جامعة محمد خيضر بسكرة

العلوم الإنسانية والإجتماعية

العلوم الإجتماعية

مذكرة ماستر

العلوم الاجتماعية

فلسفة

فلسفة عامة

رقم: أدخل رقم تسلسل المذكرة

إعداد الطالب:

حليس سمية

يوم: / 2023

أزمة الرياضيات وإنعكاساتها على نشأة المنطق الرياضي

لجنة المناقشة:

د.بوعلام معطر	أ.م	جامعة محمد خيضر بسكرة	مشرف ومقرر
العضو 2	الرتبة	الجامعة	الصفة
العضو 3	الرتبة	الجامعة	الصفة

السنة الجامعية : 2023/2022

بسم الله الرحمن الرحيم

شكر وعرفان

نحمد الله تعالى الذي ألهمنا الصبر والثبات وأمدنا بالقوة والعزم وانعم علينا بالعافية وأنار طريقنا على مواصلة المشوار الدراسي وتوفيقه في إنجاز هذا العمل المتواضع ، فاللهم لك الحمد والشكر على كل نعمك ونسألك من العمل ماترضى والصلاة والسلام على حبيبك وخير خلقك عليه أزكى الصلاة والسلام ،

أتقدم بجزيل الشكر إلى الأستاذ المشرف معطر بوعلام على توجيهه وحرصه ، كما أتقدم بفائق الإحترام والتقدير والشكر الى كل اساتذة الفلسفة إلى كل طلبة تخصص االفلسفة الذين جمعتني بهم الجامعة وفقهم الله وسدد خطاهم ، وإلى كل من علمني حرفا ومد لي يد العون لإكمال هذا العمل من قريب أو من بعيد له مني كل الشكر والتقدير .

الإهداء

الحمد لله الذي وفقني لتثمين هذه الخطوة في مسيرتي الدراسية بمذكرتي هذه بفضله تعالