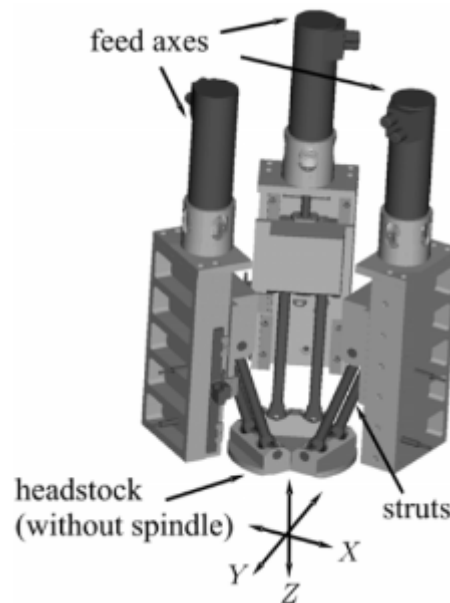


Fig. 1.18 : Machine-outil à structure parallèle spatiale à trois degrés de liberté [28].

I. 10.2. Classification selon la forme des bras

Au niveau des bras on trouve des bras à longueurs fixe tels que les mécanismes Delta linéaires ou bien rotatives, et aussi on trouve des bras à longueurs variables tels que les mécanismes Hexapodes, les mécanismes Triceps [45, 46].

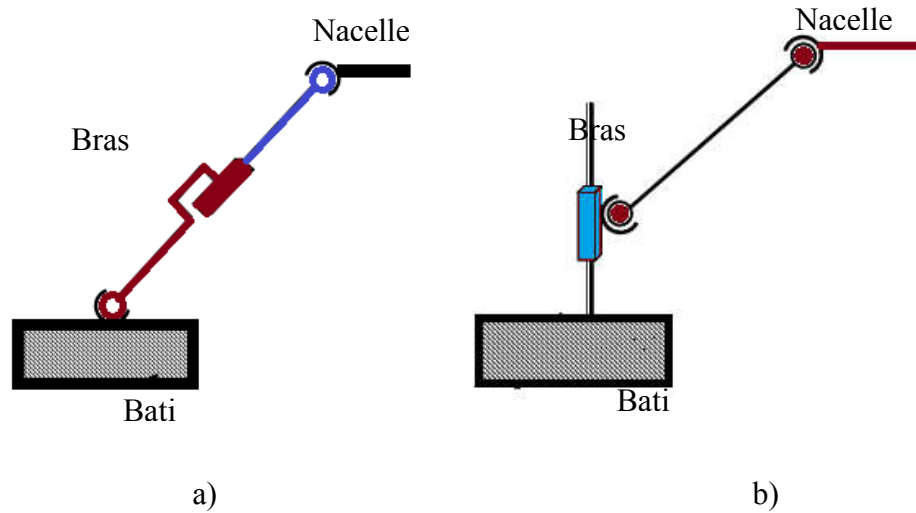


Fig. 1.19 : Type de bras a) bras à longueurs variables b) bras à longueurs fixe.

Dans la figure 1.20 on distingue les bras à longueur variables pour la plateforme de Stewart (structure Hexapode), et pour la machine-outil à structure parallèle de type delta linéaire les bras sont de mêmes longueurs fixes.

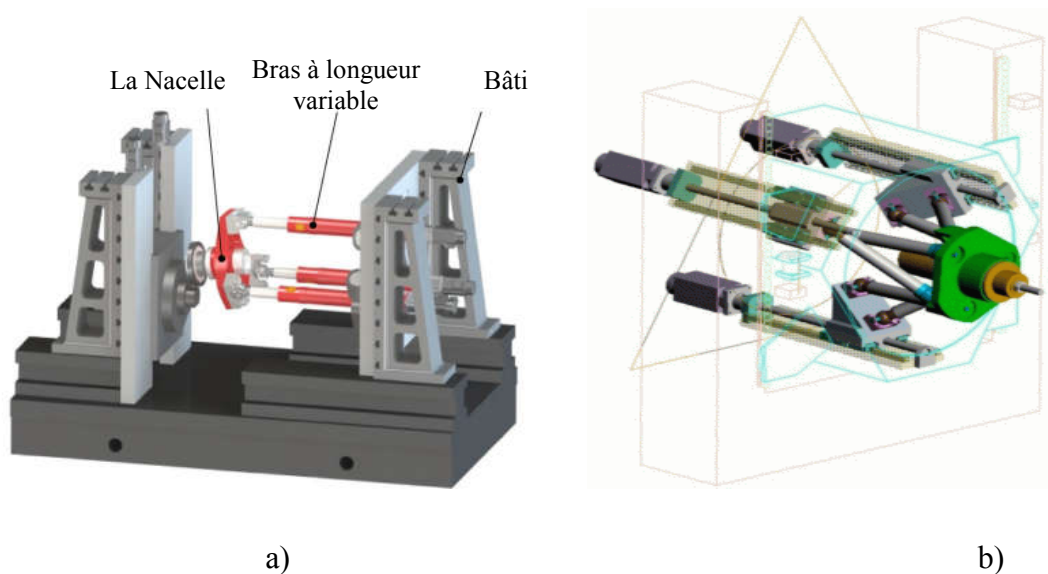


Fig. 1.20 : a) Prototype Virtual d'une machine-outil a bras variable. b) machine-outil à structure parallèle bras fixe [47].

I. 10.3. Classification selon le type des moteurs

Les moteurs sont des organes de désintégration standard. Au niveau des moteurs on distingue deux types de moteurs linéaires et rotatifs. Le choix du type de motorisation (linéaire ou rotative) est important.

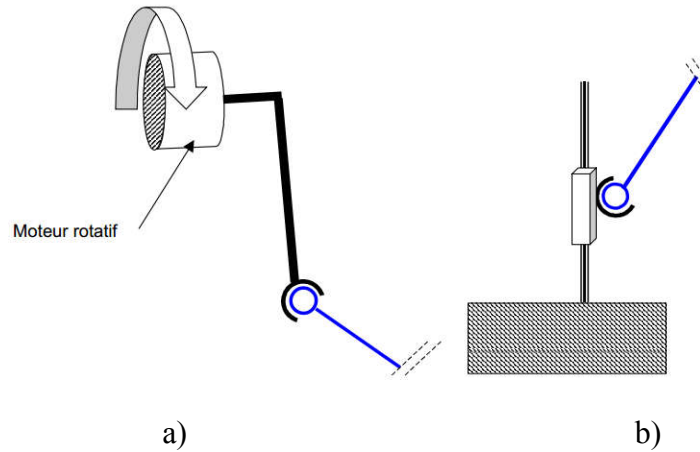


Fig. 1.21 : Type des moteurs a) Moteur rotative b) Moteur linéaire.

Les deux structures les plus connues sont la structure delta linéaire et la structure delta rotatif (Figure 1.22) :

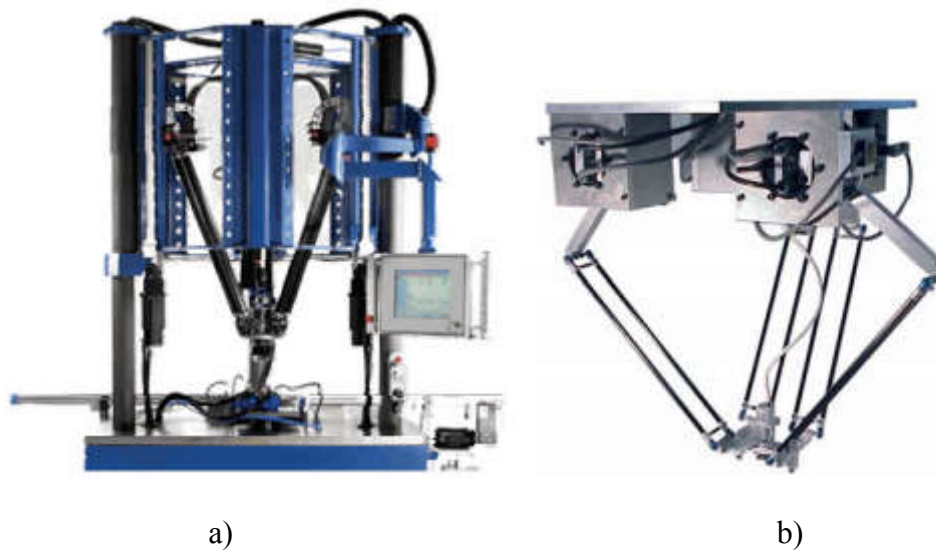


Fig. 1.22 : Manipulateur Delta : a) actionneurs linéaires b) actionneurs rotatifs [48].

I. 10. 4. Classification selon le type des articulations

Les articulations dans la machine-outil sont les éléments qui relient les moteurs et les bras, ou bien entre les bras et la base mobile. Elles devront également être rigides et leur masse est minimale. On distingue des liaisons actives et d'autres passives. Pour les liaisons actives on peut, soit utiliser des liaisons pivot ou bien des liaisons glissières. Par contre pour des liaisons passives on peut utiliser des rotules, ou bien des liaisons joints cardon.



Fig. 1.23 : Liaisons prismatiques (Glissière (P)) et rotoïde (Pivot) (R).



Fig. 1.24 : Liaisons Cardan ou universelle (U) et sphérique (rotule) (S).

I.11 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présentés une introduction aux mécanismes parallèles de façon générale et les concepts fondamentaux utilisés pour ce type d'architectures, donnant ainsi les différentes utilisations de ce type de structures. Les machines-outils est aussi l'un des mécanismes qui s'intéresse par cette architecteur.

La seconde partie du chapitre expliquait les critères d'évaluation des performances des machines-outils à structure parallèle, leur avantages et inconvénients. Et en fin de ce chapitre on classe ces machines-outils selon les types de mouvement effectuée, la forme des bras, la nature de motorisation, et le type des articulations utilisées.

Bibliographie

- [1] Tlusty J. Ziegert J.C. Ridgeway S., "Fundamental comparison of the use of serial and parallel kinematics for machine tools", *Annals of the CIRP*, Vol. 48, No. 1, pp. 351–356, 1999.
- [2] Merlet, J.-P. "Parallel Robots," Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000.
- [3] Wenger, P. C. Gosselin, B. Maille, "A comparative study of serial and parallel mechanism topologies for machine tools", in: *Proceedings of PKM'99*, Milan, Italy, 1999, pp. 23–32.
- [4] Rehsteiner F., Neugebauer R., Spiewak S., Wieland F., "Putting parallel kinematics machines (PKM) to productive work", *Annals of CIRP*, Vol. 48:1, pp 345-350, 1999.
- [5] Treib, T. and Zirn, O., "Similarity laws of serial and parallel manipulators for machine tools" *Proc. Int. Seminar on Improving Machine Tool Performances*, pp. 125-131, Vol. 1, 1998.
- [6] Tlusty J., Ziegert J.C., Ridgeway S., "Fundamental comparison of the use of serial and parallel kinematics for machine tools", *Annals of the CIRP*, Vol. 48, No. 1, pp. 351–356, 1999.
- [7] Geldart M., Webb P., Larsson H., Backstrom M., Gindy N., Rask K., "A direct comparison of the machining performance of a variac 5 axis parallel kinetic machining centre with conventional 3 and 5 axis machine tools", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2003, Vol. 43 n°11, pp. 1107-1116.
- [8] Pritschow, G. Wurst, K.-H. "Systematic Design of Hexapods and Other Parallel Link Systems", *Annals of the CIRP*, vol.46,no. 1, pp291-295,1997.
- [9] Company, O. Pierrot, F. "Modelling and Design Issues of a 3-axis Parallel Machine-Tool", *Mechanism and Machine Theory*, vol.37,pp 1325-1345, 2002.
- [10] Pritschow, G. "Parallel Kinematic Machines- Limitation and New Solutions", *Annals of the CIRP*, vol.49,no.1, pp275-280,2000.
- [11] Khalil, W. et Dombre, E. (1999). "Modélisation identification et commande des robots." Hermès Science Publications, Paris, 2^{ème} édition.
- [12] Ionescu TG. "Terminology for mechanisms and machine science." *Mechanism and Machine Theory*, vol. 38, pages 597–901, 2003.
- [13] Grigore Gogu. *Mobility of Mechanisms: "A Critical Review"*. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 40, 2005.
- [14] IFToMM "Terminology for the Mechanism and Machine Science", volume 38. *Mechanism and Machine Theory*. pages 2, 4, et 24 (2003).
- [15] Merlet, J.-P. "Parallel Robots", Second Edition, volume 128. Springer. (2006).
- [16] V.E. Gough. "Universal tire test machine". In *Proc. 9th Inter. Automobile technical congress FISITA*, volume 117, pages 117–37, London, 1962. ImechE.
- [17] Stewart D. "A platform with 6 degrees of freedom". *Proc. of the Institution of mechanical engineers*, 180(Part 1, 15) :371–386, 1965. (Cité page 3.)
- [18] Weck M. et Staimer D. "Parallel Kinematic Machine Tools -Current State and Future Potentials." *Annals of the CIRP*, vol. 51, pages 671–681, February 2002.
- [19] Pritschow, Eppler G. C. et Garber. T. "Influence of the Dynamic Stiffness on the Accuracy of PKM." In *Parallel Kinematic Machines in Research and Practice*, pages 313–333, Chemnitz, Germany, April 2002.
- [20] Clavel R., "Dispositif pour le déplacement et le positionnement d'un élément dans l'espace", *Brevet Suisse n° 672 089*.

- [21] Bouzgarrou, B. C. Ray, P. Gogu, G. Barra, C. Vidal, O. "Static and Dynamic Characterization of New Parallel High Speed Machine Tool". Second International Seminar on Improving Machine Tool Performance, La Baule, France, July 2000.
- [22] Félix Majou "Analyse Cinéto-statique des Machine Parallèles à Translations". Thèse de DOCTORAT, Ecole Centrale de Nantes à Nantes, Septembre 2004.
- [23] Chen S.-t. "Dynamic model of a hybrid robot manipulator based on Stewart platform" DE-Vol. 72, Robotics: Kinematics, Dynamics and Controls, ASME, pp. 249-253, 1994.
- [24] Pierrot F., "Parallel mechanisms and redundancy", In 1st Int. Colloquium, Collaborative Research Centre 562, pp. 261-277, Braunschweig, 29-30 Mai 2002.
- [25] Daniel Kanaan "Contribution à l'étude cinématique et dynamique des machines parallèles". Thèse de DOCTORAT, Ecole Centrale de Nantes à Nantes, Novembre 2008.
- [26] Merkle R.C. "A new family of six degree of freedom positional devices". <http://nano.xerox.com/nanotech/6dof.html>, 1994.
- [27] WECK M., STAIMER D., 2002, "Parallel Kinematic Machines Tools - Current State and Future Potentials", Annals of CIRP, 51/2/2002, p.671-683.
- [28] Pandilov Z. Dukovski V. "Parallel kinematics machine tools: overview- from history to the future" annals of faculty engineering hunedoara -International Journal Of Engineering.
- [29] Bouzgarrou B.C., "Conception et modélisation d'une machine-outil à architecture hybride pour l'UTG", Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal – Clermont II, décembre 2001.
- [30] Hesselbach J., Kerle H., Krefft M., Plitea N., "The assessment of parallel mechanical structures for machines taking account of their operational purposes", 11th World Congress in Mechanism and Machine Science, CD-ROM, Tianjin (Chine), avril 2004.
- [31] Brecher C., Hoffmann F. "Multi-criteria comparison of standardized kinematic structures for machine tools", 5th Chemnitz Parallel Kinematic Seminar, pp 65-82, Chemnitz (Allemagne), avril 2006.
- [32] MERLET J P. "Détermination de l'espace de travail d'un robot parallèle pour une orientation constante" 06902 Sophia-Antipolis Cedex, France.
- [33] Bourbonnais, Francis. "Utilisation optimale de l'espace de travail des robots parallèles en affrontant certains types de singularités". Mémoire de maîtrise électronique, Montréal, École de technologie supérieure. (2012).
- [34] Bentaleb T. Belouchrani M., Henini N., "Analyse de l'Exactitude d'un Robot Parallèle "Delta".4thInternationalConferenceonComputerIntegratedManufacturingCIP'2007.
- [35] Khaled Arrouk, "Techniques de conception assistée par ordinateur (CAO) pour la caractérisation de l'espace de travail de robots manipulateurs parallèles". Thèse de doctorat en Génie Mécanique. École doctorale des sciences pour l'ingénieur (Clermont-Ferrand) 2012.
- [36] David C. "Contribution à l'amélioration de la précision des robots parallèles" Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2008.
- [37] Hélène Chanal "Etude de l'emploi des machines outils à structure parallèle en usinage". Thèse de doctorat. Université BLAISE PASCAL – Clermont II, septembre 2006.
- [38] MAJOU, F. "Analyse cinetostatique des machines parallèles a translations". Thèse de doctorat Ecole Centrale de Nantes à Nantes. Septembre 2004.
- [39] Bonnemains, T. "Étude du comportement mécanique des machines outils à structure parallèle en Usinage Grande Vitesse" Thèse de doctorat. Laboratoire de Mécanique et

Ingénieries (LaMI) Université Blaise Pascal et Institut Français de Mécanique Avancée
Décembre 2009.

[40] Pateloup, S. "Modélisations et aptitudes à l'emploi des machines-outils à structure parallèle : vers une optimisation dirigée du processus" Thèse de doctorat, Institut Français de Mécanique Avancée et Université Blaise Pascal, juillet 2011.

[41] Company, O. "Machines-outils rapides à structure parallèle. Méthodologie de conception, applications et nouveaux concepts" Thèse de doctorat, Université de Montpellier II, décembre 2000.

[42] Clavel, R. "Robots parallèles". Techniques de l'Ingénieur, S(7710). (1994).

[43] Krut, S. "Contribution à l'étude des robots parallèles légers, 3T- 1R et 3T-2R, à forts débattements angulaires". Thèse de doctorat, Université de Montpellier II. (2003).

[44] Joubair, A., Slamani, M., & Boney, I. A. "Kinematic calibration of a five-bar planar parallel robot using all working modes". *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 29 (2013) 15–25

[45] Chablat D., Wenger Ph., "Architecture Optimization of a 3-DOF Parallel Mechanism for Machining Applications, the Orthoglide", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 19/3, pp. 403- 410, Juin 2003.

[46] Pashkevich A., Wenger Ph., Chablat D., "Design Strategies for the Geometric Synthesis of Orthoglide-type Mechanisms". *Journal of Mechanism and Machine Theory*, Vol. 40, Issue 8, pp. 907-930, August 2005.

[47] Lian, B., Sun, T., Song, Y., & Wang, X. "Passive and active gravity compensation of horizontally mounted 3-RPS parallel kinematic machine". *Mechanism and Machine Theory* 104 (2016) 190–201.

[48] Vincent N. "Robots parallèles à nacelle articulée, du concept à la solution industrielle pour le pick-and place". Thèse de doctorat, Université de Montpellier II, mars 2007.

Chapitre II

Modélisation des mécanismes et machines- outils à structure parallèle

II. 1. Introduction

Les machines-outils à structure parallèle, dans leurs formes de base, sont des chaînes cinématiques fermées composées de liaisons rigides ou flexibles connectées par des articulations. Ces machines-outils peuvent se déplacer dans l'espace de travail par des mouvements générés par des articulations actives commandées par les actionneurs [1- 3].

Typiquement, chaque articulation possède un degré de liberté dépendant de possibilité de mouvement admissible qui peut être un mouvement de rotation ou un mouvement de translation. Le nombre de degrés de libertés représente le nombre d'articulations qu'il peut déplacer et orienter un objet dans un espace à trois dimensions.

Mathématiquement, une chaîne cinématique est décrite par ses équations cinématiques et dynamiques. La modélisation d'une chaîne cinématique consiste à écrire la relation entre les positions, les vitesses et les accélérations de ses différentes pièces. L'analyse cinématique est nécessaire pour la planification et l'exécution des mouvements désirés du système aussi bien que par des calculs dynamiques. Les équations dynamiques d'une chaîne cinématique décrivent son évolution dans le temps en réponse à des forces externes, et des couples agissant sur ses actionneurs.

II. 2. Objectifs de la modélisation

L'étude des machines-outils à structure parallèle à l'ordre de conception et de la commande nécessite le calcul de certains modèles mathématiques qui définissent la relation entre les différentes pièces de ces machines-outils. On distingue parmi ces modèles : les modèles géométriques direct et inverse (MGD et MGI), qui expriment la relation entre l'organe terminal et les actionneurs, et les modèles cinématiques direct et inverse (MCD et MCI), qui expriment la relation entre la vitesse de l'organe terminal et les vitesses des actionneurs [3- 5], ainsi que les modèles dynamiques définissant les équations du mouvement de la machine-outil, qui permettent d'établir les relations entre les couples ou forces exercés par les actionneurs et les positions, vitesses et accélérations des articulations [6- 10].

La modélisation prédictive des machines-outils à structure parallèle est une étape nécessaire pour la simulation du comportement de la structure de la machine-outil lors de l'usinage. Il existe différents types de modélisations de ce comportement, on peut citer à titre d'exemple la modélisation géométrique, cinématique, statique, dynamique...

La modélisation géométrique permet d'établir la relation géométrique entre l'effecteur final et les actionneurs en fonction des dimensions de la machine-outil [1].

La modélisation cinématique permet d'étudier la relation entre la position, la vitesse et l'accélération de chacun des pièces de la machine-outil, afin de contrôler les mouvements, ainsi que de calculer les forces et les couples des actionneurs [5].

La modélisation statique permet de déterminer les contraintes et les déplacements de la structure induits par un effort statique donné appliqué sur cette structure de la machine-outil (effort sur l'outil, poids propre, etc.). Elle permet également d'identifier la rigidité des liaisons et des jambes [11].

La modélisation dynamique des machines-outils permet de déterminer les caractéristiques dynamiques de la structure, telle que la rigidité, les modes propres en fonction des masses et des inerties des éléments de la structure. [12].

II.3. Espace articulaire et espace opérationnelle

Pour un manipulateur à n degrés de liberté, l'ensemble des variables articulaires motorisées (les entrées) notées \mathbf{q} définissent la configuration articulaire tandis que l'ensemble des coordonnées opérationnelles de position et d'orientation de l'effecteur (les sorties) notées \mathbf{X} définissent la configuration de la plate-forme. On définit une relation entre les variables articulaires motorisées et les coordonnées opérationnelles, par un opérateur géométrique F tel que : $F(\mathbf{X}, \mathbf{q}) = 0$ Avec :

- \mathbf{q} : L'espace articulaire lié aux articulations motorisées (n est le nombre d'articulations motorisées).
- \mathbf{X} : L'espace opérationnel (de dimension m) lié à la position et à l'orientation de l'effecteur.

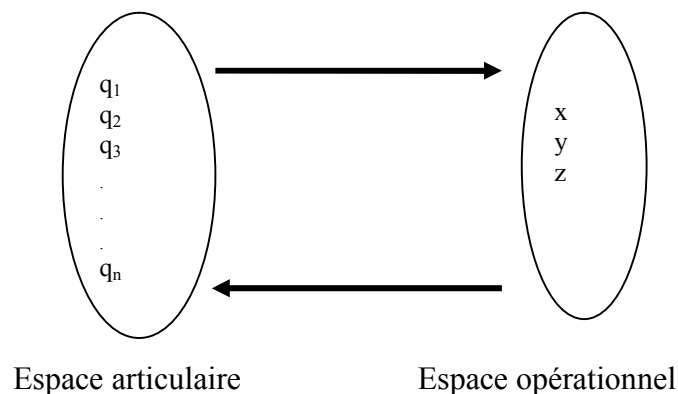


Fig. 2.1 : Espace articulaire et espace opérationnel.

II. 4. Paramétrage d'une structure de type Delta

Pour la structure parallèle de type Delta on trouve deux type de motorisations linéaire et rotatif. Généralement la nacelle est reliée à la base par des barres regroupées par paires, cette structure a été étudiée par plusieurs travaux [1, 3, 6, 13, 14]. Les barres d'une même paire reliant la nacelle aux actionneurs sont de même longueur l_i . Elles sont attachées d'un côté, à la nacelle de part et d'autre du point B_i (points B_{i1} et B_{i2}) et de l'autre côté, à l'actionneur numéro i , avec de part et d'autre du point A_i (points A_{i1} et A_{i2}).

Le repérage d'une structure de type Delta linéaire se fait comme suit:

- ♦ Un repère R_b fixe, attaché arbitrairement au centre de la plateforme fixe, soit le point O.
- ♦ Un repère R_n mobile, attaché au centre de la nacelle, soit le point E.

Pour une architecture de type Delta linéaire le paramétrage se fait comme suit :

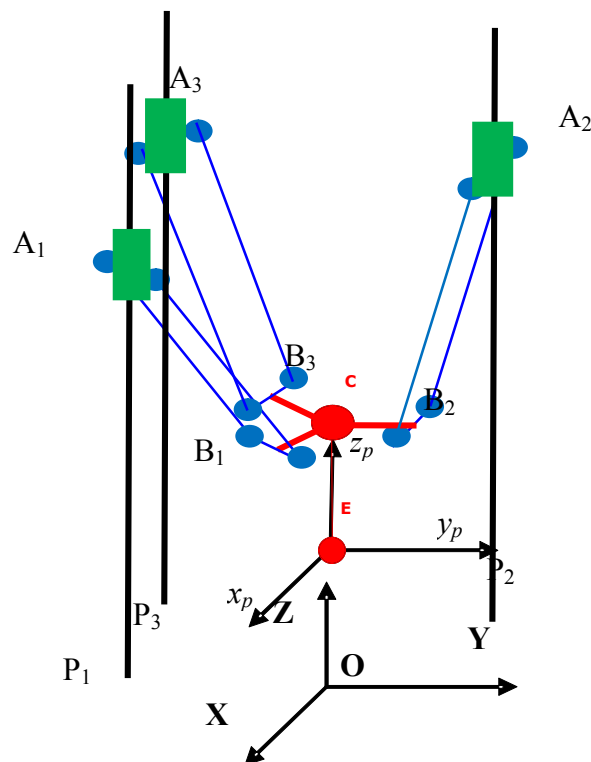


Fig. 2.2 : Paramétrage de la géométrie de structures de type Delta linéaire.

II. 5. Modélisation géométrique

La modélisation géométrique permet d'identifier les relations entre les différentes parties d'un mécanisme pour occuper certaines positions ou configurations, ainsi que les transformations qui lient différentes références de chaque partie.

II. 5. 1. Changements des coordonnées

Pour étudier un mécanisme on associe à chaque pièce de ce mécanisme un repère $R_i = \{X_i, Y_i, Z_i\}$ ou généralement le bâti est supposé comme une base fixe. Les repères particuliers liés à la base fixe $R = \{X, Y, Z\}$, l'effecteur (l'organe terminal) associé un repère $R_p = \{X_p, Y_p, Z_p\}$. Le repère de l'effecteur occupe une position et une orientation connues par rapport au repère fixe. On note généralement q_1, q_2, \dots, q_n les variables articulaires (angulaire ou linéaire) des actionneurs dans les articulations actives. Ces variables définissent la configuration instantanée de l'effecteur du mécanisme.

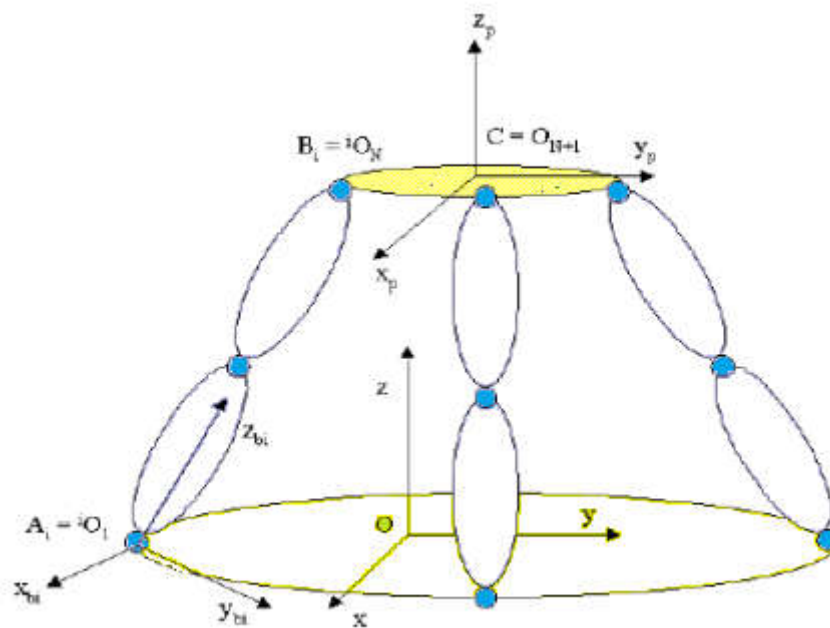


Fig. 2.3: Repérage d'une structure parallèle.

La position d'un solide dans l'espace peut être définie par six paramètres indépendants:

- Trois paramètres indépendants définissent la position finale du point de l'effecteur, (coordonnées cartésiennes, cylindriques, sphériques, ..., dans la base du repère fixe),
- Trois paramètres indépendants déterminent l'orientation du solide autour du point final de l'effecteur (angles d'Euler, paramètres d'Euler, ...).

II. 5. 2. Orientation d'un solide dans un repère

L'orientation d'un repère orthonormé (lié au solide) par rapport au repère fixe est spécifiée par trois angles ψ, θ et ϕ , correspondant à une séquence de trois rotations (Figure 2.4) [15].

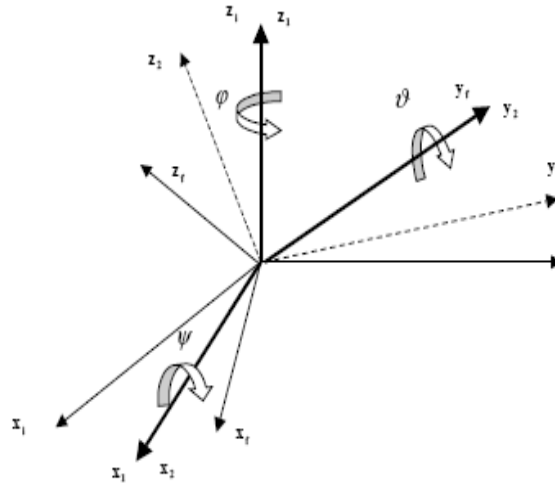


Fig. 2.4 : Orientation d'un repère dans l'espace (Angles de Roulis Tangage Lacet).

Les angles sont définis dans le cas présent, selon la convention (z, y, z), comme suit :

- La rotation d'un angle φ , appelé roulis, autour de l'axe $\overline{Z_i}$.

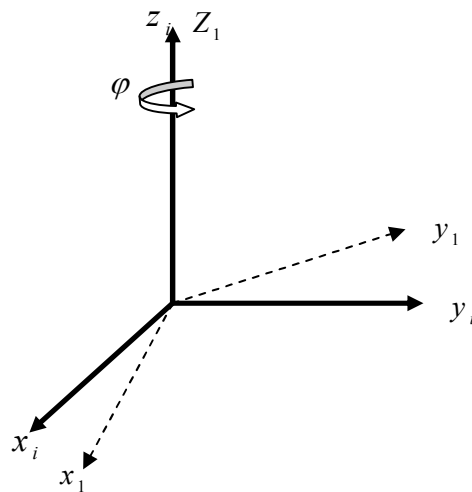


Fig. 2.5 : Angle de Roulis

La matrice de passage du repère initial R_i vers le repère R_1 :

$$A_{i1} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (II.1)$$

$$\text{Pour } \varphi = 0 \Rightarrow A_{i1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- La rotation d'un angle ψ , appelé lacet, autour de l'axe $\overline{X_1}$,

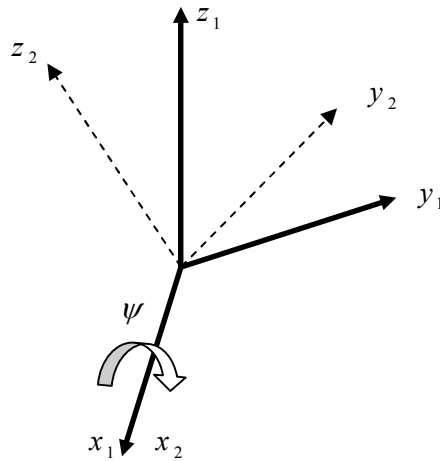


Fig. 2.6 : Angle de Lacet.

La matrice de passage du repère R_1 vers le repère R_2 :

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \quad (II.2)$$

- La rotation d'un angle θ , appelé tangage, autour de l'axe $\overline{Y_2}$.

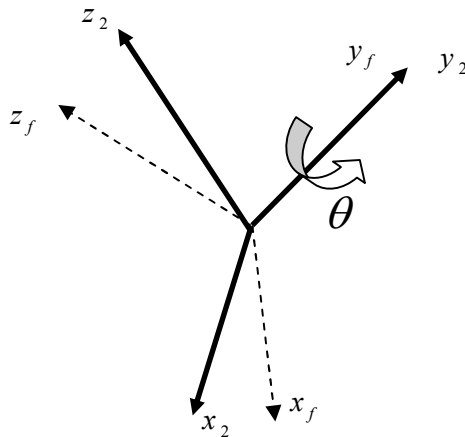


Fig. 2.7 : Angle de tangage.

La matrice de passage du repère R_2 vers le repère R_f :

$$A_{2f} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (II.3)$$

Matrice total de passage du repère initiale R_i au repère finale R_f .

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ \sin \theta \sin \psi & \cos \psi & -\cos \theta \sin \psi \\ -\sin \theta \cos \psi & \sin \psi & \cos \theta \cos \psi \end{bmatrix} \quad (II.4)$$

II. 5.3. Orientation de la nacelle

L'orientation de la nacelle se détermine par deux angles notés angles d'Azimut et d'Elévation (α et β), ces deux angles permettent de définir la position angulaire de la nacelle [15].

α : Azimut (rotation autour de l'axe z_i), $0 < \alpha < 360^\circ$.

β : Élévation (rotation autour de l'axe x_1), $0 < \beta < 90^\circ$.

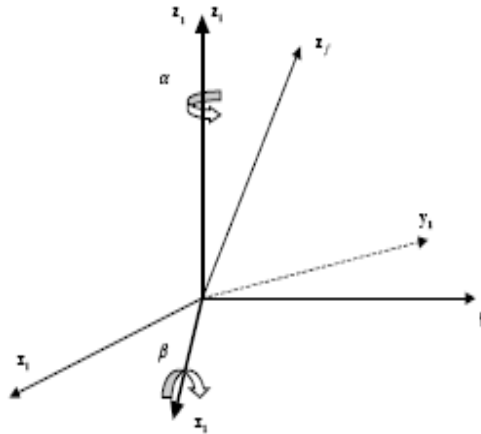


Fig. 2.8 : angles d'Azimut et d'Elévation.

La matrice de passage du repère initial vers le repère final est :

$$B_{if} = \begin{bmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \cos \beta & \cos \alpha \sin \beta \\ 0 & \sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (II.5)$$

La comparaison de la troisième colonne de cette matrice (II.5) avec celle de la matrice A de l'équation (II.4), on trouve que :

$$\begin{cases} \sin \theta & = \cos \alpha \sin \beta \\ -\cos \theta \sin \psi & = \sin \alpha \sin \beta \\ \cos \theta \cos \psi & = \cos \beta \end{cases} \quad (II.6)$$

Le développement de ces équations nous donne :

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta} \quad (II.7)$$

$$\sin \psi = \frac{-\sin \alpha \sin \beta}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}} \quad (II.8)$$

$$\cos \psi = \frac{\cos \beta}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}} \quad (II.9)$$

Alors, on peut écrire la matrice A (II.4) en fonction des angles α et β :

$$A(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta} & 0 & \cos \alpha \sin \beta \\ -\frac{\cos \alpha \sin \alpha \sin^2 \beta}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}} & \frac{\cos \beta}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}} & \sin \alpha \sin \beta \\ -\frac{\cos \alpha \sin \beta \cos \beta}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}} & -\frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}} & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (II.10)$$

II. 5. 4. Modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse (MGI) exprime les variables articulaires commandées q_i en fonction de la position de l'effecteur X et des paramètres géométriques ξ .

$$q = f(X, \xi) \quad (II.11)$$

Le modèle géométrique inverse permet de trouver l'ensemble des positions articulaires accessible de placer l'effecteur dans une configuration voulue.

Le MGI est en général moins compliqué que le modèle géométrique direct MGD et peut être résolu géométriquement. La résolution des modèles géométriques direct et inverse est un problème important dans l'étude des mécanismes.

Pour le calcul du modèle géométrique inverse, on écrit un système d'équations non linéaire, dont chaque équation est associée à une chaîne cinématique du mécanisme. Chaque chaîne cinématique est caractérisée par une origine A_i et une extrémité B_i .

La configuration X de l'effecteur permet de définir la position des points extrêmes de chaque chaîne cinématique. On peut ainsi écrire le modèle géométrique inverse pour chaque chaîne cinématique $A_i B_i = H_i(X)$. La résolution de ce problème est simplifiée par le fait que généralement, toutes les chaînes cinématiques d'un mécanisme pleinement parallèle sont identiques.

Pour la structure parallèle de type Delta à actionneurs linéaire, on peut définir la position et l'orientation de la nacelle par le vecteur x de dimension 5, telle que les trois premières composantes représentent les coordonnées du point E, et les deux autres composantes sont les angles d'Azimut et d'Élévation (AZ-EL).

$$X = \begin{bmatrix} X_E \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (II.12)$$

Donc la matrice de passage du repère liée au centre de la nacelle d'origine E au repère fixe liée à la base fixe $T(X, \alpha, \beta)$ s'écrit:

$$T(X, \alpha, \beta) = \begin{bmatrix} A(\alpha, \beta) & X_E \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (II.13)$$

On peut déterminer la distance $[A_1B_1]$ comme suite :

$$\overline{A_iB_i} = \overline{A_iP_i} + \overline{P_iO_i} + \overline{O_iB_i} \quad (II.14)$$

$$A_iB_i = (X - P_i) - (q_i u_i) \quad (II.15)$$

On peut écrire $\overline{A_iB_i}$ sous la forme suivant:

$$\overline{A_iB_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -q_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -x_p \\ -y_p \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x + x_{B_i/R_n} - x_p \\ y + y_{B_i/R_n} - y_p \\ z + z_{B_i/R_n} - z_p \end{bmatrix} \quad (II.16)$$

Le développement de l'équation (2) donne :

$$[A_1B_1]^2 = [(X - P_1) - (q_1 u_1)]^2 \quad (II.17)$$

$$q_i^2 - q_i [2(X - P_i B_i) u_i] + [(X - P_i B_i)^2 - L^2] = 0 \quad (II.18)$$

Le développement de cette équation donne un système de trois équations avec $i=1, 2, 3$. Ces équations donnent le modèle géométrique de la structure Delta linéaire.

II. 5. 5. Le modèle géométrique direct

Le modèle géométrique direct permet d'obtenir la position de l'effecteur X (outil) en connaissant les coordonnées articulaires q_i (moteurs), et des paramètres géométriques décrivant la structure ξ .

$$X = g(q, \xi) \quad (II.19)$$

Afin d'identifier la position de l'effecteur, il est essentiel de connaître la relation existante entre l'espace articulaire (coordonnées articulaires : q_1, q_2, \dots, q_n) et l'espace de travail (position/orientation de l'effecteur par rapport à un repère fixe).

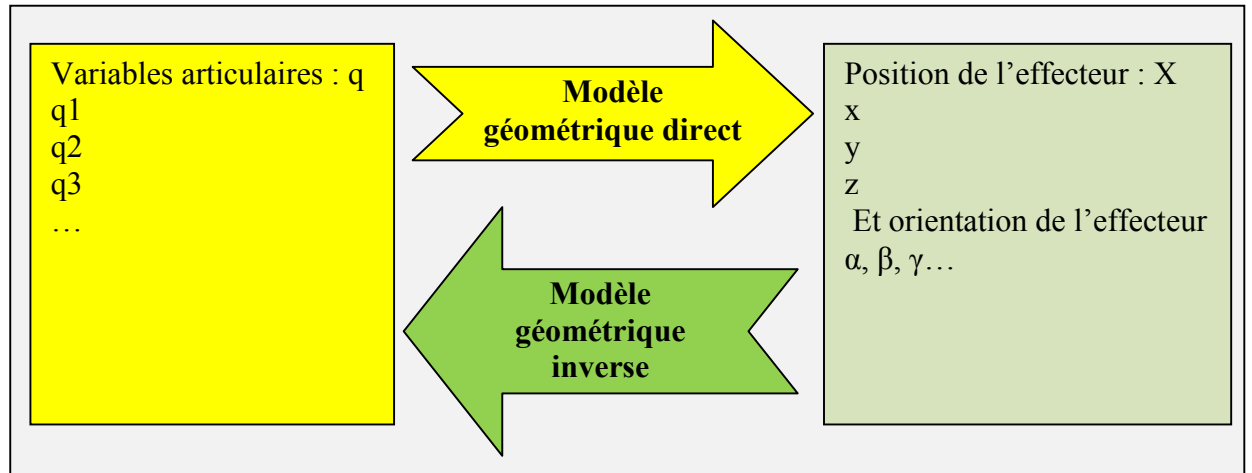


Fig. 2.9 : Passages entre coordonnées articulaires et coordonnées généralisées.

II. 6. Modélisation cinématique

II. 6. 1. Modèle cinématique inverse

Le modèle cinématique inverse décrit les vitesses des coordonnées opérationnelles (la vitesse de la nacelle en translation et en rotation) en fonction des vitesses articulaires (vitesses linéaires des actionneurs), pour une position et une orientation données de la nacelle [3, 14, 15]. Afin de contrôler les mouvements, ainsi que de calculer les forces et les couples des actionneurs.

Le problème de la cinématique directe de la machine-outil parallèle est généralement beaucoup plus complexe que le problème de la cinématique inverse. En effet, les équations d'une chaîne cinématique fermée sont généralement des expressions hautement non linéaires des variables de la position opérationnelle.

L'écriture matricielle de la relation qui relie les vitesses opérationnelles et les vitesses articulaires est la suivante :

$$J_q \dot{q} = J_x \dot{x} \quad (II.20)$$

Où \dot{x} : Le vecteur de la vitesse de la nacelle. C'est le torseur des vitesses de la nacelle exprimé au point D et non pas au bout de l'outil (point E).

\dot{q} : Le vecteur de la vitesse linéaire des actionneurs.

Le calcul de la matrice jacobienne peut se faire en dérivant le MGD, $X = f(q)$ à partir de la relation suivante :

$$J_{ij}(q) = \frac{\partial F_i(q)}{\partial q_j} \quad (II.21)$$

$$J_{ij}(x) = \frac{\partial F_i(x)}{\partial x_j} \quad (II.22)$$

Avec $i = 1, \dots, m$; $j = 1, \dots, n$.

La matrice Jacobinne de ce système est donnée par :

$$J = J_x^{-1} J_q \quad (II.23)$$

Avec :

$$J_A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial q_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial q_1} & \frac{\partial f_n}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial q_n} \end{bmatrix} \quad (II.24)$$

Dans ce cas de la structure Delta linéaire la matrice Jacobienne est donnée par :

$$J_x = \begin{bmatrix} (A_1 B_1)_x & (A_1 B_1)_y & (A_1 B_1)_z \\ (A_2 B_2)_x & (A_2 B_2)_y & (A_2 B_2)_z \\ (A_3 B_3)_x & (A_3 B_3)_y & (A_3 B_3)_z \end{bmatrix} \quad (II.25)$$

$$J_q = \begin{bmatrix} A_1 B_1 u_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 B_2 u_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 B_3 u_3 \end{bmatrix} \quad (II.26)$$

Le modelé cinématique inverse est l'expression de \dot{q} en fonction de \dot{x} . L'écriture du modèle cinématique inverse est alors :

$$\dot{q} = J_q^{-1} J_x \dot{x} \quad (II.27)$$

Alors $\dot{q} = J^{-1} \dot{x}$ (II.28)

L'utilisation de la matrice jacobienne:

- Permet de calculer une solution locale des variables articulaires q connaissant les coordonnées opérationnelles X ;
- Est utilisé pour déterminer la relation entre les efforts extérieurs exercés par l'organe terminal et les forces ainsi que les couples appliqués par les actionneurs ;
- Facilite le calcul des positions singulières et la dimension de l'espace opérationnel accessible du robot [16].

II. 6. 2. Modèle cinématique direct

Le modèle cinématique direct établit la relation entre la vitesse \dot{x} de la nacelle en translation et en rotation et les vitesses linéaires \dot{q} des actionneurs pour une position et une orientation données de la nacelle. Ce modèle cinématique direct est donnée par la relation suivante :

$$\dot{x} = J \dot{q} \quad (II.29)$$

II. 7. Modélisation dynamique

Le modèle dynamique de la machine-outil à structure parallèle permet de déterminer le couple maximal de chaque moteur lors de l'exécution du mouvement souhaité afin de définir des moteurs prototypes commerciaux, donc elle permet de trouver la relation entre la force agissant sur l'outil et les forces appliquées par les moteurs. Ce modèle est basé sur le modèle géométrique et le modèle cinématique. En général, la modélisation dynamique consiste à l'obtention des équations différentielles qui régissent l'évolution dans le temps d'une grandeur de sortie.

L'obtention des lois de mouvements peut être réalisée grâce aux équations fondamentales de la dynamique. Pour le mouvement de translation on utilise le bilan des forces agissant sur le solide, et pour la rotation on utilise le bilan des couples appliqués sur un solide pour la réalisation de la rotation.

II. 7. 1. Modèle dynamique inverse

Le modèle dynamique inverse peut trouver la relation entre les couples (et/ou forces) appliqués aux actionneurs et les positions, vitesses et accélérations articulaires. Il est représenté par la relation :

$$\Gamma = f \left(q, \dot{q}, \ddot{q}, f_e \right) \quad (II.30)$$

Avec :

- Γ : vecteur des couples des actionneurs actives, selon que l'articulation est pivot ou prismatique.
- q : vecteur des positions articulaires.
- \dot{q} : vecteurs des vitesses articulaires.
- \ddot{q} : vecteurs des accélérations articulaires.
- f_e : vecteurs représentant l'effort extérieur qu'exerce l'effecteur de l'outil.

Dans le cas général l'équation précédant s'écrit sous la forme suivante :

$$\Gamma = B(q) \cdot \ddot{q} + G(q) + C \left(q, \dot{q} \right) + F \left(q, \dot{q} \right) + K(q) \quad (II.31)$$

Avec

$B(q)$: La matrice d'inertie du robot dépendant de sa position ;

$G(q)$: Le vecteur contenant les termes dus à la gravité ;

$C \left(q, \dot{q} \right)$: Le vecteur avec les termes dus aux effets centrifuges et de Coriolis ;

$F \left(q, \dot{q} \right)$: Le vecteur contenant les termes dus à tous les effets de frottement ;

$K(q)$: Le vecteur de rigidité du mécanisme (dépendant de la position des bras du mécanisme).

La relation est appelée modèle dynamique inverse (ou modèle dynamique).

II. 7. 2. Modèle dynamique directe

Le modèle dynamique direct décrit les accélérations articulaires en fonction des positions, vitesses et couples. Il est représenté par la relation suivante :

$$\ddot{q} = g \left(q, \dot{q}, \Gamma, f_e \right) \quad (II.32)$$

Les modèles dynamiques direct et inverse montrés dans la Figure 2.10, représentent les transformations entre les vecteurs de couples généralisés et les déplacements généralisés.

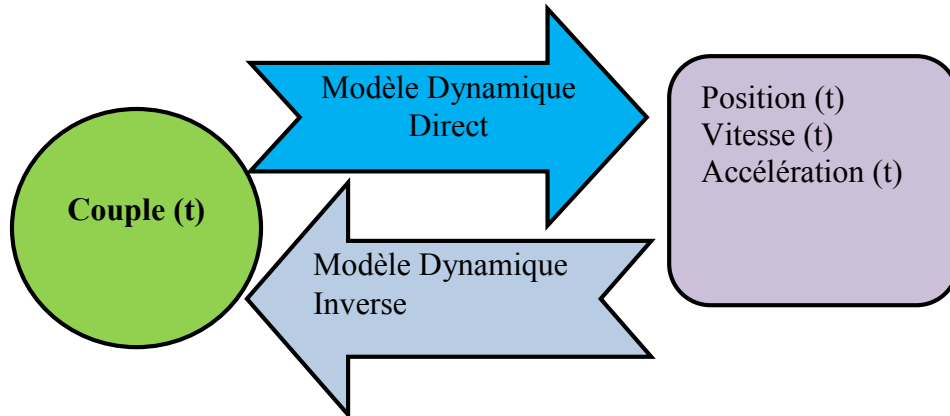


Fig. 2.10 : Transformations entre le modèle dynamiques direct et inverse.

Le modèle dynamique joue un rôle important dans la conception et le fonctionnement des machines-outils à structure parallèle. Dans la conception des machines-outils à structure parallèle, on utilise le modèle dynamique inverse pour choisir le type des actionneurs, et on utilise aussi le modèle dynamique direct pour effectuer des simulations de vérification des performances. En ce qui concerne le fonctionnement de ces machines, on utilise le modèle dynamique inverse pour calculer les couples actionneurs, qui sont nécessaires pour réaliser des tâches souhaitées. Il est également utilisé pour identifier les paramètres dynamiques qui sont nécessaires à la fois pour le contrôle et la simulation [17].

Parmi les utilisations du modèle dynamique, on peut trouver la relation entre la force agissant sur le bout d'outil et les forces des moteurs. Cette relation est donnée par l'équation suivante :

$$F_{nac} = J^{-T} F_{mot} \quad (II.33)$$

$$\text{Avec : } F_{nac} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}, \text{ et } F_{mot} = \begin{bmatrix} F_{mot1} \\ F_{mot2} \\ F_{mot3} \end{bmatrix}$$

Où F_{nac} Torseur des efforts appliqués sur la nacelle (l'outil), F_{mot} Effort de poussée des moteurs linéaires, et J^{-T} l'inverse de la matrice jacobienne Transposée.

On peut aussi trouver la relation entre les déplacements linéaires / angulaires δ_t des effecteurs et les forces / couples externes F_{nac} appliqués à l'outil par l'équation suivante:

$$F_{nac} = K \delta_t \quad (II.34)$$

II. 7. 3. Relation entre les accélérations

La connaissance de la relation qui exprime l'accélération des moteurs \ddot{q} en fonction de l'accélération \ddot{x} désirée de la nacelle, nous permet de déterminer les caractéristiques requises concernant l'accélération des moteurs en fonction des performances en accélération demandées à la nacelle. Cette expression s'obtient en dérivant le modèle cinématique par rapport au temps. Donc nous obtenons l'équation suivante [3, 15]:

$$\ddot{q} = J^{-1} \ddot{x} + J_q^{-1} \left(\dot{J}_x - \dot{J}_q J^{-1} \right) \dot{x} \quad (II.35)$$

Avec $J^{-1} \ddot{x}$ l'accélération des actionneurs due à l'accélération de la nacelle.

Et $\left(\dot{J}_x - \dot{J}_q J^{-1} \right) \dot{x}$ l'accélération des actionneurs due au déplacement de la nacelle à vitesse constante. Ce terme traduit la non linéarité de la relation entre la vitesse des actionneurs et la vitesse de la nacelle.

Soit Γ_{mot} le vecteur dont les composantes sont les poussées nécessaires (suivant z) de chacun des moteurs pour déplacer la nacelle à partir de la position x , à la vitesse \dot{x} , avec une accélération \ddot{x} , la nacelle étant soumise à l'effort extérieur F_{nac} . Γ_{mot} Comporte donc plusieurs termes :

- les efforts dus à l'accélération de la nacelle, $J^t \left(M_{nac} \ddot{x} \right)$, qui peuvent s'écrire aussi par:

$$M_{nac} J^t \ddot{x} .$$

- les efforts dus à l'accélération de la masse du secondaire des moteurs $M_{mot} \ddot{q}$, qui peuvent s'écrire aussi par :

$$M_{mot} J^{-1} \ddot{x} + M_{mot} J_q^{-1} \left(\dot{J}_x - \dot{J}_q J^{-1} \right) \dot{x} \quad (II.36)$$

- les efforts dus à un effort extérieur F_{ext} , appliqué sur la nacelle : $J^t F_{ext}$

Après regroupement, le modèle dynamique inverse s'écrit :

$$\Gamma_{mot} = \left(M_{mot} J^t + M_{mot} J^{-1} \right) \ddot{x} + M_{mot} J_q^{-1} \left(\dot{J}_x - \dot{J}_q J^{-1} \right) \dot{x} + J^t F_{ext} \quad (II.37)$$

II. 8. Approches d'analyse dynamique

Plusieurs approches sont proposées pour obtenir le modèle dynamique des structures parallèles comme les robots parallèles, les manipulateurs et les machines-outils. Pour définir un modèle dynamique pour un mécanisme multi-corps, plusieurs formalismes sont utilisables, tel que [18]:

- Le formalisme de Lagrange ;
- Le formalisme Newton Euler ;
- Le principe d'Hamilton ;
- Le principe de travail virtuel ;
- La méthode de Kane.

II. 8. 1. Développement du modèle dynamique par l'approche de Lagrange

L'approche de modélisation dynamique des mécanismes par la méthode de Lagrange est basée sur le calcul des énergies cinétiques et potentielles et sur la dissipation de ces différentes énergies pour la réalisation du mouvement. La formulation lagrangienne décrit le comportement d'un système dynamique en termes de travail et d'énergie stockée dans le système plutôt que par la force et les moments des membres individuels impliqués [19- 24].

Le formalisme de Lagrange, permet de décrire les équations du mouvement des mécanismes en termes de travail de l'énergie du système. La forme générale de l'équation de Lagrange :

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} \right) \quad (II.38)$$

Avec : $L = T - U$

Ou :

\dot{q}_i : La coordonnée généralisée correspondante à l'articulation d'indice i ;

Γ_i : Le couple généralisé associé à l'articulation d'indice i . Il correspond à la somme des forces externes (couples moteurs, force appliquée à l'organe terminal, ...) et des forces dissipatives (forces de frottement, amortissements internes, auxquelles le mécanisme est soumis à l'articulation d'indice i).

T : L'énergie cinétique totale ;

U : L'énergie potentielle totale ;

L'application de la méthode de Lagrange exige une détermination de l'énergie totale disponible dans le mécanisme et du travail externe fourni au système. Ceci nécessite :

1. la détermination de coordonnées généralisées appropriées ;
2. l'identification de couples généralisés par les liaisons actives ;
3. l'établissement de l'énergie cinétique et potentielle de tous les éléments (bras) du mécanisme.

Si on remplace l'énergie cinétique totale et l'énergie potentielle totale, le modèle dynamique inverse est :

$$\Gamma = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial U}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} \quad (II.39)$$

II. 8. 2. Développement du modèle dynamique par l'approche de Newton-Euler

Le formalisme de Newton-Euler est basé sur le théorème général de la mécanique qui applique le bilan d'efforts agissant au centre de masse de chaque corps dont le manipulateur est constitué. Dans cette approche, il est nécessaire d'isoler chaque bras rigides du mécanisme et attacher un repère au centre de masse de chaque 'un de ces bras rigide. Toutes les forces et tous les couples appliqués à chaque liaison rigide doivent être pris en compte. Pour les forces ou couples qui sont des couples d'action et de réaction, on considère qu'ils ont la même grandeur, des directions opposées et agissent sur des corps différents suivant la même ligne d'action selon la troisième loi de Newton. Plusieurs travaux basés sur cette approche pour l'étude dynamique des robots et des machines-outils à structure parallèle ont été réalisés comme dans [25-31].

La base de ce formalisme est d'appliquer l'équation de Newton et l'équation d'Euler comme suit :

a- L'équation de Newton

$$f = m \dot{v}_c \quad (II.40)$$

b- L'équation d'Euler

$$\mu = I_c \dot{\omega} + \omega \times I_c \omega \quad (II.41)$$

Ou :

μ, f : sont les vecteurs des forces (ou couples) agissant sur les centre de gravité ;

I_c : est le moment d'inertie d'un corps ;

\times : représente l'opération d'un produit vectoriel.

L'approche de modélisation par la méthode de Newton Euler nécessite d'éclater le mécanisme en segments articulés distincts. L'équation de Newton et celle d'Euler sont appliquées à chaque corps. Il est évident que l'équation d'Euler ne s'applique pas aux corps en pure translation et que l'équation de Newton ne s'applique pas aux corps en pure rotation autour d'un pivot fixe.

L'avantage de cette approche est que la formulation est globalement valide, c'est-à-dire indépendante du choix du système de coordonnées. Dans la formulation de Newton-Euler, en principe, nous pouvons rendre compte de toutes les forces et de tous les couples appliqués à chaque bras individuel dans les systèmes et en déduire les équations du mouvement.

II. 8. 3. Développement du modèle dynamique par l'approche des travaux virtuels

L'approche de modélisation par la méthode des travaux virtuels consiste à déterminer la variation des forces actives des actionneurs pendant la durée de fonctionnement du mécanisme. La condition d'équilibre dynamique du mécanisme est celle que le travail virtuel des forces extérieures et intérieures ainsi que celui des forces d'inertie, développé au cours d'un déplacement virtuel général compatible aux liaisons, serait égal à zéro. Cette approche peut facilement éliminer les réactions des contraintes et établir une détermination directe et récursive des forces motrices. On cite plusieurs travaux basés sur le principe de cette approche [32 - 37].

II. 9. Conclusion

On a vu dans ce chapitre comment obtenir le modèle géométrique de la structure d'une machine, ainsi que la détermination de son modèle cinématique directe et inverse. On a vu aussi l'intérêt de la matrice jacobienne pour la détermination de la relation entre des différents modèles (directe et inverse) statiques, cinématiques et dynamique.

En plus, nous avons établi le modèle dynamique directe et inverse pour les mécanismes à structure parallèle de type Delta linéaire. Finalement on a illustré les approches les plus utilisées pour obtenir le modèle dynamique.

Bibliographie

- [1] Demaurex, M.-O. "The Delta robot within the industry. In *Parallel Kinematic Machines*", Ed. Springer, 1999, pp. 395- 399.
- [2] F. Holy, K. Steiner, "Machining system with movable tool head". Patent US6161992A, 2000.
- [3] Company, O. Pierrot, F. "Modeling and design issues of a 3-axis parallel machine-tools", *Mechanism and Machine Theory* 37 (2002) 1325–1345.
- [4] Liu, X.-J. WANG, Q.-M. Wang, J. "Kinematics, dynamics and dimensional synthesis of a novel 2-DoF translational manipulator", *Journal of Intelligent and Robotic Systems* 41 (2004) 205–224.
- [5] Liu, X.-J. Wang, J. "A new methodology for optimal kinematic design of parallel mechanisms", *Mechanism and Machine Theory* 42 (9) (2007) 1210–1224.
- [6] Pierrot, F. Reynaud, C. Fournier, A. "DELTA: a simple and efficient parallel robot". *Robotica* 8(2) (1990) 105-109.
- [7] Carvalho JCM, Ceccarelli M. "A closed-form formulation for the inverse dynamics of a Cassino parallel manipulator". *Multibody Syst Dyn* 2001;5(2):185–210.
- [8] Abdellatif H, Heimann B. "Computational efficient inverse dynamic of 6-DOF fully parallel manipulators by using the Lagrangian formalism". *Mech Mach Theory* 2009;44(1):192–207.
- [9] Cheng G, Shan XL. "Dynamic analysis of a parallel hip joint simulator with four degree of freedoms (3R1T)". *Nonlinear Dyn* 2012;70(4):2475–86.
- [10] Jiang, Y., Li, T., & Wang, L. "Dynamic modeling and redundant force optimization of a 2-DOF parallel kinematic machine with kinematic redundancy", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 32 (2015) 1–10.
- [11] Hélène Chanal, Emmanuel Duc et Pascal Ray. A study of the impact of machine tool structure on machining processes. In *Proceedings of fifth International Conference High Speed Machining*, Metz, France, March 2006.
- [12] Bouzgarrou, B.C. Thuilot, B. Ray P. et Gogu.G. "Modeling of flexible manipulators applied to HSMW machine tools". *Technique & Industrie*, vol. 3, pages 173–180, 2002.
- [13] Codourey, A. "Dynamic modelling and mass matrix evaluation of the DELTA parallel robot for axes decoupling control". In *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Osaka, Japan, 1996, pp. 1211-1218.
- [14] Kelaiaia, R. Company, O. Zaatri, A. "Multiobjective optimization of a linear Delta parallel robot". *Mech. Mach. Theory* 50(2012) 159-178.
- [15] Company, O. "Machines-outils rapides à structure parallèle. Méthodologie de conception, applications et nouveaux concepts". Thèse de doctorat, Université Montpellier II, France, 2000.
- [16] Khalil W., Besnard S., "Self calibration of Stewart-Gough parallel robots without extra sensors", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 15(6), 1999, p.1116-1121.
- [17] Wissama Khalil. "Modeling, Identification and control of robots". 2004.
- [18] S.K. Dwivedy and P. Eberhard. "Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review". *Mechanism and Machine Theory*, vol. 41, no. 7, pages 749–777, 2006.

- [19] Di Gregorio, R., and Parenti-Castelli, V., 2004, "Dynamics of a Class of Parallel Wrists," *ASME J. Mech. Des.*, 126(3), pp. 436–441.
- [20] Li, Y. M., and Xu, Q. S., 2009, "Dynamic Modeling and Robust Control of a 3- PRC Translational Parallel Kinematic Machine", *Rob. Comput.-Integr. Manuf.*, 25, pp. 630–640.
- [21] Khoukhi, A., Baron, L., & Balazinski, M. "Constrained multi-objective trajectory planning of parallel kinematic machines", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 25 (2009) 756–769.
- [22] Lou, Y., Li, Z., Zhong, Y., Li, J., & Li, Z. "Dynamics and contouring control of a 3-DoF parallel kinematics machine". *Mechatronics* 21 (2011) 215–226.
- [23] Nguyen, A. V., Bouzgarrou, B. C., Charlet, K., & Béakou, A. "Static and dynamic characterization of the 6-Dofs parallel robot 3CRS". *Mechanism and Machine Theory* 93 (2015) 65–82.
- [24] Xin, G., Deng, H., & Zhong, G. "Closed-form dynamics of a 3-DOF spatial parallel manipulator by combining the Lagrangian formulation with the virtual work principle". *Nonlinear Dyn* (2016) 86:1329–1347.
- [25] Li, Y.-W., Wang, J.-S., Wang, L.-P., and Liu, X.-J., 2003, "Inverse Dynamics and Simulation of a 3-DOF Spatial Parallel Manipulator", *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 4092–4097.
- [26] Wisama Khalil and Sylvain Guegan, "Inverse and Direct Dynamic Modeling of Gough–Stewart Robots", *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS*, VOL. 20, NO. 4, AUGUST 2004.
- [27] Bi, Z. M., Lang, S. Y. T., and Verner, M., 2008, "Dynamic Modeling and Validation of a Tripod-Based Machine Tool", *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 37(3–4), pp. 410–421.
- [28] Reza Oftadeh, Mohammad M. Aref and Hamid D. Taghirad. "Explicit Dynamics Formulation of Stewart–Gough Platform: A Newton–Euler Approach", *The 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, October 18-22, 2010, Taipei, Taiwan.
- [29] Akbarzadeh, A., Enferadi, J., & Sharifnia, M. "Dynamics analysis of a 3-RRP spherical parallel manipulator using the natural orthogonal complement", *Multibody Syst Dyn* (2013) 29:361–380.
- [30] Bongsu Kang. Z. M. B, "An Inverse Dynamic Model of Over-Constrained Parallel Kinematic Machine Based on Newton–Euler Formulation", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* JULY 2014, Vol. 136.
- [31] Jiang, Y., Li, T., & Wang, L. "Dynamic modeling and redundant force optimization of a 2-DOF parallel kinematic machine with kinematic redundancy", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 32 (2015) 1–10.
- [32] WANG J. AND C.M. GOSSELIN. "A New Approach for the Dynamic Analysis of Parallel Manipulators", *Multibody System Dynamics* 2: 317–334, 1998.
- [33] Enferadi, J., Akbarzadeh Tootoonchi, A. "Inverse dynamics analysis of a general spherical star-triangle parallel manipulator using principle of virtual work". *Nonlinear Dyn.* 61, 419–434 (2010).
- [34] Staicu, S. "Dynamics of the 6-6 Stewart parallel manipulator. Robot". *Comput.-Integra. Manuf.* 27, 212–220 (2011).

- [35] Staicu, S. "Matrix modeling of inverse dynamics of spatial and planar parallel robots". *Multibody Syst. Dyn.* **27**, 239–265 (2012).
- [36] Gang HAN, Fugui XIE, Xin-Jun LIU. ‘‘Evaluation of the power consumption of a high-speed parallel robot’’, *Front. Mech. Eng.* 2018, 13(2): 167–178.
- [37] Xiao Long Yang, Hong Tao Wu, Wu1·Yao Li, Sheng Zheng Kang, Bai Chen. "Computationally Efficient Inverse Dynamics of a Class of Six-DOF Parallel Robots: Dual Quaternion Approach", *Journal of Intelligent & Robotic Systems*; 2018.

Chapitre III

Etude et Modélisation Géométrique d'une machine outil à structure parallèle

III. 1. Introduction

Le développement des moyens de production passe obligatoirement par le développement des machines-outils. Cette dernière a une influence directe et très importante dans le processus de fabrication des pièces mécaniques. Les machines-outils sont en évolution permanente à fin de répondre au besoin de marché pour atteindre des performances très élevées au niveau de la rigidité d'un côté [1- 4], et la qualité des pièces obtenue d'un autre côté [5, 6]. L'étude et la simulation du comportement des machines-outils à structure parallèle conduit au développement des caractéristiques de ces machines. Parmi les caractéristiques on trouve la rigidité qui est un paramètre principal pour les machines-outils, pour cela plusieurs travaux ont étudié cette caractéristique [7- 10].

La modélisation géométrique est la base de toutes les études des mécanismes. Elle consiste de trouver la relation géométrique entre les différentes pièces du mécanisme en fonction des dimensions de ces pièces, ses positions et orientations dans une référence donnée [11- 14].

Dans ce chapitre nous nous intéressons au modèle géométrique de la machine-outil à structure parallèle de type Delta linéaire à trois actionneurs perpendiculaires. Ce modèle géométrique est utilisé dans tous les études soit statique, cinématique ou bien dynamique. La détermination de ce modèle géométrique est basée sur la géométrie de la machine-outil et la nature des liaisons entre les différentes pièces avec les dimensions de chacune de ces pièces.

Ce modèle géométrique est utilisé en suite pour générer quelques trajectoires simples et complexes effectuées par l'outil, dans l'espace de travail de la machine-outil. Les résultats de la simulation sur le logiciel Matlab permet de trouver les positions des moteurs en fonction de la trajectoire parcourue par l'outil. Finalement la même structure de la machine-outil avec les mêmes dimensions sera utilisée dans Solidworks, pour générer les mêmes trajectoires fait avec Matlab pour comparer et valider les résultats des deux simulations.

III. 2. Descriptions de la machine-outil à structure parallèle

La machine-outil étudiée est une machine-outil à structure parallèle de type Delta à actionneurs linéaires. Cette structure est utilisée dans plusieurs mécanismes parallèles [15-20]. Cette machine-outil est composée de trois actionneurs linéaires motorisés répartis sur des angles de 120° , dans un cercle de rayon R et de centre localisé à l'origine du repère de la base fixe. Les actionneurs font un mouvement de translation selon l'axe vertical (l'axe Z) pour transmettre le mouvement vers l'effecteur final (outil de coupe).

Chaque actionneur linéaire est relié au moyen d'un parallélogramme de deux bras identiques de même longueur articulée en extrémité avec des articulations à rotule. La structure de cette machine-outil est représentée dans la figure suivante :

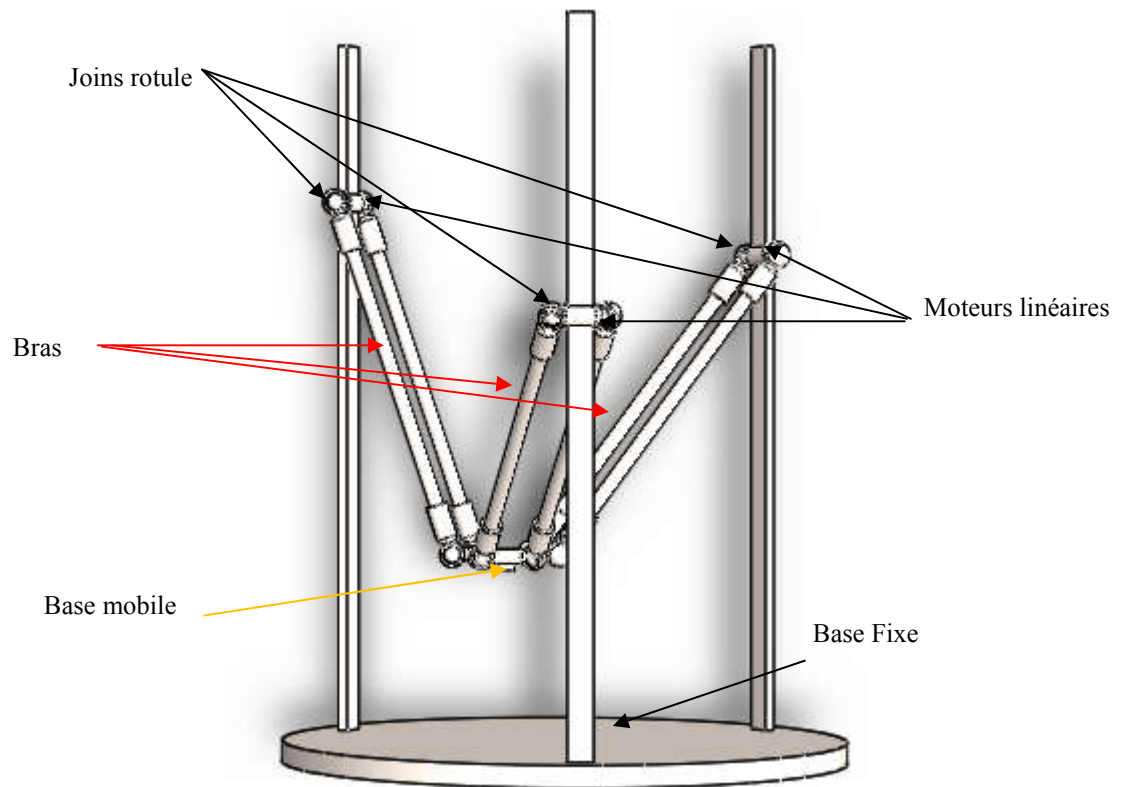


Fig.3. 1 : Modèle CAO de la machine-outil parallèle.

III. 3. Analyse structurale de la machine-outil à structure parallèle

La machine-outil étudiée est de type **PSS (Prismatique- Sphérique- Sphérique)**, à trois degrés de liberté. Elle est composée de deux plateformes, six bras de longueurs identiques, six rotules et trois moteurs linéaires.

Les pièces qui composent cette machine-outil sont:

III. 3. 1. Le bâti

La plateforme fixe est la base porteuse de tous les éléments de la machine-outil, généralement le bâti est supposé comme élément rigide.

III. 3. 2. Les moteurs

Au nombre de trois moteurs linéaires en liaison glissière par rapport au bâti. Chaque moteur glisse selon un axe parmi les trois axes parallèles de la machine-outil. Ces axes peuvent

être verticaux répartis symétriquement selon des angles de 120° dans un cercle de rayon R , et de centre de base fixe de la machine-outil.

III. 3. 3. La nacelle

La plateforme mobile est le porte outil ou électro broche de la machine-outil.

III. 3. 4. Les bras





Ce sont des éléments de liaison entre les moteurs et la nacelle. Il se compose de trois paires de bras. Dans notre cas la paire de bras forme un parallélogramme puisque les longueurs de ses côtés opposés sont identiques. Dans l'extrémité de chacun de ces bras est limité par une rotule.

III. 4. Graphe de liaisons (Graphe d'agencement)

Le Graphe de liaisons est une représentation graphique d'un système mécanique, avec la définition des liaisons entre chaque classe d'équivalence de pièces. Une classe d'équivalence représente une pièce ou bien un ensemble de pièces liées entre elles par une liaison complète. Cette représentation graphique a été proposée par François Pierrot [21].

Le tableau suivant représente les différentes représentations des liaisons :

Tableau III. 1 : Conventions des liaisons.

Nom de la liaison	Représentation	Degré de liberté	Nombre d'inconnus
Liaison pivot.		01 ddl	05
Liaison Glissière (prismatique).		01 ddl	05
Liaison à rotule.		03 ddl	03
Liaison Universel (Cardon).		02 ddl	04

A partir de la structure de cette machine-outil on peut construire le graphe de liaisons comme suite :

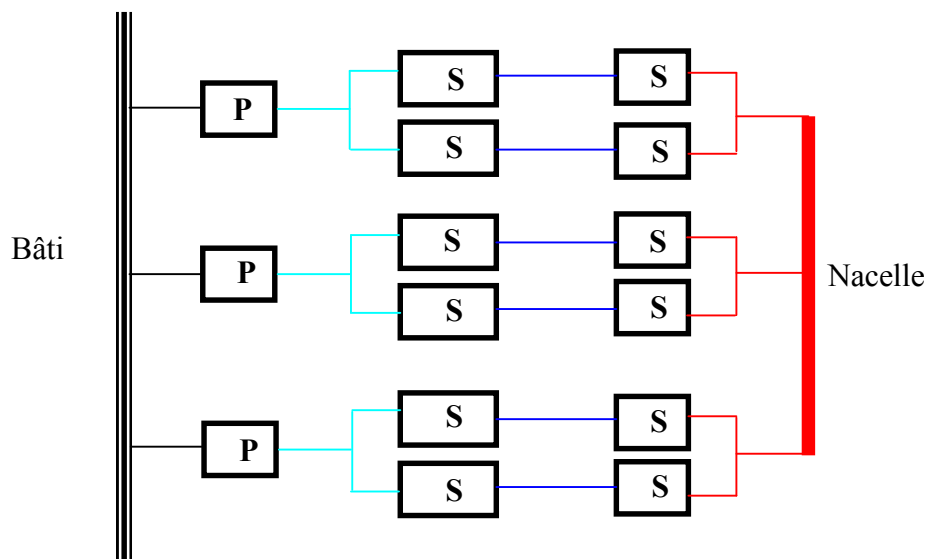


Fig.3.2 : Graphe des liaisons.

III. 5. Formule de Grübler

La formule de Grübler permet de déterminer la mobilité d'une structure mécanique articulée. Elle donne le degré de liberté de l'effecteur en dehors des positions et des agencements singuliers.

$$m = 6(N_p - N_i - 1) + \sum_{i=1}^{N_i} dof_i - m_{\text{int}}$$

avec

m : le nombre de degrés de liberté du mécanisme.

N_p : le nombre de solides indépendants (bâti exclu),

N_i : le nombre de liaisons entre ces solides,

dof_i : le nombre de degrés de liberté de la liaison numéro i ,

m_{int} : le nombre de mobilités internes.

Dans notre cas, cette structure se compose de 11 pièces, le bâti est exclu ($N_p = 11$), et le nombre des liaisons pour notre structure est 15 liaisons (12 liaisons rotules et 3 liaisons glissière), le nombre de degré de liberté de ces liaisons est :

$$dof_i = (12 \times 3) + (3 \times 1) = 39$$

La mobilité interne de cette structure $m_{\text{int}} = 6$, c'est la mobilité de rotation de chaque bras sur son axe.

La mobilité de cette structure : $m = 6(11 - 15 - 1) + 39 - 6 \Rightarrow m = 3$

III. 6. Paramétrage de la machine-outil

La structure de la machine-outil étudiée est de type Delta linéaire, le mouvement de la nacelle est piloté par trois liaisons prismatiques qui glissent linéairement selon l'axe Z de repère $\{R_B\}$.

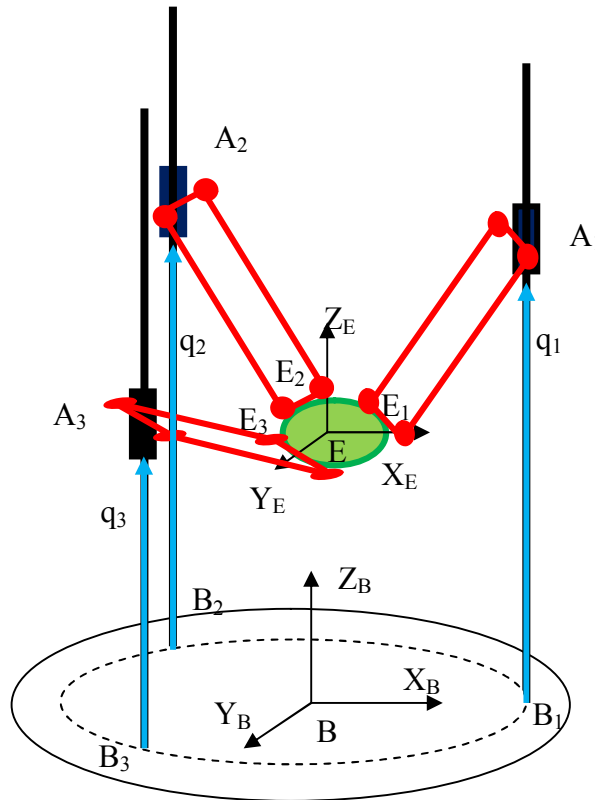


Fig.3.3 : Schéma cinématique de la machine-outil Delta linéaire.

Comme indiqué ci-dessus, cette machine-outil est de type Delta à trois actionneurs linéaire, elle est composée de trois chaînes identiques (**PSS**) montées en parallèle entre la nacelle (effecteur final), et la base fixe. Les variables articulaires sont q_i avec $i=1, 2, 3$.

Les coordonnées des variables articulaires dans le repère $\{R_B\}$ sont :

$$q = (q_1, q_2, q_3)^T$$

Et les coordonnées des variables cartésiennes dans le repère $\{R_B\}$ sont :

$$E = (x, y, z)^T.$$

Les détails géométriques de la base fixe et de la nacelle sont présentés dans les figures 3.4 et 3.5:

Les axes verticaux des trois moteurs linaires sont repartis par rotation symétrique de $2\pi/3$ dans un cercle de rayon R et centré à l'origine du repère de référence $\{R_B\}$, situé dans les points B_1 , B_2 et B_3 successivement.

III. 6.1. Paramétrage de la plateforme

Le repère de référence $\{R_B\} = \{B, X_B, Y_B, Z_B\}$ est fixé dans le centre de la plateforme fixe.

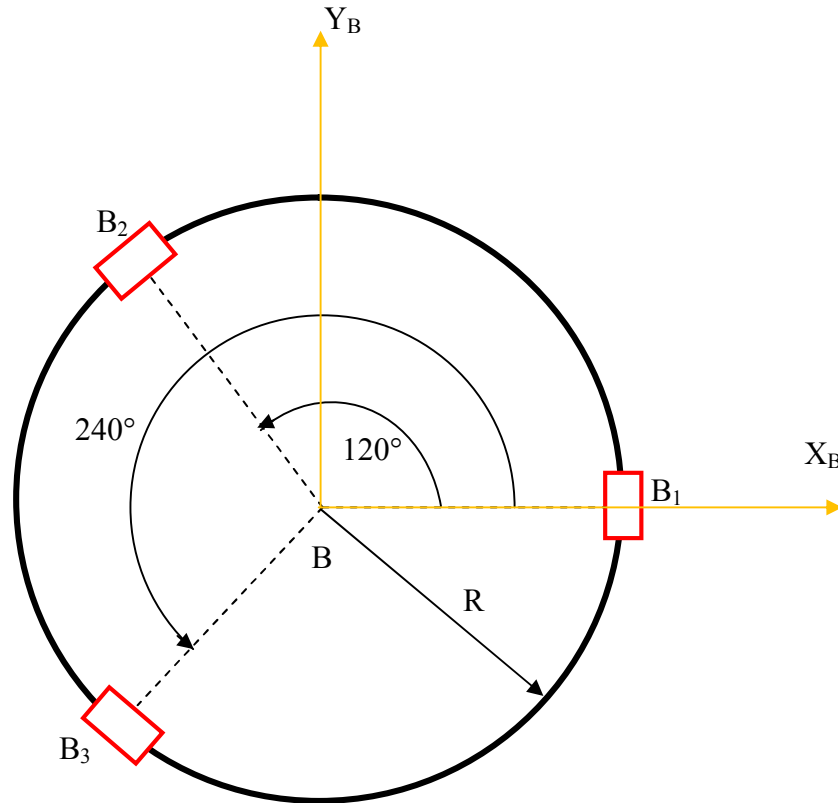


Fig.3.4 : Paramétrage de la base fixe.

Les coordonnées des points B_i avec $i = 1, 2, 3$ dans le repère fixe $\{R_B\}$ sont :

$$B_1 = \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} -\frac{R}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2}R \\ 0 \end{pmatrix} \quad B_3 = \begin{pmatrix} -\frac{R}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}R \\ 0 \end{pmatrix}$$

Les points des centres des liaisons rotules coté moteurs $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}, A_{31}, A_{32}$ sont symétriques deux à deux, telle que les distances entre les différents points A_{ij} sont égales entre elles $\overline{A_{11}A_{12}} = \overline{A_{21}A_{22}} = \overline{A_{31}A_{32}}$.

III. 6.2. Paramétrage de la nacelle

Les coordonnées des points E_i dans le repère lié à la nacelle R_E :

$$E_1 = \begin{pmatrix} r \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad E_2 = \begin{pmatrix} -\frac{r}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2}r \\ 0 \end{pmatrix} \quad E_3 = \begin{pmatrix} -\frac{r}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}r \\ 0 \end{pmatrix}$$

Le paramétrage de la nacelle est donné comme suite :

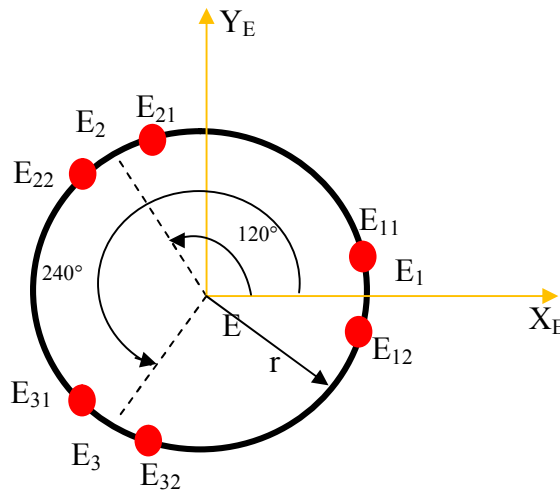


Fig.3.5 : Paramétrage de la nacelle.

Les points des centres des liaisons rotules coté nacelle E_{11} , E_{12} , E_{21} , E_{22} , E_{31} , E_{32} sont symétrique deux à deux, telle que les distances entre les différents points E_{ij} sont égales entre elles $\overline{E_{11}E_{12}} = \overline{E_{21}E_{22}} = \overline{E_{31}E_{32}}$.

Les distances entre les centres des rotules dans les deux cotés sont égaux, telle que $\overline{A_{11}A_{12}} = \overline{A_{21}A_{22}} = \overline{A_{31}A_{32}} = \overline{E_{11}E_{12}} = \overline{E_{21}E_{22}} = \overline{E_{31}E_{32}}$

Pour l'agencement, les barres sont égales, et regroupées par paires, comme indique la figure 3.6 telle que:

$$\overline{A_{11}E_{11}} = \overline{A_{12}E_{12}} = \overline{A_{21}E_{21}} = \overline{A_{22}E_{22}} = \overline{A_{31}E_{31}} = \overline{A_{32}E_{32}}$$

III. 6.3. Paramétrage de la partie mobile de la machine-outil

La partie mobile de cette machine-outil se compose de trois parallélogrammes identiques qui relient entre la nacelle et les trois moteurs linéaires.

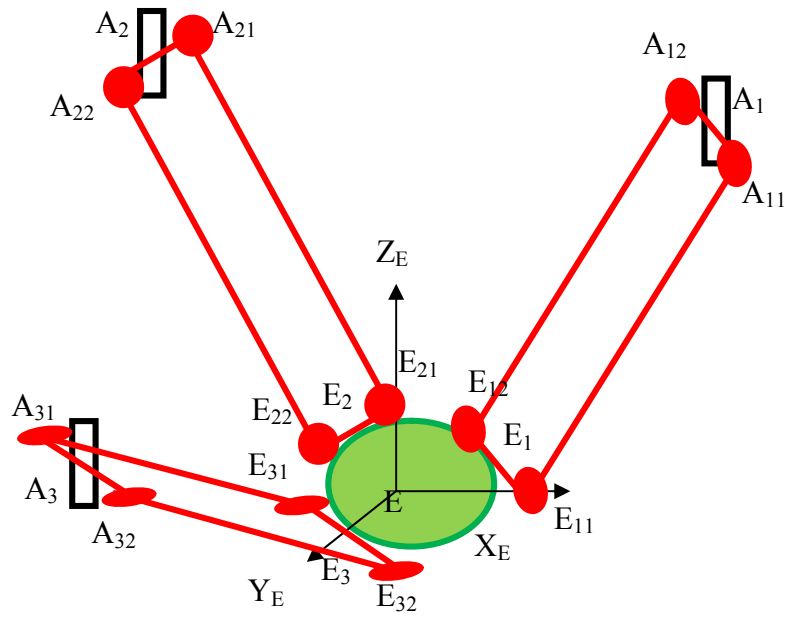


Fig.3.6 : Paramétrage de la partie mobile de la machine-outil.

III. 6.4. Paramétrage de la chaîne cinématique fermée

Dans l'ensemble de cette machine-outil, on trouve trois chaînes cinématiques identiques fermées, chaque chaîne cinématique est représentée comme suite :

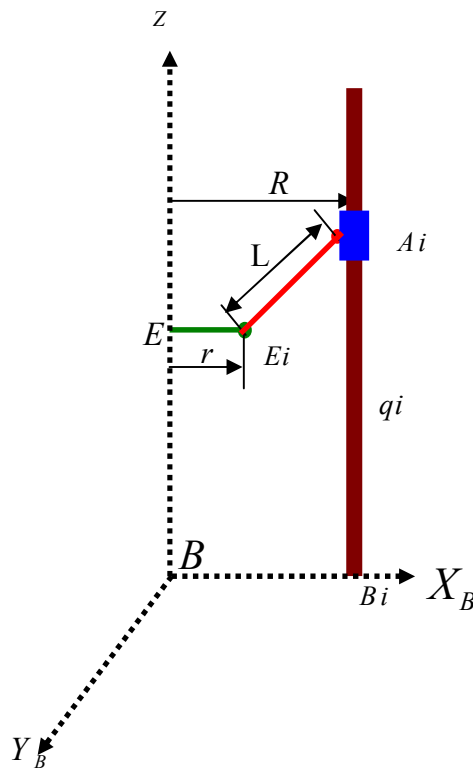


Fig.3.7 : Paramètre Géométrique.

A partir des paramètres géométriques ci-dessus, pour les trois chaînes cinématiques on a trois équations de vecteur \overline{BE} de la forme suivantes :

$$\overline{BE} = \overline{BB_i} + \overline{B_iA_i} + \overline{A_iE_i} + \overline{E_iE} \quad (\text{III.1})$$

Pour $i=1, 2, 3$.

En transformant le vecteur de l'équation (III.1) en trois équations scalaires, on obtient:

$$(X_B - x_i)^2 + (Y_B - y_i)^2 + (Z_B - z_i)^2 = q_i^2 \quad (\text{III.2})$$

Donc, si nous remplaçons $i = 1, 2, 3$, nous trouvons un système de trois équations:

$$\begin{cases} (z - q_1)^2 + L^2 - (r - R + x)^2 - y^2 = 0 \\ (z - q_2)^2 + L^2 - \left(\frac{1}{2}(R - r) + x\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}(r - R) + y\right)^2 = 0 \\ (z - q_3)^2 + L^2 - \left(\frac{1}{2}(R - r) + x\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}(R - r) + y\right)^2 = 0 \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Le développement de ce système d'équations donne :

$$\begin{cases} (z - q_1)^2 = (r - R + x)^2 - L^2 + y^2 \\ (z - q_2)^2 = \left(\frac{1}{2}(R - r) + x\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}(r - R) + y\right)^2 - L^2 \\ (z - q_3)^2 = \left(\frac{1}{2}(R - r) + x\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}(R - r) + y\right)^2 - L^2 \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

Le modèle cinématique inverse de cette machine-outil peut être obtenue comme suit:

$$\begin{cases} q_1 = z + \sqrt{L^2 + (x - R + r)^2 - y^2} \\ q_2 = z + \sqrt{L^2 - \left(x + \frac{1}{2}(R - r)\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}(r - R) + y\right)^2} \\ q_3 = z + \sqrt{L^2 - \left(x + \frac{1}{2}(R - r)\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}(R - r) + y\right)^2} \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

Avec q_1, q_2, q_3 sont les positions des moteurs M_1, M_2, M_3 respectivement, et x, y, z les coordonnées du point E défini dans le repère fixe $\{R_B\}$.

III. 7. Etude des positions des moteurs pour le déplacement de l'outil dans l'espace de travail

On utilise le modèle cinématique du système d'équations (III.5) pour trouver les positions des moteurs pour un espace de travail donné. On suppose que l'espace de travail de cette machine-outil soit un cube situé dans le centre de la base fixe. Cette étude des positions des moteurs est réalisée pour une structure telle que les glissières sont disposées parallèlement à l'axe Z avec une distance ($R = 0,7m$), la nacelle a un rayon ($r = 0,15m$), et les bras son de même longueur ($L = 1,3 m$).

Cette structure est représentée dans la figure suivante :

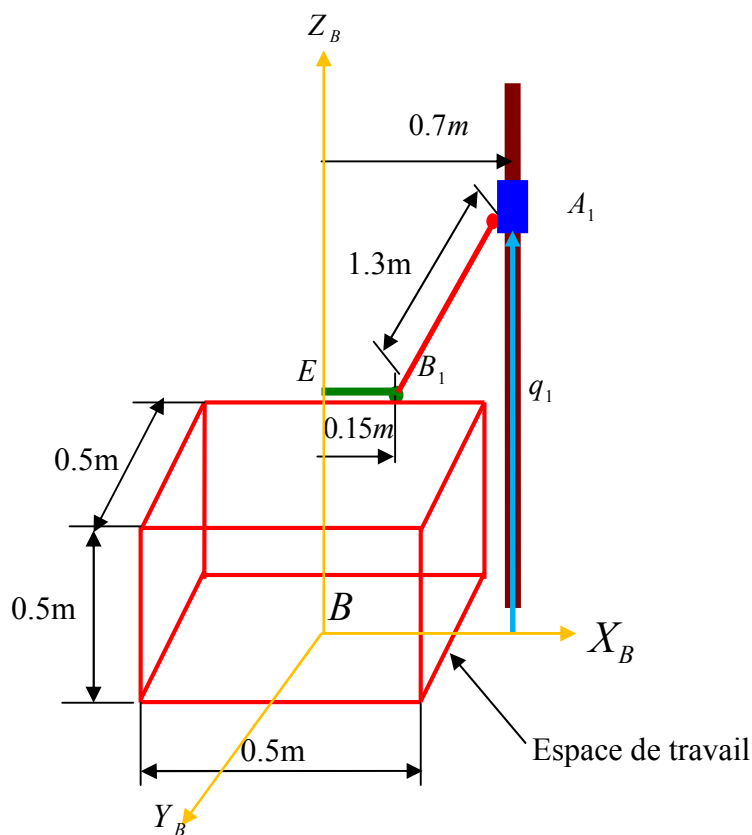


Fig.3.8 : Dimensionnement du modèle géométrique.

III. 7.1. Les valeurs de position de l'effecteur et des actionneurs

On remplace les dimensions (r , R , L) par leurs valeurs dans le système (III.5), cela nous conduit au calcul des positions des moteurs (q_1 , q_2 , q_3). Ce calcul est fait pour les positions de l'effecteur final (x_p , y_p , z_p) comme il est représenté dans le tableau suivant:

Tableau III. 2 : Positions des moteurs en fonction de la position de l'effecteur.

(L = 1,3 m), (R = 0,7m), (r = 0,15m)	
La position de l'outil (x_p, y_p, z_p)	Les positions des moteurs (q_1, q_2, q_3)
$(x_p = 0.25 \text{ m}, y_p = 0.25 \text{ m}, z_p = 0)$	(1.240 ; 1.1675 ; 0.94173)
$(x_p = 0.25 \text{ m}, y_p = 0.25 \text{ m}, z_p = 0.5 \text{ m})$	(1.49 ; 1.1917 ; 1.1917)
$(x_p = 0.25 \text{ m}, y_p = -0.25 \text{ m}, z_p = 0)$	(1.24 ; 1.1675 ; 1.1675)
$(x_p = 0.25 \text{ m}, y_p = -0.25 \text{ m}, z_p = 0.50 \text{ m})$	(1.49 ; 1.4175 ; 1.4175)
$(x_p = -0.250 \text{ m}, y_p = 0.250 \text{ m}, z_p = 0)$	(1.5058 ; 1.2799 ; 1.4889)
$(x_p = -0.25 \text{ m}, y_p = 0.25 \text{ m}, z_p = 0.50 \text{ m})$	(2.0058 ; 1.7799 ; 1.9889)
$(x_p = -0.250 \text{ m}, y_p = -0.250 \text{ m}, z_p = 0)$	(1.5058 ; 1.0780 ; 1.2799)
$(x_p = -0.25 \text{ m}, y_p = -0.25 \text{ m}, z_p = 0.50 \text{ m})$	(2.0058 ; 1.5780 ; 1.7799)

Ces résultats représentent la position des moteurs dans chaque position de l'outil dans les extrémités de l'espace de travail proposé.

III. 8. Etude des positions des moteurs lors de déplacement de l'outil selon un plan

Pour déplacer l'outil dans un plan de l'espace de travail de la machine-outil, les déplacements des moteurs M_1, M_2, M_3 sont désignés par q_1, q_2, q_3 .

III. 8. 1. Déplacements du moteur linéaire q_1

Les déplacements du moteur M_1 le long de l'axe Z pour tous les points du plan (oxy) de l'espace de travail, telle que $(-0,25 \leq x \leq 0,25, -0,25 \leq y \leq 0,25, z = 0)$ est donné par le graphique suivant [22]:

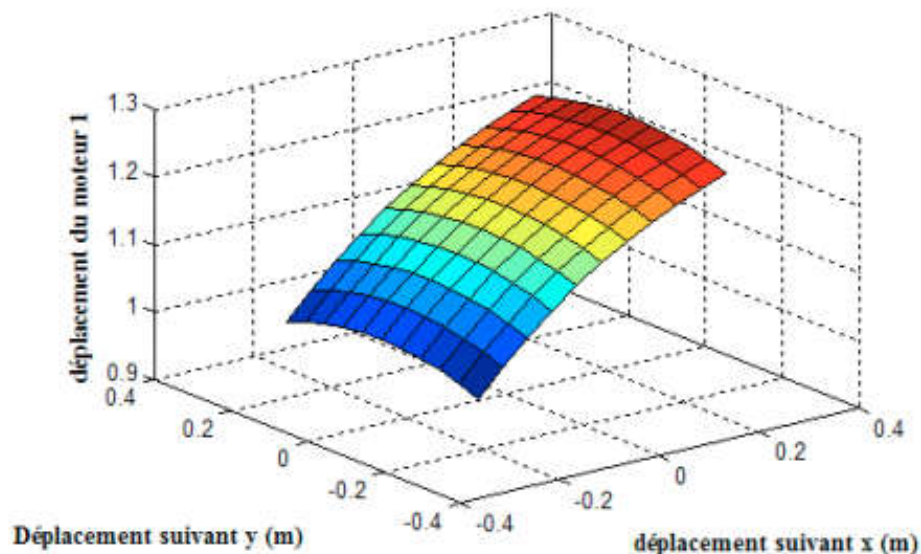


Fig.3.9 : Déplacements du moteur 1.

III. 8. 2. Déplacements du moteur linéaire q_2

Les déplacements du moteur M_2 le long de l'axe Z pour tous les points du plan (oxy) de l'espace de travail, telle que $(-0,25 \leq x \leq 0,25, -0,25 \leq y \leq 0,25, z = 0)$ est donné par le graphique suivant :

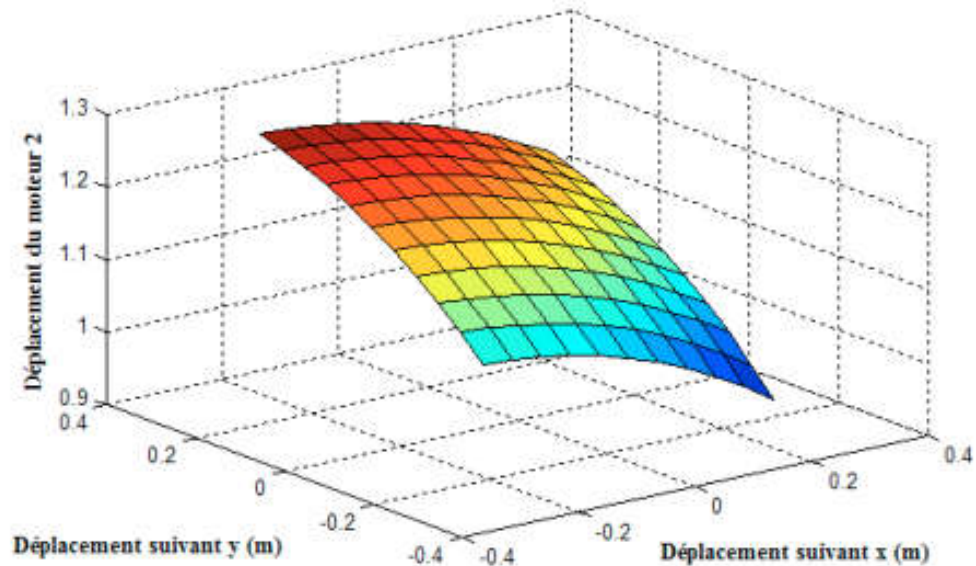


Fig.3. 10 : Déplacement du moteur M_2 .

III. 8. 3. Déplacements du moteur linéaire q_3

Les déplacements du moteur M_3 le long de l'axe Z pour tous les points du plan (oxy) de l'espace de travail, telle que $(-0,25 \leq x \leq 0,25, -0,25 \leq y \leq 0,25, z = 0)$ est donné par le graphique suivant :

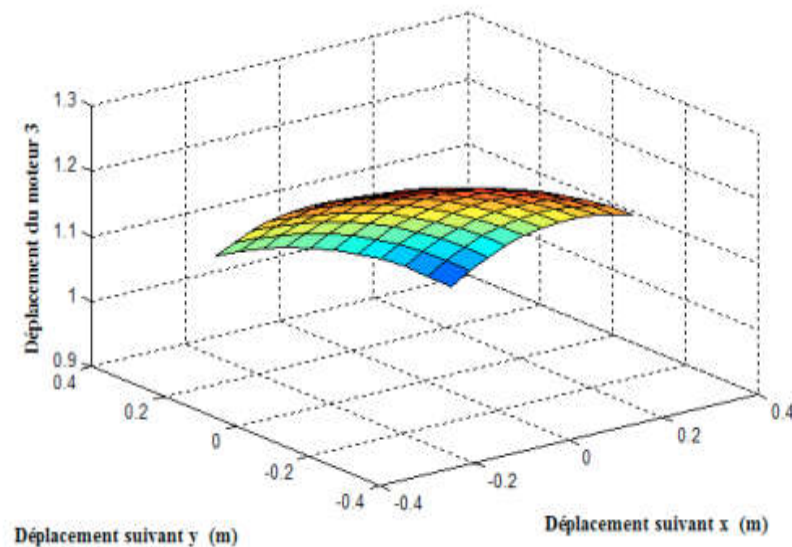


Fig.3. 11 : Déplacement du moteur M_3

Les trois figures précédentes représentent les positions de chaque moteur dans chaque point du plan (OXY) de l'espace de travail choisi. Ces résultats sont obtenus à partir du modèle géométrique de la structure et de l'espace de travail proposé.

III. 9. Détermination des positions du moteur linéaires en fonction de la trajectoire de l'outil

La génération des trajectoires d'outils en usinage est obtenue à partir des déplacements des moteurs. Cela consiste à déterminer le chemin à suivre par le point piloté de l'outil. À partir du modèle géométrique on peut déterminer la trajectoire suivie par l'outil pour réaliser la tâche. Le calcul du parcours des outils lors de l'usinage est un objectif de certains travaux [23, 24], et d'autres travaux consistent à déterminer la trajectoire parcourue par l'outil pour aller d'une position à une autre [25-28]. La connaissance de la trajectoire de l'outil permet d'optimiser le temps d'usinage pour certaines opérations d'usinage [29-30].

Dans cette partie on utilise MATLAB pour trouver les positions des moteurs en fonction d'une trajectoire défini dans l'espace de travail, pour des dimensions donnée de la machine-outil parallèle.

III. 9. 1. Positions des moteurs pour une trajectoire linéaire

La trajectoire proposée dans ce cas est une trajectoire linéaire. Cette trajectoire a été effectuée par l'outil dans l'espace de travail de la machine-outil, les positions des trois moteurs le long de l'axe Z sont indiquées à la figure 3.12:

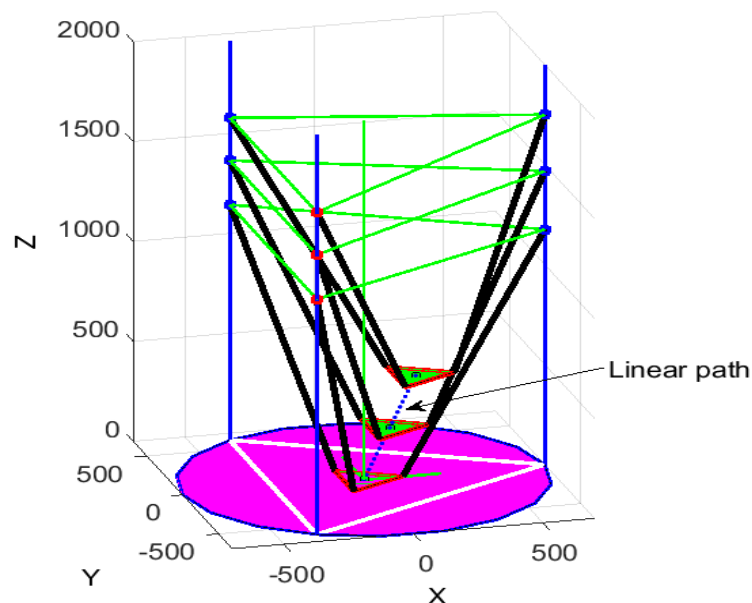


Fig. 3.12 : Trajectoire linéaire de l'outil.

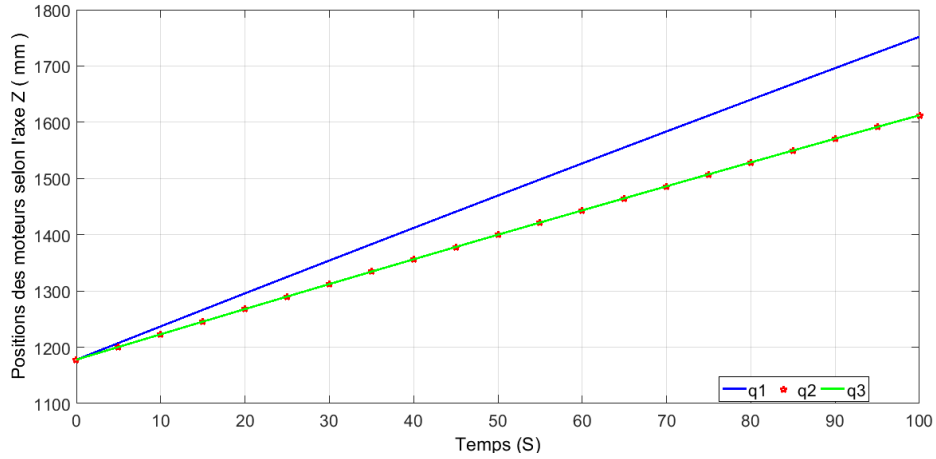


Fig.3.13 : Positions des moteurs pour une trajectoire linéaire.

III. 9. 2. Positions des moteurs linéaires en fonction de la stratégie d'usinage

Lors d'un surfacage d'une pièce prismatique tel que représenté à la figure 3.14, deux stratégies différentes sont possibles.

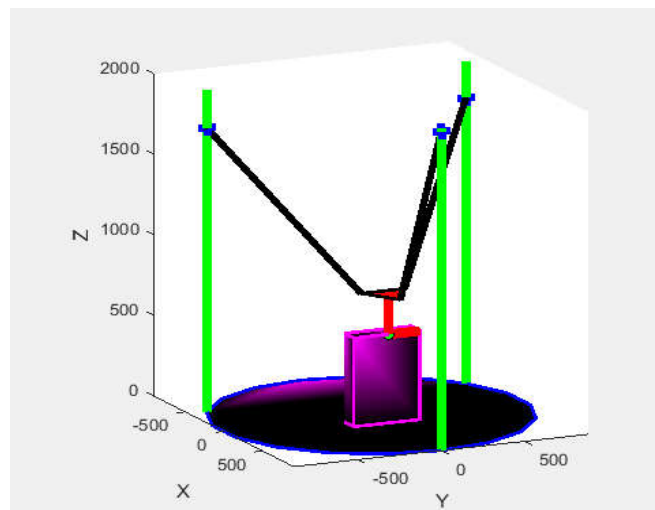


Fig.3.14 : Simulation du parcours de l'outil pour l'usinage de surface.

La première stratégie d'usinage de cette pièce pour 5 passes, la génération de ses passes est comme suit:

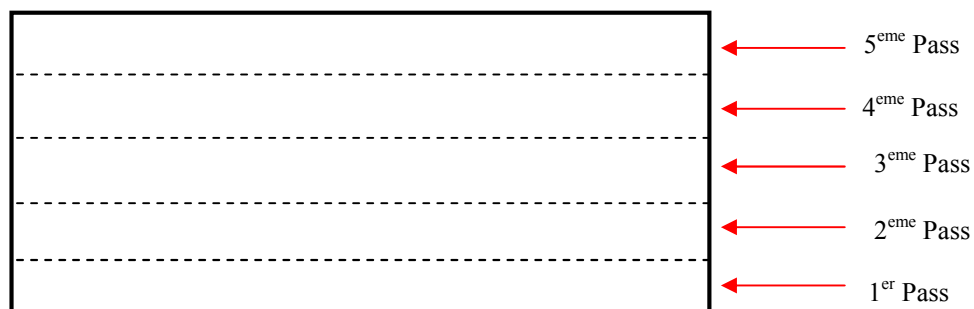


Fig.3.15 : Première stratégie de génération des passes sur la surface usinée.

Les positions des moteurs pour cette stratégie sont illustrées dans la figure suivante:

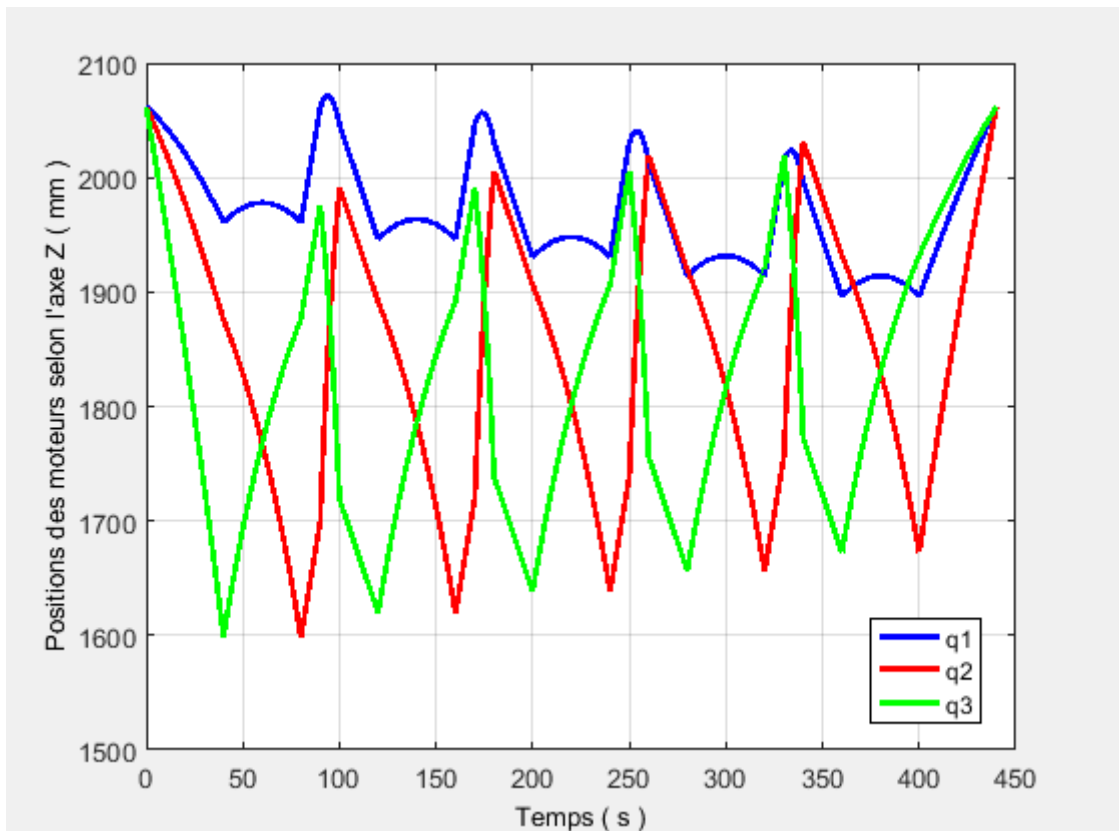


Fig.3.16 : Positions des moteurs pour la première stratégie d'usinage.

La deuxième stratégie d'usinage de cette pièce, pour 5 passes, la génération de ses passes est comme suit:

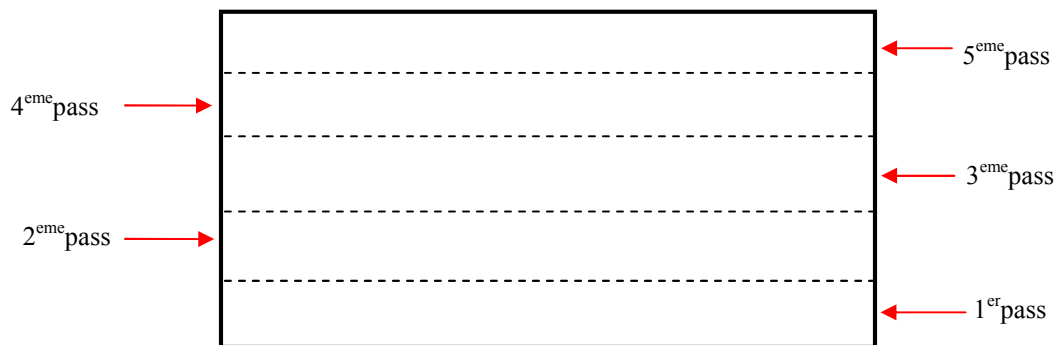


Fig.3.17 : Deuxième stratégie de génération des passes sur la surface usinée.

Les positions des moteurs dans le cas de cette stratégie sont illustrées dans la figure suivante:

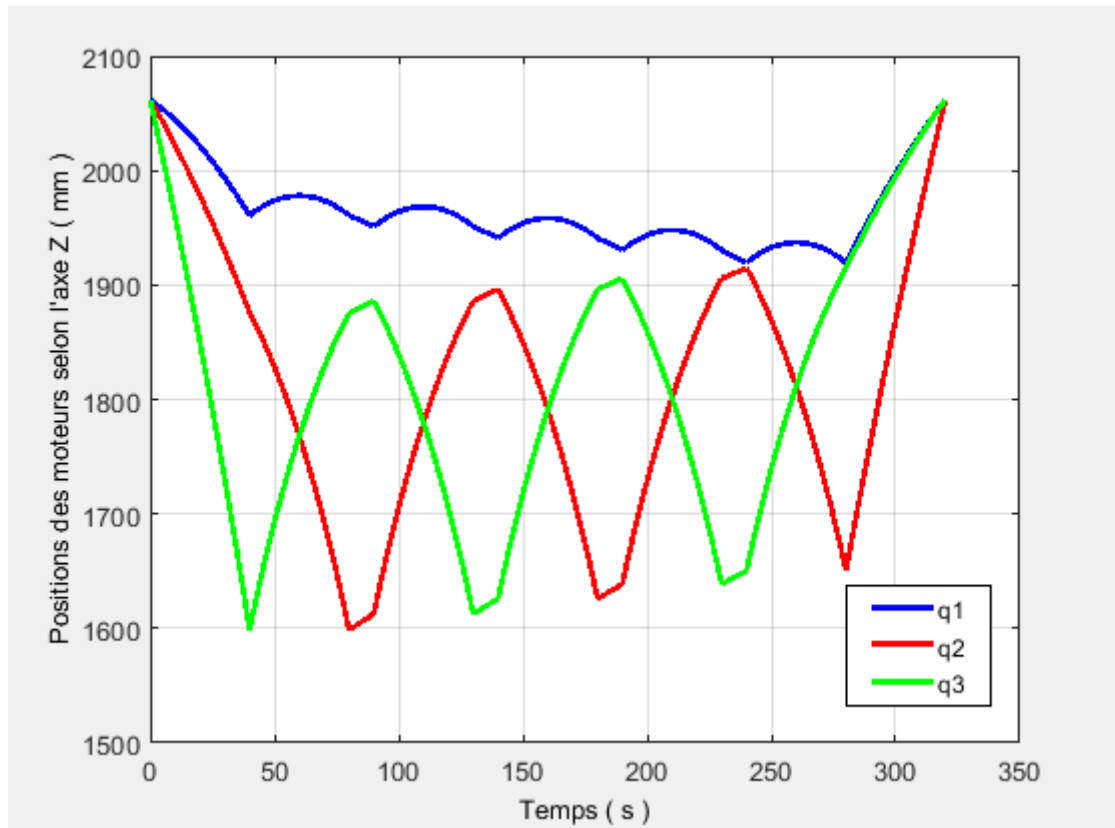


Fig.3.18 : Positions des moteurs pour la deuxième stratégie d'usinage.

III. 9. 3. Discussion des résultats

D'après les deux résultats précédant, on constate que le temps de génération de trajectoire dans la deuxième stratégie est moins que dans la première stratégie, donc on peut choisir la stratégie qui donne un temps minimal de déplacement hors matière.

III. 10. Etude comparatif en fonction de la trajectoire de l'outil

La détermination de l'emplacement des moteurs en fonction de la trajectoire de l'outil est calculée en utilisant MATLAB à partir du modèle géométrique de la machine-outil. En effet, il est possible de vérifier et de comparer la validation du notre modèle géométrique par l'utilisation du logiciel CAO SOLIDWORKS. La simulation est faite pour la même trajectoire et les mêmes dimensions de la machine. Pour cela, deux cas de trajectoires sont envisagés, la trajectoire circulaire et la trajectoire spirale.

III. 10. 1. Cas d'une trajectoire circulaire

On prend comme exemple une trajectoire circulaire pour les mêmes dimensions de la structure de la machine-outil comme indiqué sur la figure 3.19.

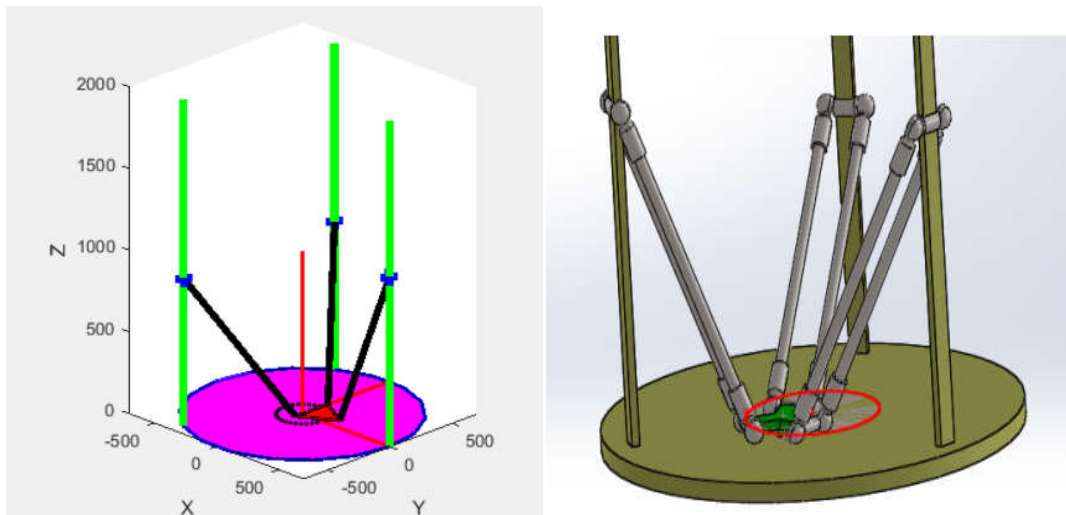


Fig.3.19 : Trajectoire circulaire a) dans MATLAB et b) dans Solidworks [31].

La simulation du modèle géométrique avec MATLAB convertit automatiquement le modèle d'équations mathématiques en courbes de position des moteurs en fonction de la trajectoire de l'outil dans son espace de travail. Pour cette trajectoire, les moteurs sont déplacés le long de l'axe Z. Les résultats de cette simulation sont illustrés dans la figure 3.20.

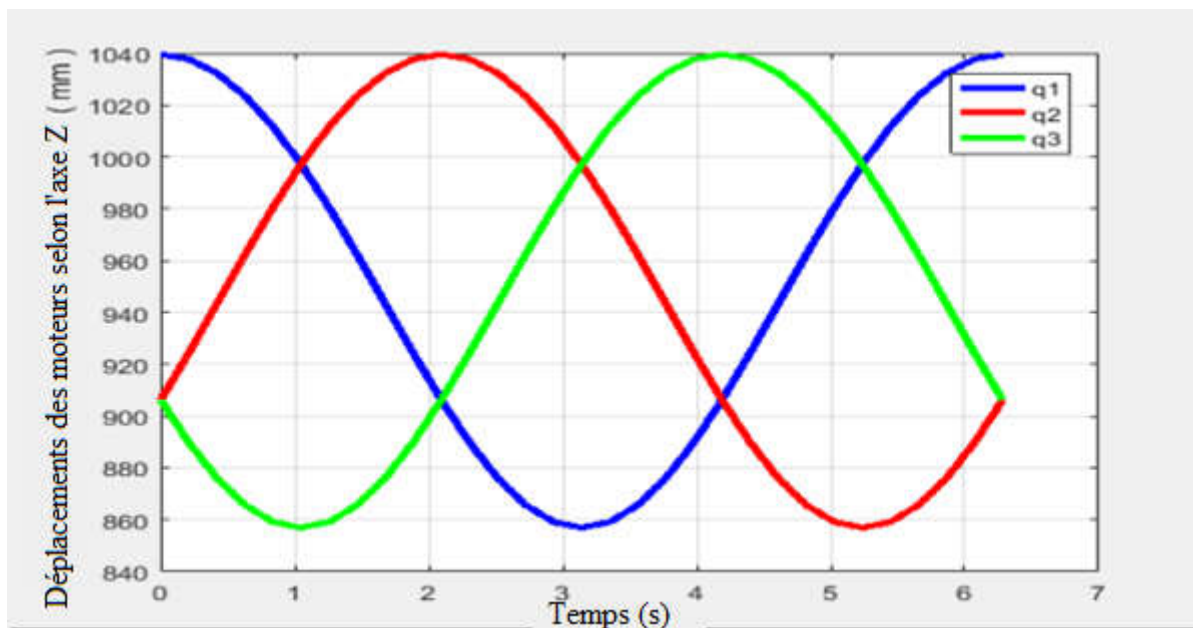


Fig.3.20 : Déplacement des actionneurs avec MATLAB [31].

La validation des résultats de cette simulation est effectuée à l'aide du logiciel SOLIDWORKS Motion pour la même trajectoire, les résultats sont illustré dans la figure 3.21;

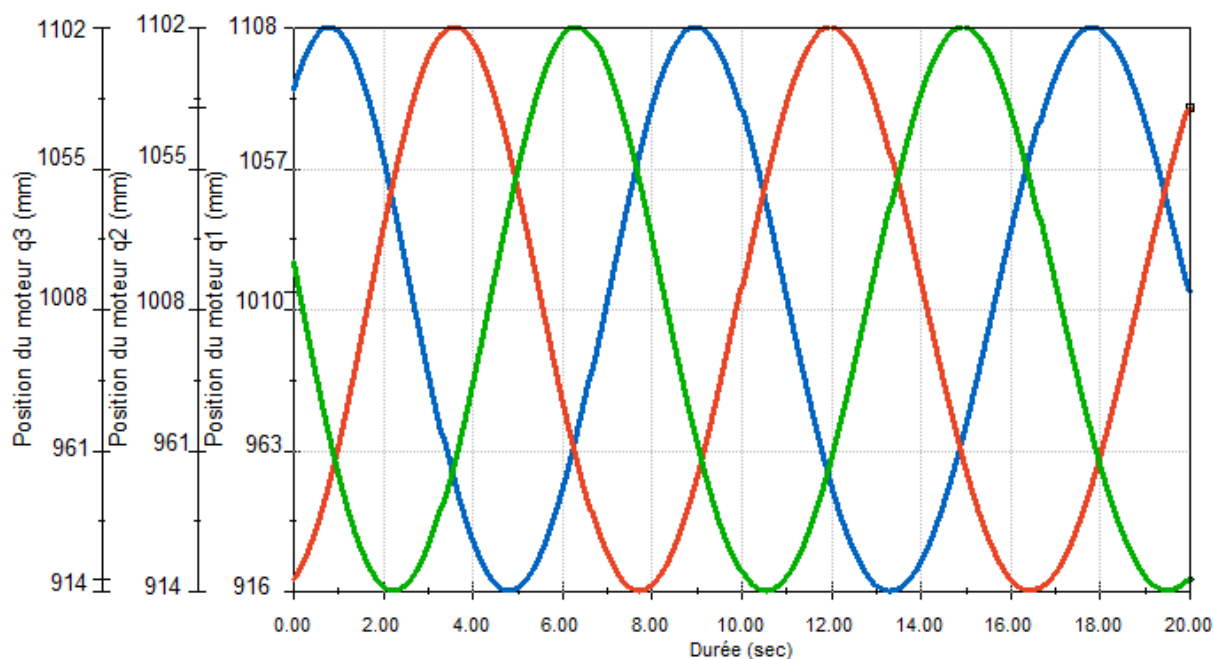


Fig.3.21 : Déplacement des actionneurs avec SOLIDWORKS [31].

Les résultats précédents pour les deux simulations utilisées ici montrent que les courbes de déplacement des moteurs pour une trajectoire circulaire d'un diamètre de 300 mm simulées avec MATLAB, sont presque identiques à celles trouvées par SOLIDWORKS. Les résultats de déplacement sont proches de course de 190 mm dans les deux cas. Il y a une différence dans le temps d'étude entre SOLIDWORKS motion et MATLAB pour expliquer la différence des valeurs de la vitesse utilisée dans chaque simulation.

III. 10.2. Cas d'une trajectoire spirale

Pour cette étude, la détermination des positions des moteurs est simulée avec MATLAB et SOLIDWORKS. Nous utilisons dans ce cas-là une trajectoire complexe, nous laissons le centre de la plate-forme mobile (l'outil) suivre une trajectoire spirale de 300 mm de diamètre et un pas de 20 mm, comme indiqué sur la figure 3.21. Le déplacement de chaque actionneur est calculé et représenté sur la figure 3.22.

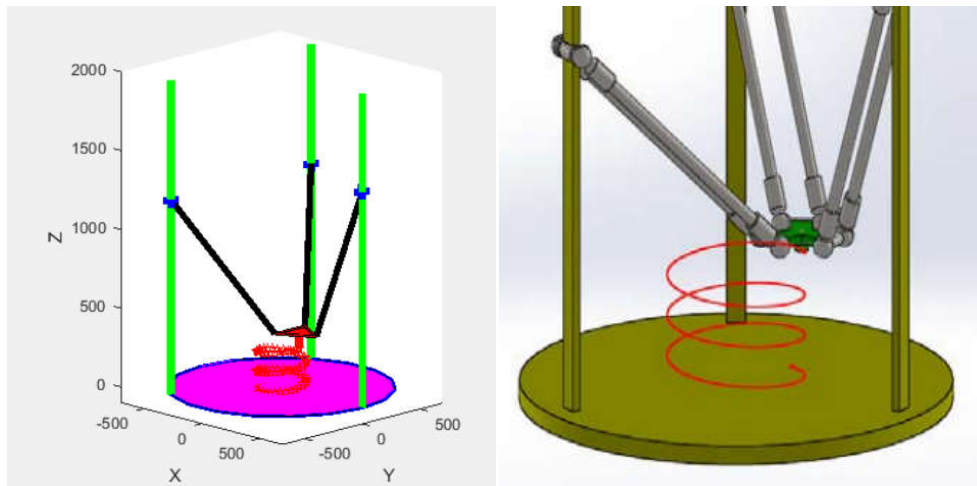


Fig.3.22 : Trajectoire spirale, a) dans MATLAB et b) dans SOLIDWORKS [31].

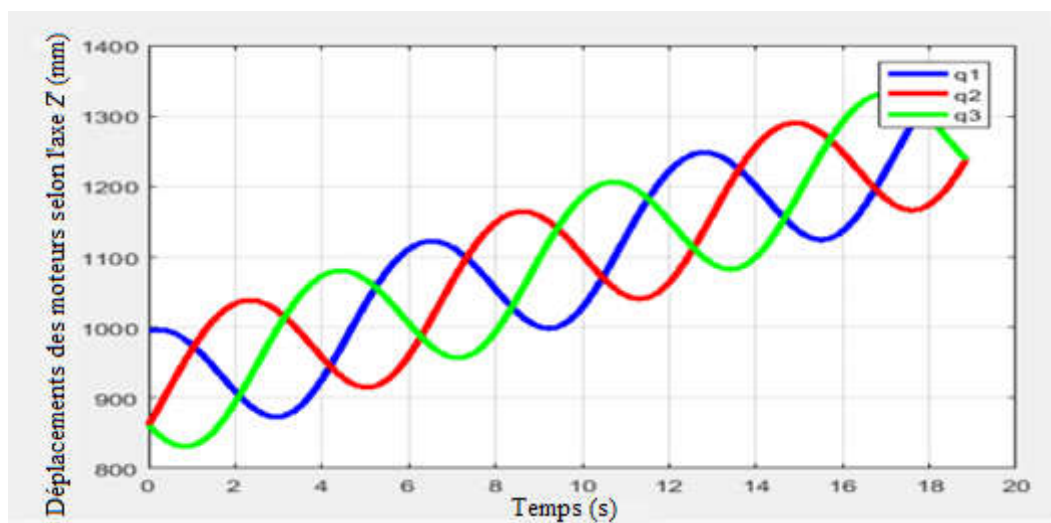


Fig.3.23 : Déplacement des actionneurs avec MATLAB [31].

La validation des résultats de cette trajectoire est effectuée avec les logiciels MATLAB et Solidworks pour la même structure de la machine-outil.

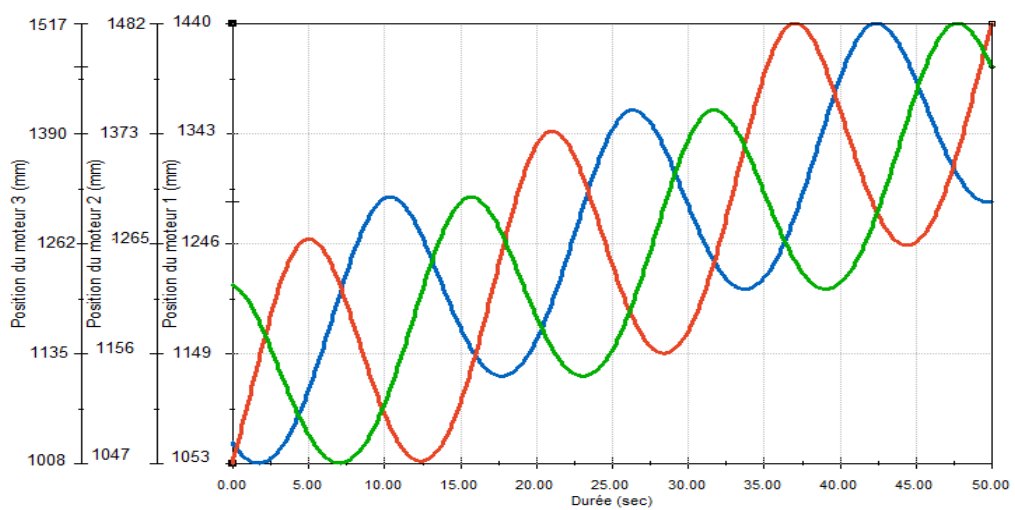


Fig.3.24 : Déplacement des actionneurs avec SOLIDWORKS [31].

À partir de ces résultats, nous trouvons que les courbes de déplacement des moteurs pour cette trajectoire simulée avec MATLAB et SOLIDWORKS sont pratiquement les mêmes. Les résultats de déplacement sont proches des 390 mm dans les deux cas. Il y a une différence dans le temps d'étude entre SOLIDWORKS motion et MATLAB pour expliquer la différence des valeurs de la vitesse utilisée dans chaque simulation.

III. 11. Conclusion

Les équations du modèle géométrique servent à déterminer la relation entre la position de l'outil et les positions des moteurs pour une machine-outil à structure parallèle de type Delta linéaire. Ces équations sont utilisées pour déterminer la trajectoire du mouvement des moteurs pendant le mouvement de l'outil pour une trajectoire donnée. Le code MATLAB est utilisé pour simuler les équations mathématiques du modèle géométrique de la machine-outil pendant une trajectoire donnée, tandis qu'un modèle 3D de cette machine-outil est conçu et simulé à l'aide du logiciel de simulation SOLIDWORKS. Dans un premier temps des simulations pour des trajectoires simples et complexes sont générées avec un programme MATLAB, ensuite une comparaison entre des simulations pour les mêmes trajectoires est effectuée avec SOLIDWORKS avec les mêmes paramètres et les mêmes dimensions de la machine-outil. Les résultats obtenus par les deux simulations sont très proches.

Bibliographie

- [1] Huang, T., Mei, M. P., Zhao, X. Y., Zhou, L. H., Zhang, D. W., Zeng, Z. P., & Whitehouse, D. J. (n.d.). ‘‘Stiffness Estimation of a Tripod-based Parallel Kinematic Machine’’. International Conference on Robotics & Automation Seoul, Korea. May 21-26, 2001.
- [2] Sylvain Pateloup, Hélène Chanal et Emmanuel Duc ‘‘ Etude des performances de machines-outils 5 axes à structure parallèle et sérielle pour l’usinage d’une pièce aéronautique’’, *Mécanique & Industries* 12, 479–486 (2011).
- [3] Bi Z. M. ‘‘Kinetostatic modeling of Exechon parallel kinematic machine for stiffness analysis’’. *Int J Adv Manuf Technol* 71:325–335, 2014.
- [4] Yu, G., Wang, L., Wu, J., Wang, D., & Hu, C. ‘‘Stiffness modeling approach for a 3-DOF parallel manipulator with consideration of nonlinear joint stiffness’’/ *Mechanism and Machine Theory* 123: 137–152; 2018.
- [5] Terrier, M., Dugas, A., & Hascoët, J.-Y. ‘‘Qualification of parallel kinematics machines in high-speed milling on free form surfaces’’. *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 44: 865–877; 2004.
- [6] Chanal, H., Duc, E., & Ray, P. ‘‘ A study of the impact of machine tool structure on machining processes’’, LaMI, IFMA/UBP-Campus des Cézeaux BP, 265 63175 Aubiere Cedex, France, 2005;
- [7] Grotjahn, M., Heimann, B., & Abdellatif, H. ‘‘ Identification of Friction and Rigid-Body Dynamics of Parallel Kinematic Structures for Model-Based Control’’. *Multibody System Dynamics* 11: 273–294, Netherlands. 2004.
- [8] Chi, Z., Zhang, D., Xia, L., & Gao, Z. ‘‘ Multi-objective optimization of stiffness and workspace for a parallel kinematic machine’’ Springer Science Business Media Dordrecht, 2013.
- [9] Yan, S. J., Ong, S. K., & Nee, A. Y. C. ‘‘Stiffness analysis of parallelogram-type parallel manipulators using a strain energy method’’. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 37: 13–22, 2016.
- [10] Yang, C. Qinchuan Li, Qiaohong Chen, Lingmin Xu ‘‘ Elastostatic stiffness modeling of over constrained parallel manipulators’’ *Mechanism and Machine Theory* 122: 58–74; 2018.
- [11] Meng, J., Liu, G., & Li, Z. A Geometric Theory for Analysis and Synthesis of Sub-6 DoF Parallel Manipulators. *IEEE Transactions on Robotics*, 23(4), 625–649; 2007.

- [12] Jingjun Zhang, Lihong Shi, Ruizhen Gao, & Chaoyang Lian. "The mathematical model and direct kinematics solution analysis of Delta parallel robot". 2nd IEEE International Conference on Computer Science and Information Technology; 2009.
- [13] Li, Y., &Staicu, S. "Inverse dynamics of a 3-PRC parallel kinematic machine", 67(2), 1031–1041. Springer Science Business Media B.V. 2011.
- [14] Maldonado-Echegoyen, R., Castillo-Castaneda, E., & Garcia-Murillo, M. A. "Kinematic and deformation analyses of a translational parallel robot for drilling tasks". Journal of Mechanical Science and Technology, 29(10), 4437–4443. 2015.
- [15] Tsai, M.-S. W.-H. Yuan, "Inverse dynamics analysis for a 3-PRS parallel mechanism based on a special decomposition of the reaction forces". Mechanism and Machine Theory 45 1491–1508; 2010.
- [16] Tsai, M.-S. Yuan W.-H. "Dynamic Modeling and Decentralized Control of a 3 PRS Parallel Mechanism Based on Constrained Robotic Analysis". J Intell Robot Syst. 63:525–545; 2011.
- [17] Kelaiaia, R., Company, O., & Zaatri, A. "Multiobjective optimization of a linear Delta parallel robot". Mechanism and Machine Theory 50: 159–178; 2012.
- [18] Song Lu and Yangmin Li "Dynamic Dexterity Evaluation of a 3-DOF 3-PUU Parallel Manipulator Based on Generalized Inertia Matrix". IEEE Conference on Robotics and Biomimetics Zhuhai, China, December 6-9, 2015.
- [19] Liping, W., Huayang, X., & Liwen, G. "Kinematics and inverse dynamics analysis for a novel 3-PUU parallel mechanism". Cambridge University Press; 2016.
- [20] Janet J Fernandes Arockia Selvakumar. "Kinematic and Dynamic Analysis of 3PUU Parallel Manipulator for Medical Applications". Procedia Computer Science 133: 604–611; 2018.
- [21] Kanaan D. Ph. Wenger D. Chablat, "Kinematics analysis of the parallel module of the VERNE machine", (France), June18-21, 2007.
- [22] Bourebbou A., Assas M., Belloufi A. Hecini M. "Kinematic Modeling of a Parallel Machine Tool in High Speed Machining Machining UGV". IJCSI International Journal of Computer Science Issues, September 2015.

- [23] KIM T., SARMA S.E., "Toolpath generation along directions of kinematic performance: a first cut at machine optimal paths", *Computer Aided Design*, Volume 34, pp 453-468, 2002.
- [24] Pugazhenti, S., Nagarajan, T., & Singaperumal, M. "Optimal trajectory planning for a hexapod machine tool during contour machining", *Journal of Mechanical Engineering Science*, December 2002.
- [25] Da Graça Marcos, M., Tenreiro Machado, J. A., & Azevedo-Perdicoulis, T.-P. "Trajectory planning of redundant manipulators using genetic algorithms", *Common Nonlinear Sci Simulat*, Volume 14, pp 2858-2869, 2009.
- [26] Khoukhi, A., Baron, L., & Balazinski, M. "Constrained multi-objective trajectory planning of parallel kinematic machines", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Volume 25, pp 756–769, 2009.
- [27] Vosniakos, G.-C., & Kannas, Z. "Motion coordination for industrial robotic systems with redundant degrees of freedom", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Volume 25, pp 417-431, 2009.
- [28] Wenyao Shao, "Tool path generation method for five-axis flank milling of corner by considering dynamic characteristics of machine tool", 9th International Conference on Digital Enterprise Technology- DET 2016.
- [29] Pateloup, V., Duc, E., & Ray, P. "Bspline approximation of circle arc and straight line for pocket machining", *Computer Aided Design*, Volume 42, Issue 9, pp 817-827, 2010.
- [30] Monreal, M., & Rodriguez, C. A. "Influence of tool path strategy on the cycle time of highspeed milling", *Computer-Aided Design* 35 395±401, 2003.
- [31] Bourebbou, A. Hecini, M. Assas, M. Fedaoui, K. . Amouri, A "Toolpath simulation of 3-axis parallel machine tool using geometrical model". *U.P.B. Sci. Bull., Series D*, Vol. 80, Iss. 4, 2018

Chapitre IV

Etude Dynamique et Optimisation d'une Machine outil parallèle à trois axes

IV. 1. Introduction

La résolution du modèle dynamique est utilisée pour trouver les différents paramètres dynamiques d'un mécanisme, tel que les caractéristiques des actionneurs, la commande et le contrôle de mouvement de ces actionneurs. Le modèle dynamique est constitué des modèles dynamiques direct et inverse. Le modèle dynamique direct a pour objectif de déterminer les paramètres de mouvement de l'outil à partir des forces exercées par les moteurs, tandis que le modèle dynamique inverse permet de déterminer les caractéristiques des moteurs à partir de la vitesse et de l'accélération de l'outil sur une trajectoire effectuée. Pour déterminer le modèle dynamique, on a besoin de déterminer la vitesse et l'accélération du modèle cinématique. Plusieurs travaux ont étudiés le modèle dynamique pour des structures parallèles soit pour des machines outils ou bien des robots et manipulateurs [1 - 4].

Dans ce chapitre, dans une première partie nous avons développé le modèle dynamique de notre structure de type Delta linéaire, pour déterminer les vitesses, les accélérations et les forces des moteurs en fonction d'une trajectoire effectuée par l'outil. Le calcul de la matrice jacobienne permet d'écrire la relation entre l'espace articulaire et l'espace opérationnelle de notre mécanisme. Ensuite le modèle CAO de notre mécanisme est utilisé pour trouver les vitesses, les accélérations, et les forces appliquées par les actionneurs pour des différentes trajectoires effectuées par l'outil.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons fait une optimisation des dimensions des bras, qui sont des éléments très importants dans la composition de la structure de ce type de machines outils. Il est à noter que la rigidité de ces éléments a une influence directe sur la rigidité de la machine. Plusieurs paramètres influent sur la rigidité des bras, tel que les efforts exercés, le matériau utilisé et les dimensions. Dans cette étude on s'intéresse à l'optimisation des dimensions des bras pour une force appliquée sur l'extrémité d'un bras à section circulaire pleine et une section circulaire creuse, afin de trouver les dimensions du bras qui minimisent la contrainte de Von Mises et la masse des ces bras.

IV. 2. Modèle dynamique inverse

Le modèle dynamique inverse (MDI) d'un robot parallèle exprime les forces/couples moteurs en fonction du mouvement de la plate-forme mobile, par rapport à sa base. Ce modèle est donné par l'équation suivante :

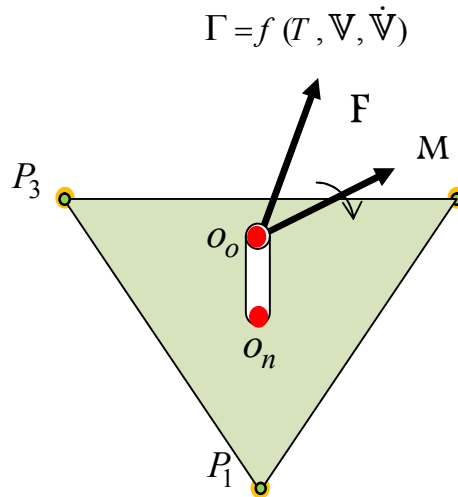


Fig. 4.1 : Forces et moments appliqués sur la nacelle.

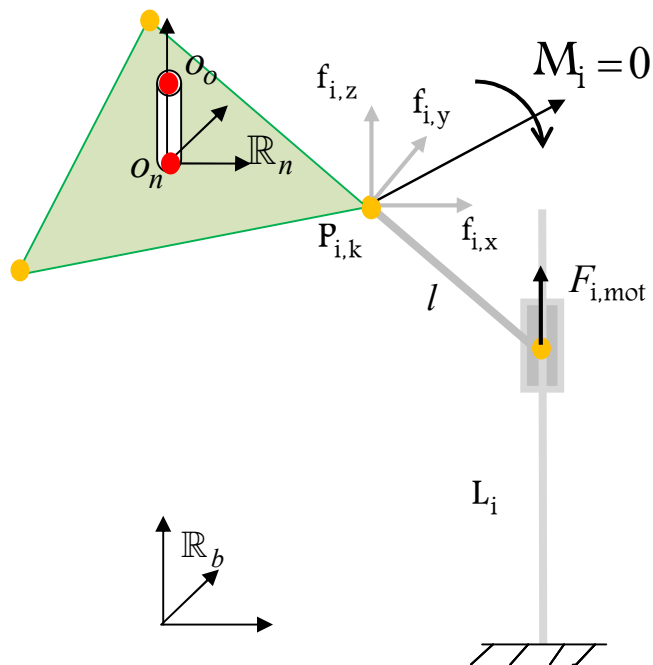


Fig. 4.2 : Forces de réaction.

La nacelle est liée aux barres rigides par des rotules passives, ce qui rend les couples de réaction transmises par les chaînes cinématiques à la plate-forme nuls ($M_i = 0$). L'effet de la chaîne cinématique i sur la nacelle est représenté par des forces de réaction f_i ($i = 1 \text{ à } 3$) de composantes $[f_{i,x} \quad f_{i,y} \quad f_{i,z}]^T$. L'autre extrémité de la barre rigide i étant liée au moteur linéaire par une rotule passive. Le couple à cette articulation est nul (figure 4.2) et l'effet du vérin i sur la barre rigide est représenté par des forces de réaction $F_{i,mot}$ ($i = 1 \text{ à } 3$).

Afin de déduire le modèle dynamique du mécanisme en considération, nous commençons par calcul du point de vue statique (c.-à-d. du point de vue de la conservation de la puissance mécanique). Nous pouvons donc écrire la relation entre les efforts appliqués sur la nacelle et les efforts fournis par les moteurs comme suit :

$$F_{mot} = J^T F_{nac} \quad (IV.1)$$

Tels que :

F_{mot} : Les forces de poussée des moteurs :

$$F_{mot} = \begin{Bmatrix} F_{1,mot} \\ F_{2,mot} \\ F_{3,mot} \end{Bmatrix} \quad (IV.2)$$

F_n : Le torseur des efforts externes appliqués sur l'outil fixé sur la nacelle (les efforts de coupe) :

$$F_{nac} = \begin{Bmatrix} F_{ext} \\ M_{ext} \end{Bmatrix} \quad (IV.3)$$

J : La matrice jacobienne est donnée par :

$$J = J_x^{-1} J_q \quad (IV.4)$$

IV. 3. Détermination de la matrice Jacobienne

Dans le cas de l'architecture choisie et avec le modèle cinématique décrit au paragraphe III.5, les matrices J_x et J_q des équations (II.24 et II.25) s'écrivent :

$$J_x = \begin{bmatrix} r - R + x & y & z - q_1 \\ \frac{1}{2}(R - r) + x & \frac{\sqrt{3}}{2}(r - R) + y & z - q_2 \\ \frac{1}{2}(R - r) + x & \frac{\sqrt{3}}{2}(R - r) + y & z - q_3 \end{bmatrix} \quad (IV.5)$$

$$J_q = \begin{bmatrix} z - q_1 & 0 & 0 \\ 0 & z - q_2 & 0 \\ 0 & 0 & z - q_3 \end{bmatrix} \quad (IV.6)$$

IV. 4. Détermination des forces de poussée des moteurs

Pour des raisons de simplicité et afin de déterminer les forces de poussée nécessaires pour un déplacement donné, une vitesse donnée et une accélération donnée de la nacelle, les masses des barres reliant la nacelle aux moteurs sont négligées.

Comme l'accélération d'un objet produite par une force est directement proportionnelle à la grandeur de la force (d'après la deuxième loi de Newton), nous pouvons écrire :

- La relation entre les forces de poussée des moteurs et les accélérations s'écrit :

$$F_{mot} = M_{mot} \cdot \ddot{q} \quad (IV.7)$$

Où M_{mot} est la masse totale de la partie mobile du moteur et \ddot{q} est l'accélération linéaire du moteur.

- Les efforts appliqués sur l'origine de la nacelle peuvent s'exprimer comme suit :

$$F_{n,O_n} = \begin{Bmatrix} M_n \cdot \ddot{x} \\ M_n \cdot \ddot{x} \wedge o_n o_o \end{Bmatrix} \quad (IV.8)$$

Où M_n est la masse de la nacelle, o_n est le centre de gravité de la nacelle, o_o est le point d'action des forces extérieures (c.-à-d. les forces de coupe), \ddot{x} est l'accélération linéaire de la nacelle.

Sous forme matricielle, l'équation précédente (IV.8) s'écrit :

$$F_{n,O_n} = -M_n W \cdot \ddot{x} \quad (IV.9)$$

Telle que :

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -o_n o_o / z & o_n o_o / y & 0 & 0 & 0 \\ o_n o_o / z & 0 & -o_n o_o / x & 0 & 0 & 0 \\ -o_n o_o / y & o_n o_o / x & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (IV.10)$$

En remplaçant les équations (IV.7), (IV.9) dans l'équation (IV.1), on obtient [5,6] :

$$F_{mot} = \left(M_{mot} \cdot J^{-1} - M_n \cdot J^T \cdot W \right) \ddot{x} + M_{mot} \cdot J_q^{-1} \left(\dot{J}_x - \dot{J}_q \cdot J^{-1} \right) \dot{x} + J^T \cdot F_{ext} \quad (IV.11)$$

Pour l'arrangement de l'architecture que nous avons retenu, les matrices \dot{J}_x et \dot{J}_q , s'expriment analytiquement :

$$J_q = \begin{bmatrix} \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} - \dot{q}_1 \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} - \dot{q}_2 \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} - \dot{q}_3 \end{bmatrix} \quad (IV.12)$$

$$J_q = \begin{bmatrix} \dot{z} - \dot{q}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{z} - \dot{q}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{z} - \dot{q}_3 \end{bmatrix} \quad (IV.13)$$

Afin de déterminer les forces de poussée des moteurs, l'équation (IV.11) a été implémentée dans Matlab/Simulink. La Figure 4.3 présente la vue globale de cette implémentation.

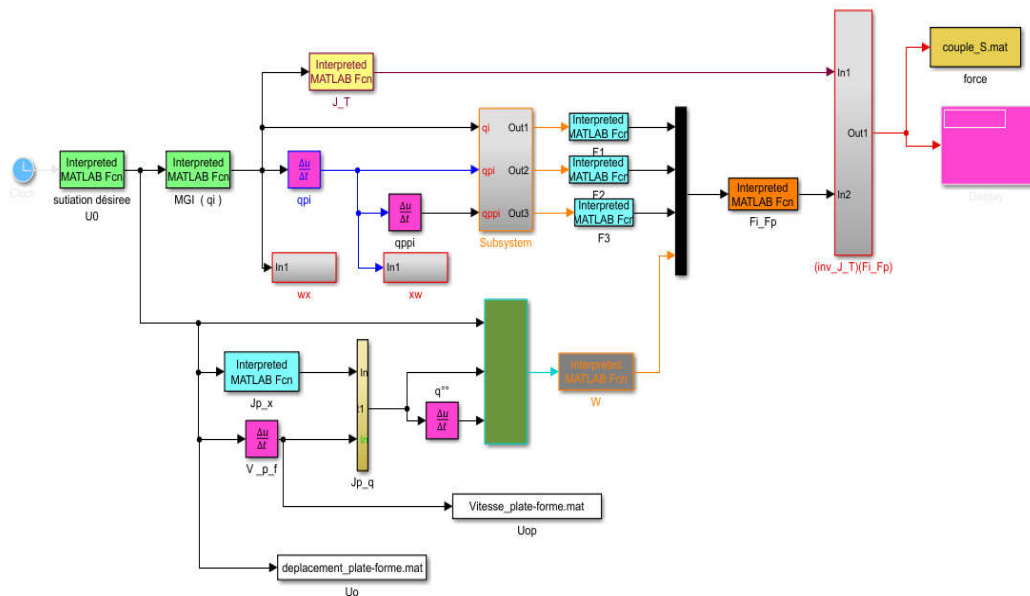


Fig. 4.3 : Architecteur Matlab/Simulink du modèle dynamique.

IV. 5. Résultats de simulation dynamique

Dans cette section, des simulations sont effectuées pour étudier l'efficacité du modèle dynamique proposé. Pour simuler le mouvement pendant le processus d'usinage, on peut supposer qu'un outil est fixé au centre de la nacelle. La pointe de l'outil est assignée pour tracer une trajectoire linéaire dans l'espace de travail de la machine outil, les équations de cette trajectoire est donnée par le système suivant:

$$X = 10 * t$$

$$Y = 10 * t$$

$$Z = 1000 + 10 * t$$

$$\text{Pour : } t = 0 : 10$$

La trajectoire de l'outil selon ce mouvement est représentée sur la figure suivante :

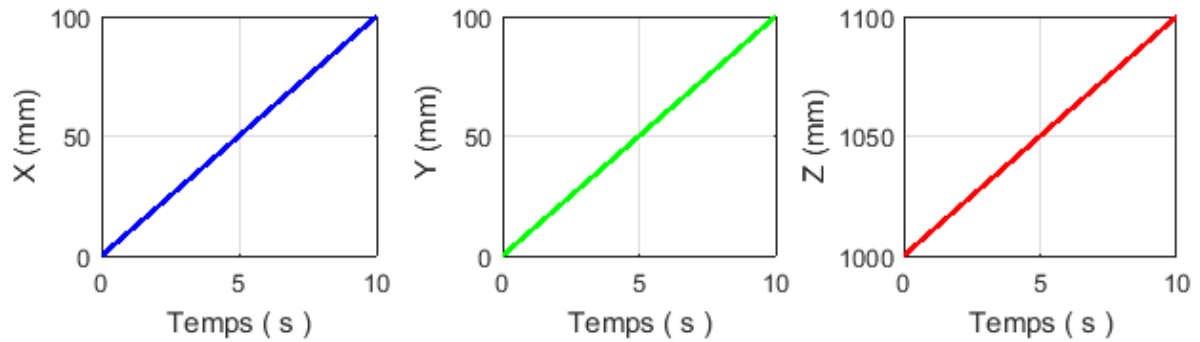


Fig. 4.4 : Trajectoire de l'outil dans l'espace.

Pour parcourir la trajectoire précédant par l'outil, les composantes de la vitesse linéaire du centre de la nacelle sont :

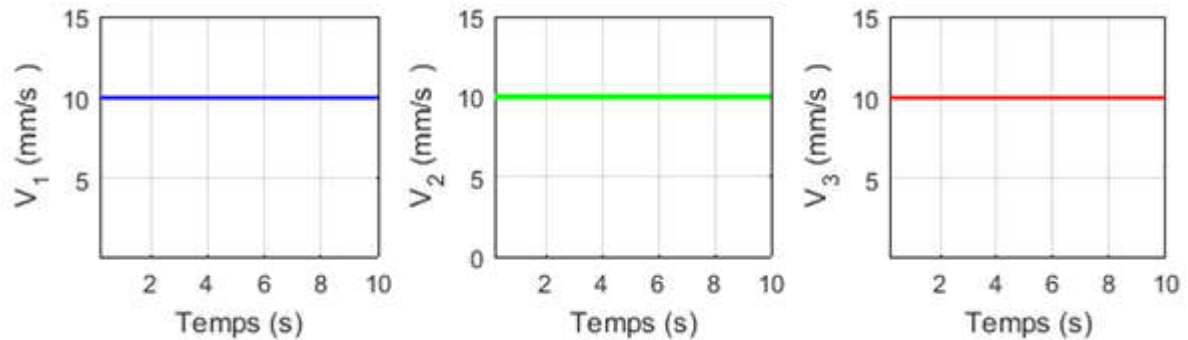


Fig. 4.5 : Graphe des vitesses linéaires du centre de la nacelle.

La décomposition des déplacements de moteurs lors de la réalisation de cette trajectoire par l'outil est :

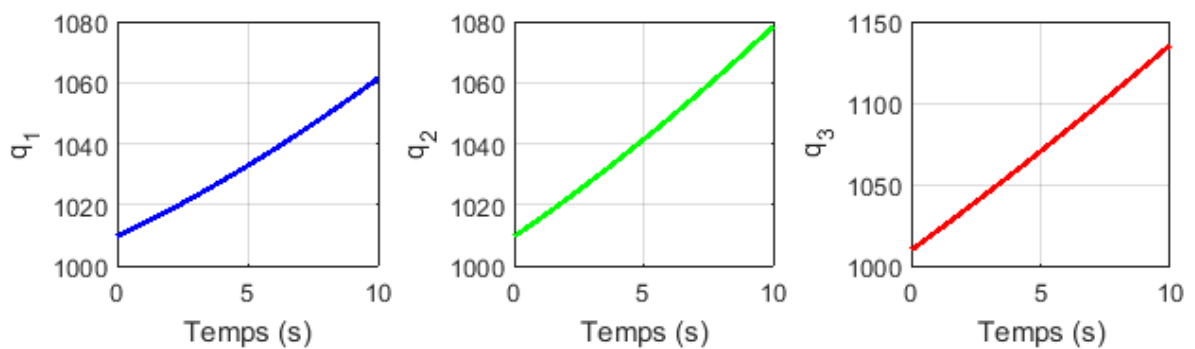


Fig. 4.6 : Graphe des déplacements des actionneurs.

Les vitesses linéaires des actionneurs sont représentées sur la figure suivante pour chaque moteur.

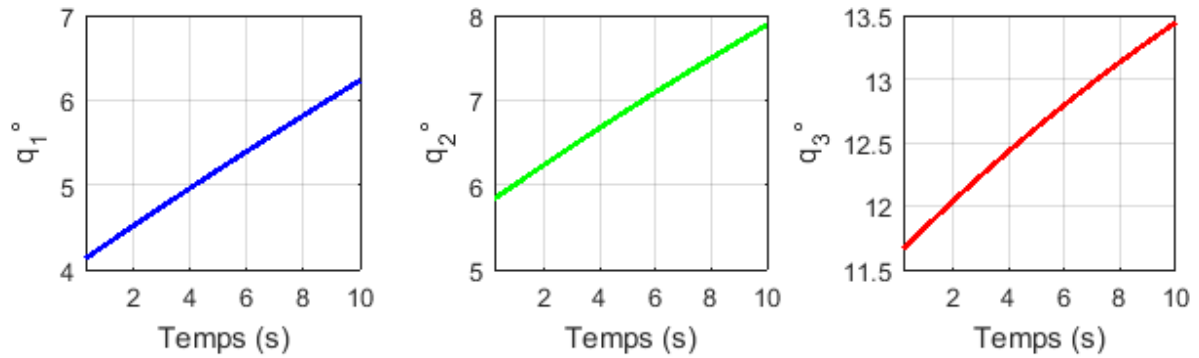


Fig. 4.7 : Graphe des vitesses linéaire des moteurs.

Le déplacement des moteurs nécessite une force de poussé, cette force de poussé est représenté sur la figure suivante pour chaque moteur.

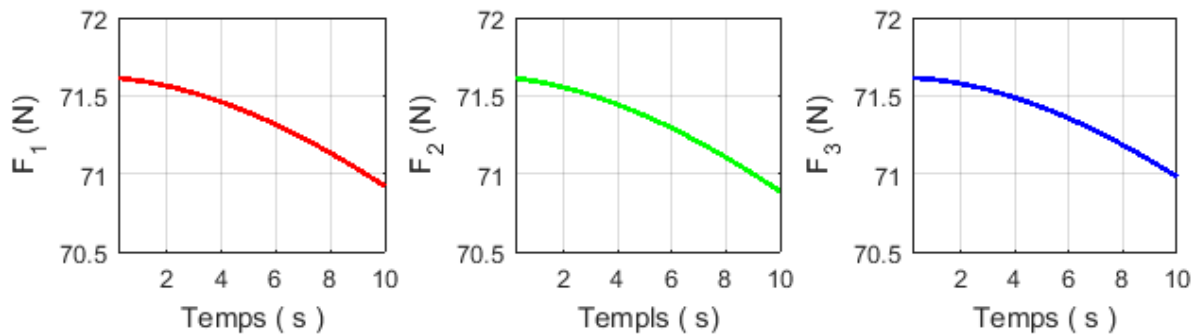


Fig. 4.8 : Graphe des forces de poussé des moteurs.

IV. 6. Discussion des résultats

La trajectoire faite par l'outil dans ce cas est une trajectoire linéaire dans l'espace. À partir des résultats de cette simulation on peut trouver la position et la vitesse de chaque actionneur on fonction de la trajectoire effectuée par l'outil. On utilise les résultats de déplacement des moteurs pour la commande et le contrôle de ces moteurs. Et ensuite on peut trouver la force délivrée par chaque moteur pour réaliser cette trajectoire. Ces forces dans ce cas la sont des grandeurs entre 70.5N et 72N. Ces résultats permettent de nous donner une idée sur les caractéristiques dynamiques des moteurs.

IV. 7. Simulation dynamique avec le logiciel Solidworks

La méthode de simulation dynamique par l'outil CAO est très utilisée pour déterminer les caractéristiques statiques, cinématiques et dynamiques des mécanismes sur la base de la conception de prototype de ce mécanisme à étudier [7-10].

Le développement du modèle de simulation de la structure mécanique de la machine outil à structure parallèle de type Delta dans SolidWorks est basé sur le même prototype construit dans le chapitre III avec les mêmes dimensions.

Tableau IV. 1 : Les dimensions de la machine outil de type Delta linéaire.

Longueur	Unité (mm)
Diamètre Base Fixe	1400
Diamètre Nacelle	300
Longueur des bras	1040
Diamètre de bras	40

L'objectif de la simulation dynamique est de déterminer les vitesses, les accélérations et les forces maximales de chaque moteur lors de l'exécution du mouvement souhaité afin de commander et de contrôler le mouvement des moteurs, et de définir les caractéristiques mécaniques de ces moteurs. Pour trouver ces paramètres, le point de l'outil situé au centre de la nacelle poursuit une trajectoire établie dans l'espace de travail de la machine outil, dans lesquelles les moteurs fournissent des efforts pour faire ce chemin. Plusieurs trajectoires ont été testées dans Solidworks afin d'obtenir les vitesses, les accélérations et les forces de chaque moteur pour chaque trajectoire.

IV. 7.1. Simulation pour une trajectoire circulaire

Pour simuler le mouvement pendant le processus d'usinage, on peut supposer qu'un outil est fixé au centre de la nacelle. La pointe de l'outil est assignée pour tracer une trajectoire circulaire de diamètre 300 mm, parallèle au plan (Oxy) à une distance de 200 mm à la base fixe comme indiqué sur la figure 4.9. La vitesse de déplacement de l'outil le long de la trajectoire circulaire est attribuée à une valeur égale à 120 mm/s.

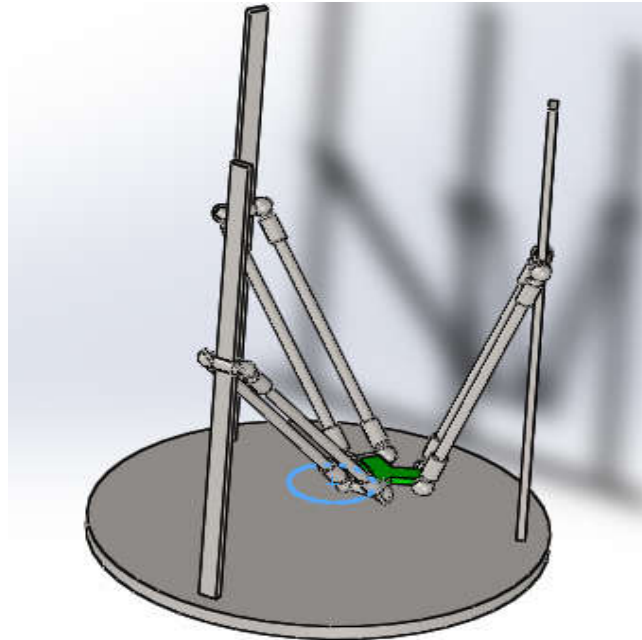
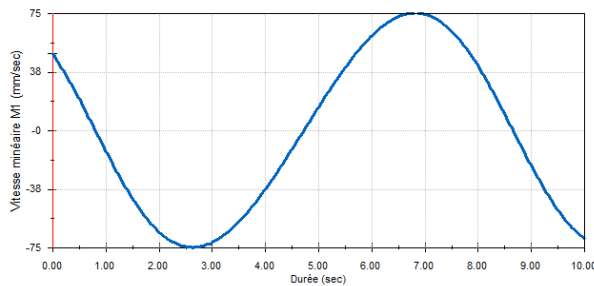
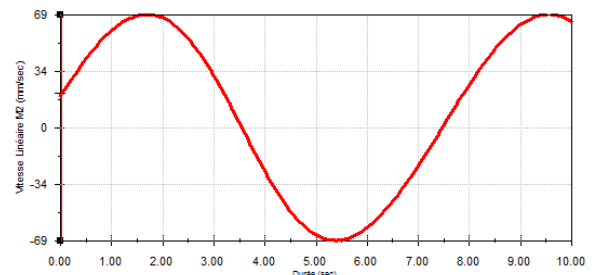


Fig. 4.9 : Trajectoire circulaire effectuée par le centre de la nacelle.

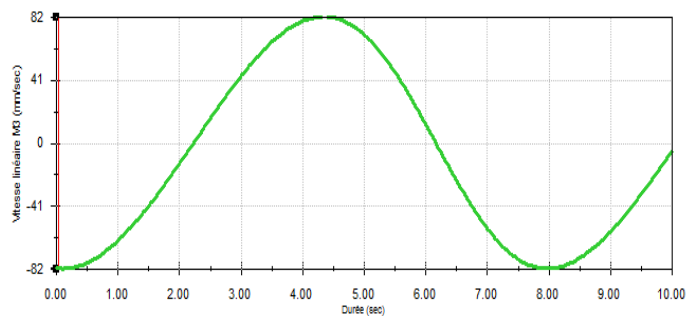
Les vitesses, les accélérations et les forces de chaque moteur dans ce cas sont représentées sur les figures suivantes :



a) Vitesse du moteur M1

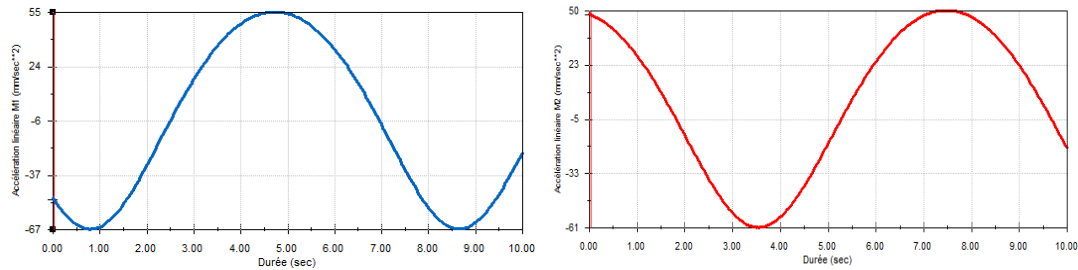


b) Vitesse du moteur M2

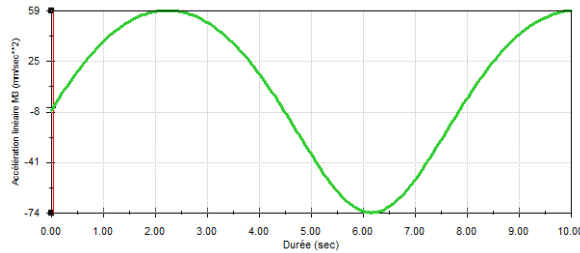


c) Vitesse du moteur M3

Fig. 4.10 : Vitesses des moteurs.



a) Accélération du moteur M1 b) Accélération du moteur M2



c) Accélération du moteur M3

Fig. 4.11 : Accélérations des moteurs.

A partir de ces résultats, pour un déplacement de l'outil à une vitesse de 120 mm/s, les moteurs se déplacent à des vitesses qui varient entre 69 mm/s et 82 mm/s. La force maximale fournie par chacun de ces moteurs pour effectuer cette trajectoire est d'une valeur de 3260 N. Le signe négatif des résultats des vitesses et des forces précédents représente le sens de mouvement des moteurs.

IV. 7.2. Simulation pour une trajectoire spirale

Le deuxième cas à étudier représente le déplacement de l'outil sur une trajectoire spirale avec une vitesse à une valeur égale à 120 mm/s.

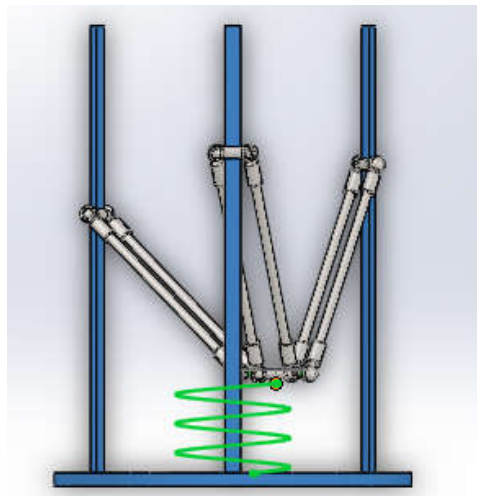


Fig. 4.12 : Trajectoire effectuée par le centre de la nacelle.

Les courbes de vitesses, d'accélération et de forces maximales de chaque moteur dans ce cas, sont représentées sur les figures suivantes :

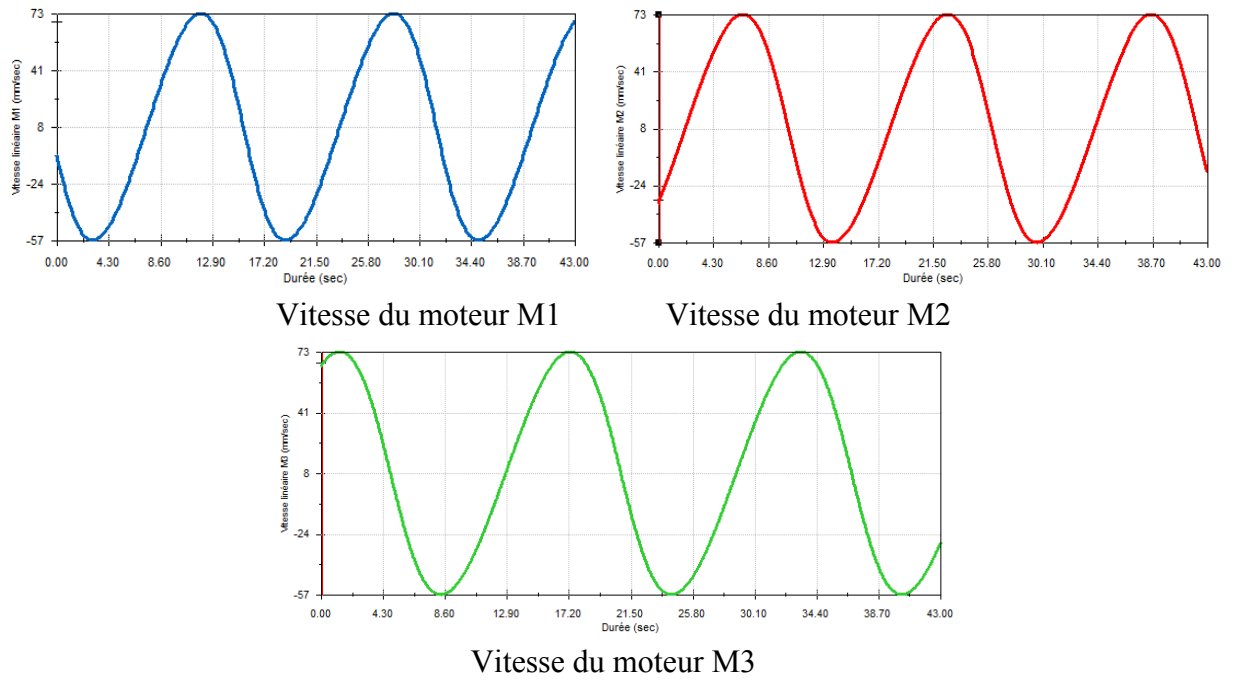


Fig. 4.13 : Vitesse des moteurs

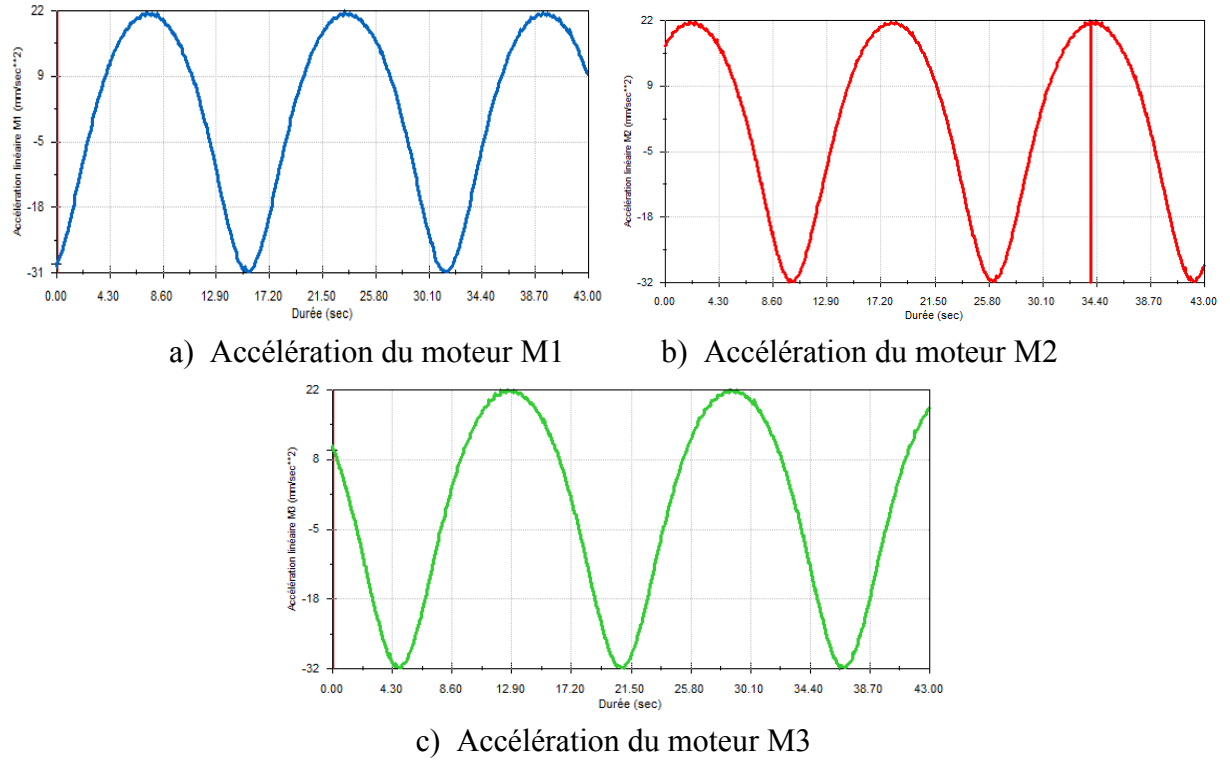
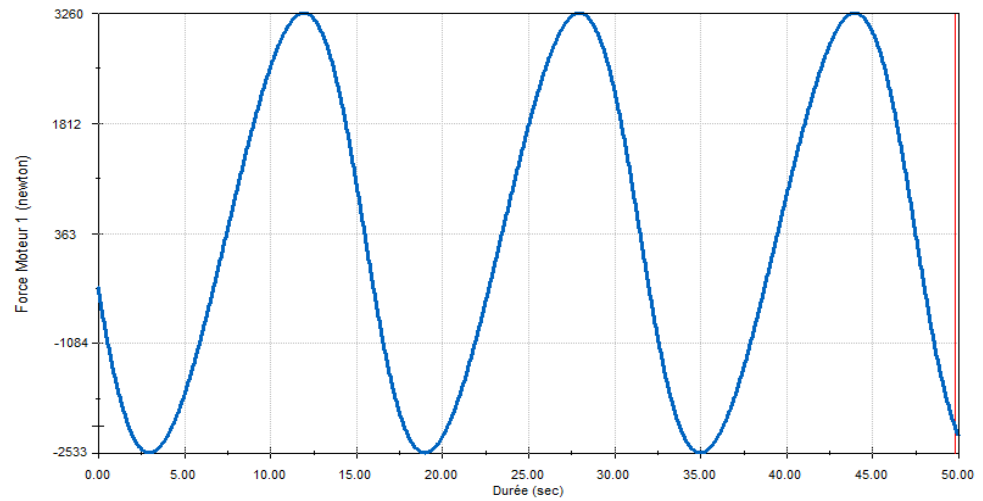
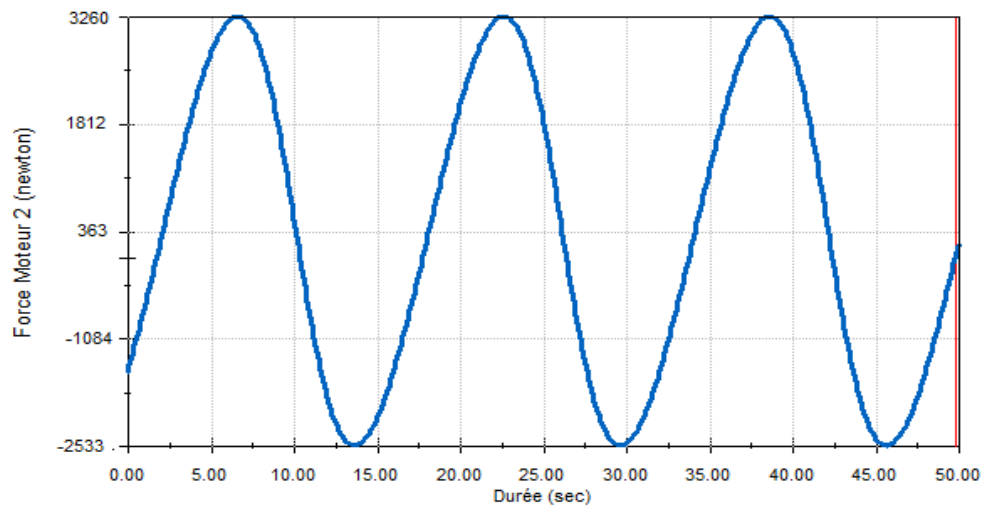


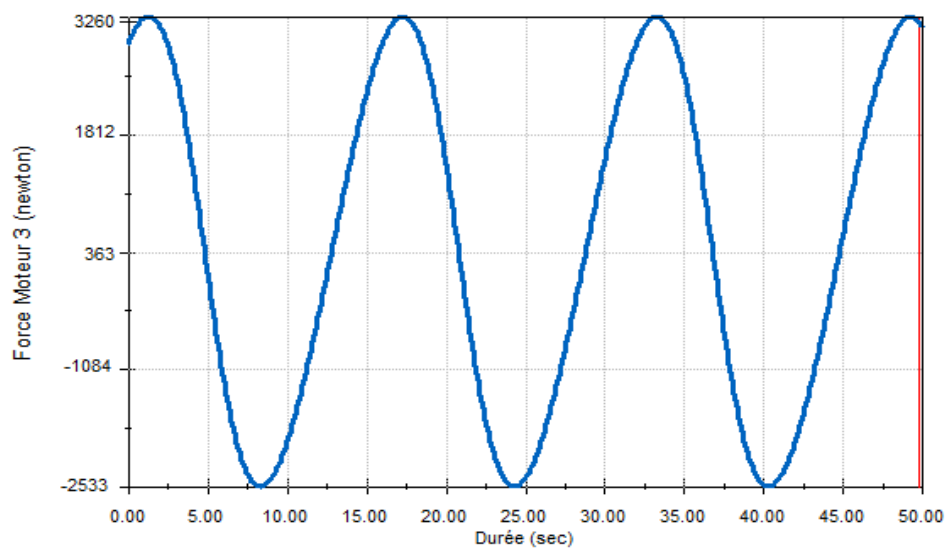
Fig. 4.14 : Accélération des moteurs.



a) Force exercée par le moteur M1



b) Force exercée par le moteur M2



c) Force exercée par le moteur M3

Fig. 4.15 : Forces exercées par les moteurs pour une trajectoire spirale.

A partir de ces résultats, pour un déplacement de l'outil à une vitesse de 120 mm/s, les moteurs se déplacent à des vitesses qui varient entre 55 mm/s et 73 mm/s, la force maximale fournie par chacun de ces moteurs pour effectuer cette trajectoire est d'une valeur de 3260 N. Le signe négatif des résultats des vitesses et des forces précédents représente le sens de mouvement des moteurs.

IV. 8. Optimisation

L'optimisation est très utilisée dans différents domaines : économie, recherche opérationnelle, production, ingénierie... Le rôle de l'optimisation est de trouver la meilleure solution d'un problème parmi l'ensemble des solutions qui répond à ce problème, c'est-à-dire :

- Extraire, après évaluation de la solution qui répond le mieux au problème ;
- Améliorer encore cette solution en utilisant les résultats de l'évaluation. Il existe un éventail de méthodes utilisées pour résoudre les problèmes d'optimisation [11-14]. Un programme d'optimisation basé sur la méthode des éléments finis peut résoudre un problème avec une série de valeurs pour un paramètre donné, puis on peut définir l'objectif et les réponses contraintes.

Les pièces principales dans notre structure sont les bras, dont la rigidité a une influence directe et importante sur la rigidité et la précision de la machine outil. Le choix du type et des dimensions des bras est important pour obtenir une structure rigide avec une grande précision.

IV. 8.1. Optimisation du modèle

L'optimisation a un rôle très important dans la conception des mécanismes, elle permet de construire un mécanisme avec des meilleures solutions, tout en respectant les exigences de milieu de travail. Par exemple, dans l'optimisation de la conception on recherche les dimensions optimales pour un mécanisme tout en respectant les conditions de résistance. Dans une étude d'optimisation, on peut modifier les paramètres de conception pour trouver la meilleure solution parmi plusieurs configurations de conception possibles.

Dans notre étude, nous sommes fréquemment confrontés à des problèmes d'optimisation des dimensions de la machine outil. Nous définissons une fonction objective $f(x)$ dépendante des variables x design, qui cherche à optimiser (Minimiser ou maximiser) les dimensions par rapport aux variables impliquées dans un espace délimité ou pas dans un nombre de contraintes d'égalité $g_i(x) = 0$ ou d'inégalité $h_j(x) \leq 0$. La forme générale du problème d'optimisation peut comprendre trois composants principaux :

- objectif,

- Limites,
- Variables.

Pour optimiser une conception, on doit soit maximiser soit minimiser, l'objectif en modifiant les variables tout en maintenant les réponses à des critères dans des limites définies.

IV. 9. Optimisation des dimensions des bras

Pour observer le comportement mécanique des bras de notre structure, une étude statique a été effectuée pour calculer la contrainte équivalente (Von Mises) dans le bras. En supposant que le module d'élasticité des bras d'acier E est de 21 000 MPa, le coefficient de Poisson μ est de 0,28 et la densité de matériau ρ est de 7700 kg / m³.

Pour validée nous résultats on fait cette étude sur deux types des bras, un bras de section circulaire pleine, et un bras de section circulaire creux.

IV. 9.1. Bras à une section circulaire plein

Dans cette section, des simulations basées sur le logiciel SolidWorks sont effectuées pour optimiser les dimensions des bras de notre machine outil. Les dimensions initial de bras sont la longueur de $L=1000\text{mm}$ et le rayon de $D_b=40\text{ mm}$, comme illustré dans la figure 4.16.

Le modèle d'éléments finis a été résolu pour chaque bras, et la distribution des contraintes de Von Mises a été obtenue pour une charge statique, on choisi dans ce cas une force de grandeur de 1000 N appliquée à chaque extrémité du bras de la structure.

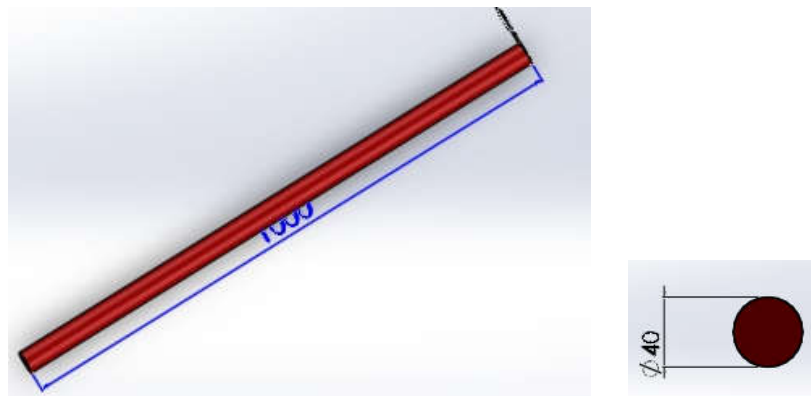


Fig. 4.16 : Les dimensions des bras à optimiser.

Le résultat de l'étude statique du bras est illustré sur la figure 4.17. La contrainte de Von mises est inférieure à la contrainte admissible (Limite d'élasticité).

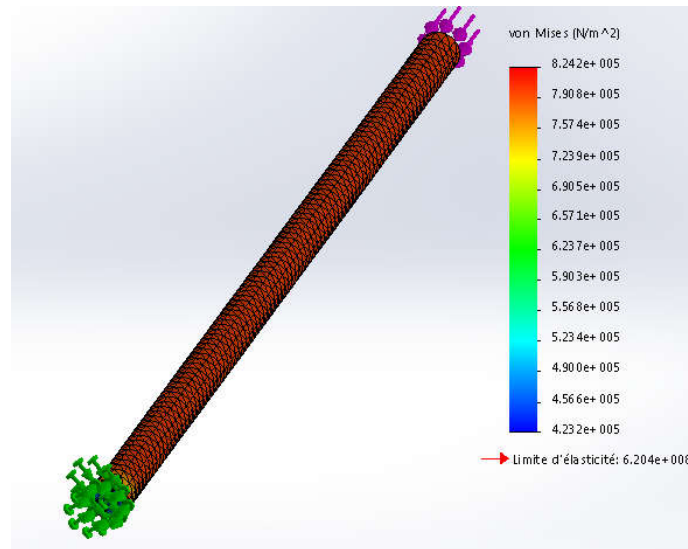


Fig. 4.17 : La distribution de la contrainte de Von Mises sur le bras.

Il se résulte que la forme générale du problème d'optimisation peut être posée comme suit:

Fonction objective $f(x)$: minimiser la contrainte de Von-Mises, la contrainte de conception ne doit pas dépasser la limite d'élasticité du matériau soumis à une charge statique.

Les contraintes:

$h_j(x)$: les contraintes d'inégalité sont le diamètre du lien $30\text{mm} \leq d \leq 50\text{mm}$ et la longueur du lien $950\text{mm} \leq L \leq 1050\text{mm}$.

Pour résoudre un problème d'optimisation de conception, on limite les variables de conception dimensionnelle par des valeurs minimales et maximales, puis on choisit une optimisation «Standard» ou «Haute qualité».

La solution du problème d'optimisation est donnée par un ensemble x^* auquel la fonction objectif a une valeur minimale, à l'intérieur des contraintes d'égalité, d'inégalité et de champ.

Afin de diminuer la contrainte maximale (Von Mises), SolidWorks permet d'optimiser notre conception sur la base de critères que nous avons définis. Nous pouvons réduire l'utilisation du poids de notre conception. L'objectif de notre étude est de définir le diamètre et la longueur du bras en vue de réduire la contrainte de Von-Mises. Cette pièce est le point de connexion entre la nacelle et la plateforme fixe.

- Limites et conditions de chargement

Cette partie permet de saisir les objectifs de conception d'optimisation possible.

- Raideur optimal par rapport aux dimensions de bras;

- Minimiser la masse;
- Minimiser la contrainte de Von mises.

Après la procédure d'optimisation de conception avec les dimensions de bras en variables d'optimisation et la masse en tant que conditions de contrainte, la répartition de la contrainte de Von mises, les diamètres et la masse après 25 scénarios peuvent être obtenues comme illustré sur les figures 4.17, 4.18, et 4.19.

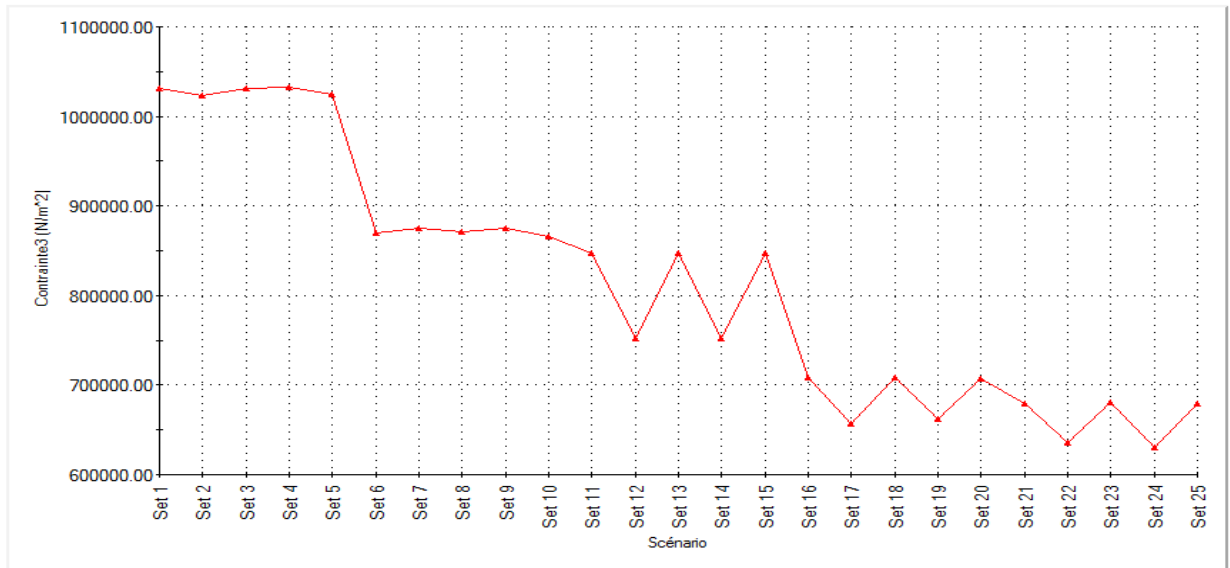


Fig. 4.18 : Evolution de la fonction objective (Contrainte) lors de l'optimisation.

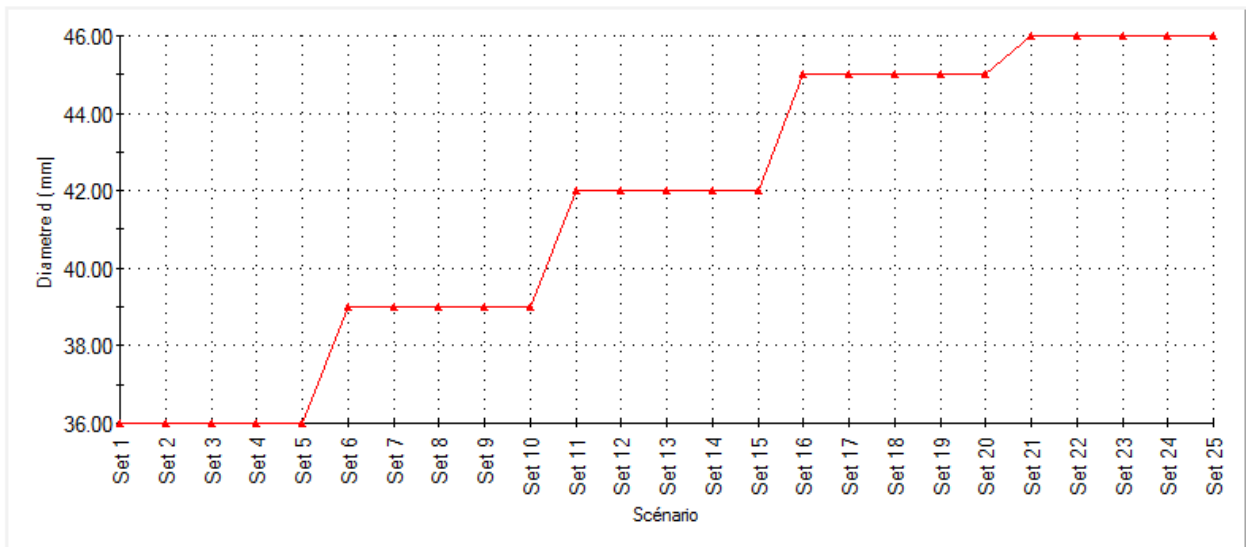


Fig. 4.19 : Evolution de diamètre du bras (variable d'optimisation).

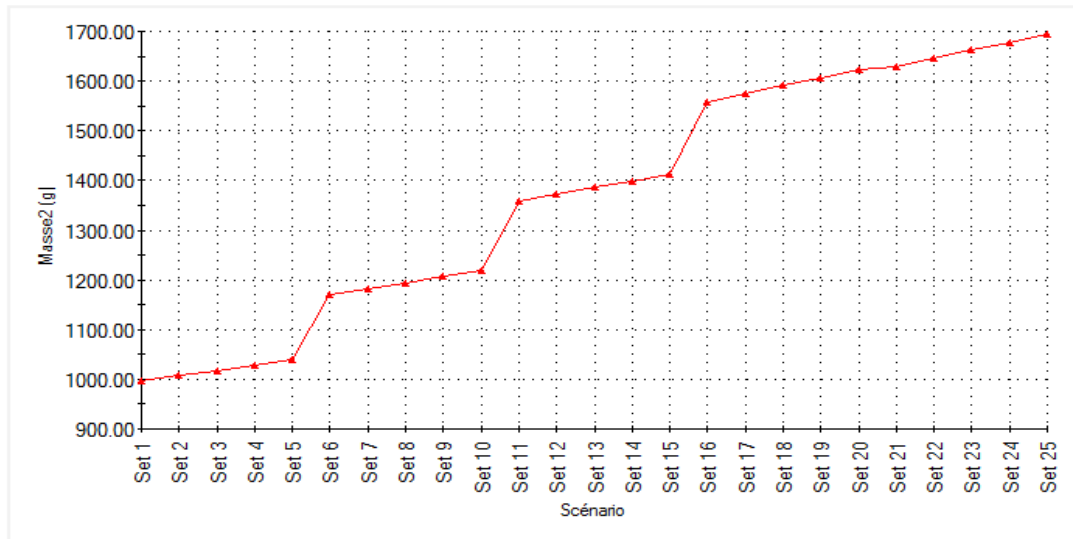


Fig. 4.20 : Evolution de la masse (condition de contrainte).

Tableau IV. 2 : Les dimensions optimales du bras à section plein.

		Actuelle	Initiale	Optimale (24)	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3	Scénario
Longueur L		1020mm	1020mm	1010mm	980mm	990mm	1000mm	1010mm
Diametre d		46mm	46mm	46mm	36mm	36mm	36mm	36mm
Masse1	Surveiller uniquement	1695.14 g	1695.14 g	1678.52 g	997.518 g	1007.7 g	1017.88 g	1028.05 g
Contrainte3	> 0 N/m ²	6.7933e+005 N/m ²	6.7933e+005 N/m ²	6.2991e+005 N/m ²	1.0317e+006 N/m ²	1.0229e+006 N/m ²	1.0308e+006 N/m ²	1.0322e+006 N/m ²
Contrainte2	Réduire	6.7933e+005 N/m ²	6.7933e+005 N/m ²	6.2991e+005 N/m ²	1.0317e+006 N/m ²	1.0229e+006 N/m ²	1.0308e+006 N/m ²	1.0322e+006 N/m ²
Masse2	Réduire	1695.14 g	1695.14 g	1678.52 g	997.518 g	1007.7 g	1017.88 g	1028.05 g

L'optimisation de conception permet de répondre à une possibilité d'optimisation les dimensions d'une pièce selon certaines conditions pour atteindre des objectifs fixés à l'avance. Les dimensions du bras qui minimisent la contrainte et la masse sont les dimensions de scénario 24, tel que la longueur est $L = 1010$ mm, et le diamètre de bras $D_b = 46$ mm. La contrainte de Von Mises dans ce cas est $6,299 \cdot 10^5$ N/m², et la masse du bras est 1678,5g.

IV. 9.2. Bras à une section circulaire creuse

Dans ce cas l'optimisation basée sur le logiciel Solidworks est effectuée pour optimiser la conception des bras de section circulaire creuse. Les dimensions initiales du bras sont la longueur de $L=1000$ mm, le diamètre intérieur du bras $D_{b,int}=25$ mm et le diamètre extérieur $D_{b,ext}=45$ mm, illustré dans la figure 4.21.

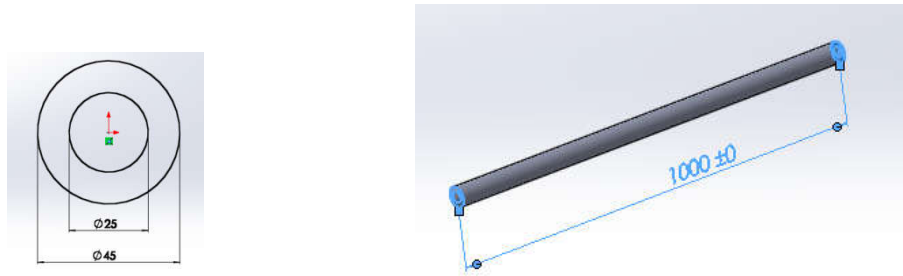


Fig. 4.21 : Les dimensions du bras creuse.

Le modèle d'éléments finis a été résolu pour obtenir l'étude statique à chaque bras, afin de déterminer la distribution des contraintes de Von Mises pour une charge statique, on choisi dans ce cas une force de grandeur de 1000 N appliquée à l'extrémité du bras. Le résultat de cette étude statique est illustré à la Figure 4.22. La contrainte de Von mises est inferieure à la contrainte admissible limite d'élasticité).

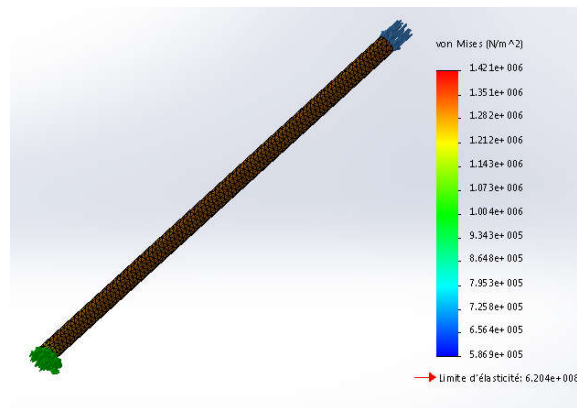


Fig. 4.22 : La distribution de la contrainte de Von Mises dans le bras à section creuse.

Après la procédure d'optimisation de conception avec les dimensions de bras en variables d'optimisation et la masse en tant que conditions de contrainte, la répartition de la contrainte de Von Mises, les diamètres et la masse après 30 scénarios peuvent être obtenues comme illustré sur les figures 4.22, 4.23, et 4.24.

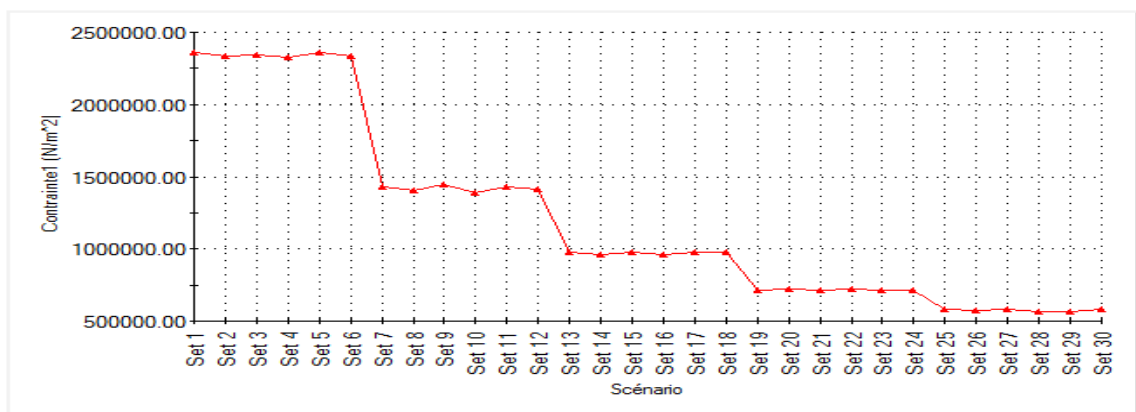


Fig. 4.23 : Evolution de la fonction objectif (Contrainte) pour la section creuse.

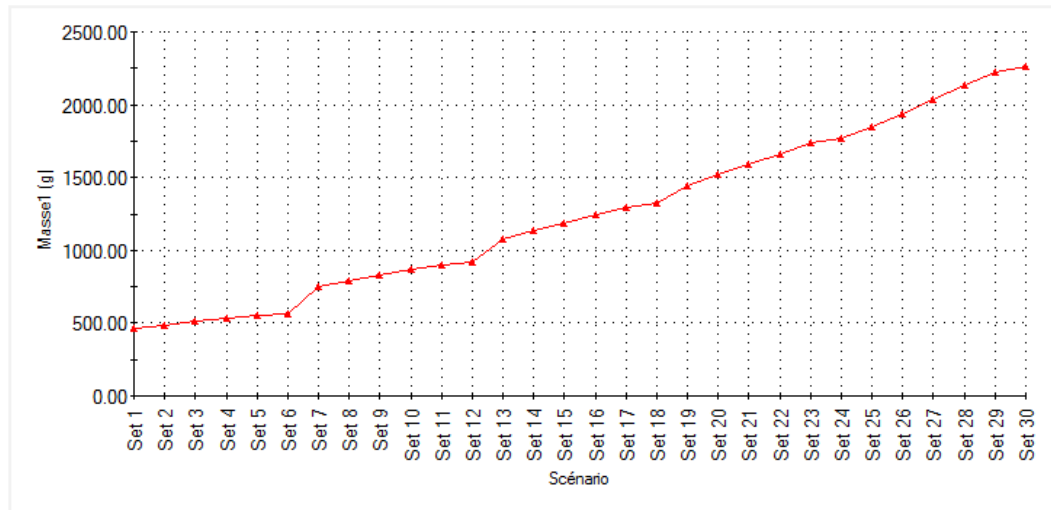


Fig. 4.24 : Evolution de la masse.

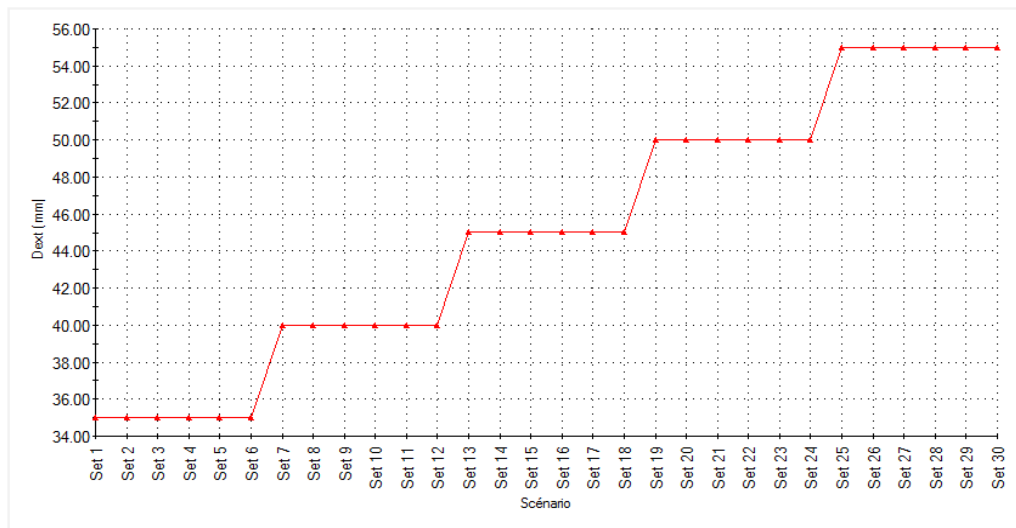


Fig. 4.25 : Evolution de diamètre du bras (variable d'optimisation).

Tableau IV. 3 : Les dimensions optimales du bras à section creuse.

		Actuelle	Initiale	Optimale (28)	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3	Scénari
Longueur L		1000mm	1000mm	1130mm	980mm	1030mm	1080mm	1130mm
Dext		45mm	45mm	55mm	35mm	35mm	35mm	35mm
Masse2	> 0 g	1099.56 g	1099.56 g	2130 g	461.814 g	485.376 g	508.938 g	532.5 g
Contrainte1	Réduire	9.7974e+005 N/m²	9.7974e+005 N/m²	5.6174e+005 N/m²	2.3597e+006 N/m²	2.3373e+006 N/m²	2.3423e+006 N/m²	2.3261e+006
Masse1	Réduire	1099.56 g	1099.56 g	2130 g	461.814 g	485.376 g	508.938 g	532.5 g

L'étude de conception permet de répondre à une possibilité d'optimisation des dimensions d'une pièce selon certaines conditions, pour atteindre des objectifs fixés à l'avance. Les dimensions du bras qui minimisent la contrainte et la masse sont les dimensions de scénario 28,

tel que la longueur $L = 1130$ mm, et le diamètre de bras $D_b = 55$ mm. La contrainte de Von mises dans ce cas est $5,6174 \times 10^5$ N/m², et la masse du bras est 2130g.

IV. 10. Conclusion

Dans cette partie une analyse dynamique d'une machine outil à trois actionneurs à structure parallèle est effectuée. Cette analyse est basée sur les équations du modèle dynamique inverses de la structure Delta linéaire, est simulé dans MATLAB. Pour obtenir un mouvement de l'outil sur une trajectoire donnée avec une vitesse constante, chaque moteur parmi les trois moteurs fourni une force et une vitesse comme le montre dans les graphes 4.7 et 4.8. Les vitesses et les forces des actionneurs sont calculées en fonction des positions et des orientations de l'outil sur une trajectoire dans l'espace. On observe que pour obtenir un mouvement de l'effecteur par une vitesse constante selon d'une trajectoire, les vitesses et les forces exercées par les moteurs sont variable le long de cette trajectoire.

A travers les résultats obtenus, on peut dire que les caractéristiques de la structure parallèle pour obtenir le mouvement de l'outil selon une trajectoire à une vitesse constante, les moteurs font des efforts variables et se déplacent également à des vitesses différentes.

De même, pour obtenir la validation de nos résultats, une simulation dans Solidworks à été effectuée pour déterminer la variation des caractéristiques dynamiques des actionneurs selon des trajectoires différentes dans le plan et dans l'espace, dans un première temps on prend une trajectoire circulaire dans le plan, et ensuite on a pris une trajectoire spirale dans l'espace.

Les résultats obtenus par les deux simulations montrent que pour un déplacement de l'outil le long d'une trajectoire donnée nécessite l'application de certaines forces par les moteurs avec des vitesses spécifiques. A partir de ces résultats on peut déterminer le type de moteur à utiliser d'un côté, et le mode de commande et de contrôle de mouvement de ces moteurs d'un autre côté.

Solidworks est un logiciel de prototypage virtuel, qui nous permet de modéliser une structure mécanique, ainsi que de simuler et de visualiser son mouvement dans des conditions de fonctionnement réelles. On peut trouver plusieurs paramètres, et de tester plusieurs trajectoires et positions pour atteindre des résultats acceptables.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons fait une optimisation des dimensions des bras. Les résultats obtenus par cette optimisation permettent de choisir une structure qui répond à nos besoins. Les dimensions optimales pour ces bras permettent de minimiser la contrainte et la masse.

Bibliographie

- [1] Meng-Shiun Tsai, Wei-Hsiang Yuan. "Inverse dynamics analysis for a 3-PRS parallel mechanism based on a special decomposition of the reaction forces". *Mechanism and Machine Theory* 45 (2010) 1491–1508.
- [2] Meng-Shiun Tsai· Wei-Hsiang Yuan. "Dynamic Modeling and Decentralized Control of a 3 PRS Parallel Mechanism Based on Constrained Robotic Analysis". *J Intell Robot Syst* (2011) 63:525–545.
- [3] Song Lu and Yangmin Li. "Dynamic Dexterity Evaluation of a 3-DOF 3-PUU Parallel Manipulator Based on Generalized Inertia Matrix". *IEEE Conference on Robotics and Biomimetics Zhuhai, China, December 6-9, 2015*.
- [4] Janet J Fernandes, Arockia Selvakumar A, "Kinematic and Dynamic Analysis of 3PUU Parallel Manipulator for Medical Applications", *Procedia Computer Science* 133 (2018) 604–61.
- [5] Kelaiaia, R., Company, O., & Zaatri, A. (2012). Multiobjective optimization of a linear Delta parallel robot. *Mechanism and Machine Theory*, 50, 159–178.
- [6] Khaled Mansouri, Idir Belaidi , Abdelmalek Atia, "Optimisation multi-objectif de la structure d'une machine d'usinage agile de type delta linéaire". *Journal of materials and engineering structures* 5 (2018) 253–268.
- [7] Jingjun Zhang, Lihong Shi, Ruizhen Gao and Chaoyang Lian "A Method for obtaining direct and inverse pose solutions to Delta parallel robot based on ADAMS". *International Conference on Mechatronics and Automation August9 - 12, Changchun, China (2009)*.
- [8] Chuncheng Wang and Lijun Wang "A Novel CAD System for Modular Reconfigurable Parallel Robots". *International Conference On Computer Design And Appliations (ICCD A 2010)*.
- [9] Jianlong Hao, Xiaoliang Xie, Guibin Bian, Zhenqiu Feng, Zhanjie Gao and Zengguang Hou, "Dynamic Modeling and Control Simulation of a Modified Delta Manipulator". *International Conference on Information and Automation Lijiang, China, August 2015*.
- [10] Zhuo, Z. Chao Ying ,L. Ying Kun, Z. Cun Ming H. "The Combined Simulation of High speed Parallel Manipulator based on MATLAB, SolidWorks and ADAMS". *Applied Mechanics and Materials Vols. 716-717 (2015) pp 1578-1581*.

- [11] Angel, L. Bermúdez, J. Muñoz, O. ‘‘Dynamic Optimization and Building of a Parallel Delta-Type Robot’’, International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO) Shenzhen, China, December 2013.
- [12] Ganesh, S. S., Koteswara Rao, A. B., & Darvekar, S. (2013). Multi-objective optimization of a 3-DOF translational parallel kinematic machine. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 27(12), 3797–3804.
- [13] Khoshnoodi, H., Rahmani Hanzaki, A., & Talebi, H. A. Kinematics, Singularity Study and Optimization of an Innovative Spherical Parallel Manipulator with Large Workspace. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. (2017).
- [14] Sun, T., & Lian, B. (2018). Stiffness and mass optimization of parallel kinematic machine. *Mechanism and Machine Theory*, 120, 73–88.

Conclusion générale

Les travaux présentés dans cette thèse présentent une approche d'étude et de modélisation géométrique et dynamique des machines-outils à structure parallèle. La structure parallèle est une nouvelle architecture utilisée dans plusieurs domaines tels que la robotique et les machines outils. Elle se compose au moins de deux chaînes cinématiques liées entre deux plateformes, l'une fixe et l'autre mobile.

L'étude s'intéresse à la modélisation de structure parallèle pour les machines outils. Dans un premier temps nous avons déterminé la relation qui existe entre les variables de l'espace des tâches et les variables de l'espace articulaire. Il s'agit de trouver le modèle géométrique qui définit la relation entre les positions des moteurs et la position de l'effecteur. Ensuite on utilise ce modèle pour déterminer les déplacements des moteurs en fonction des déplacements de l'outil sur des trajectoires différentes. Pour valider nos résultats, nous avons utilisé deux méthodes, l'étude avec la simulation sur Matlab qui se base sur le modèle des équations mathématiques du modèle géométrique de notre mécanisme, et la simulation avec Solidworks qui se base sur le prototype DAO de même mécanisme. Pour chaque simulation on utilise plusieurs trajectoires dans le but de vérifier et de valider les résultats obtenus, et au même temps, pour voir la simulation pour des cas de trajectoires simples et des trajectoires complexes.

Dans cette étude, nous avons trouvé que les résultats obtenus par Solidworks et les résultats obtenus par Matlab sont proches avec une légère différence, du fait que Solidworks prend en compte le type des liaisons et les contraintes mécaniques dans ces liaisons. Ce qui nous a permis de dire que les résultats obtenus par Solidworks sont plus proches. Par la suite nous avons déterminé le modèle dynamique de notre machine-outil en se basant sur le modèle géométrique, et on a calculé les performances dynamiques telles que les vitesses, les accélérations et les forces exercées par les moteurs à partir de la simulation du prototype avec Solidworks. La connaissance des performances dynamiques de notre prototype nous permet de choisir le type de moteur à utiliser, et le mode de commande et le contrôle de ce moteur.

A partir des résultats précédents, nous remarquons que ce type de machine-outil possède des propriétés dynamiques plus élevées qui contribuent grandement à la qualité des pièces à fabriquer. Néanmoins, il existe une certaine complexité dans la structure parallèle en termes de qualité des pièces utilisées dans la construction de ces machines outils, et le mode de contrôle.

L'élimination de ces complexités est un défi majeur à relever pour les rendre plus sensibles aux exigences de la facilité de la fabrication et de l'utilisation de ces machines outils.

Perspectives

A l'issue de cette étude, on propose des perspectives suivantes :

- Utiliser les résultats obtenus par les travaux précédents pour réaliser un prototype d'une machine outil à structure parallèle à trois axes.
- Utiliser le modèle géométrique pour développer un système de commande des moteurs, et un autre système pour contrôler le déplacement des moteurs lors de réalisation des tâches.
- Introduire des améliorations au niveau des bras pour minimiser le poids de la structure de la machine-outil, et chercher à trouver des solutions pour les axes de déplacement des moteurs, avec des modifications au niveau des articulations par l'utilisation des joints à cardons au lieu des rotules.

Résumé

L'évolution technologique rapide est le résultat du développement de tous les moyens de base de la nouvelle technologie dans tous les domaines, en particulier le développement des matériaux utilisés et les moyens de production, en termes de machines outils, outils de coupe et procédés de fabrication.

En ce qui concerne les machines outil, il y a eu un grand développement à de nombreux égards, où l'émergence de machines outils avec une nouvelle structure appelée machines outils à structure parallèle, est utilisé dans le domaine de l'usinage à grande vitesse.

Dans ce travail, nous avons mené une étude géométrique et dynamique des machines outils à structure parallèle, afin de mettre en évidence les performances dynamiques de ce type de machines outils, ensuite nous avons fait une optimisation des dimensions des bras utilisé dans la structure de ces machines outils.

Mots clés : Modélisation dynamique; Structure parallèle; Machines outils ; Optimisation.

Abstract

The rapid technological evolution is the result of the development of all the basic averages of the new technology in all fields, in particular the development of the materials used and the average production, in terms of machine tools, cutting tools and processing methods. Manufacturing, it has experienced a great development.

With regard to machine tools, there has been a great development in many respects, where the emergence of machine tools with a new structure called parallel structure machine tools, is used in the field of high speed machining.

In this work, we carried out a geometric and dynamic study of parallel structure machine tools, in order to highlight the dynamic performances of this type of machine tools, then we made an optimization of the dimensions of the links used in the structure of these machine tools.

Key words: Dynamic modeling; Parallel structure; Machine tools; Optimization.

ملخص

التطور التكنولوجي السريع هو نتيجة لتطوير جميع الوسائل الأساسية للتكنولوجيا الجديدة في جميع المجالات ، وخاصة تطوير المواد المستخدمة ووسائل الإنتاج ، من حيث الآلات وأدوات القطع وطرق التصنيع ، فقد شهدت تطورا كبيرا.

فيما يتعلق بالآلات، كان هناك تطور كبير في العديد من الجوانب، حيث برزت آلات ذات تركيبية جديدة تسمى الآلات ذات التركيبية المتوازية، تستعمل في التصنيع فائق السرعة. في هذا العمل، قمنا بإجراء دراسة هندسية وديناميكية للآلات ذات بنية متوازية، من أجل تسليط الضوء على الأداء الديناميكي لهذا النوع من الآلات، ثم قمنا بتحسين أبعاد الأذرع المستخدمة في هيكل هذه الآلات.

الكلمات المفتاحية: النمذجة الديناميكية ; هيكل ذو بنية متوازية ; الآلات ; الأمثل.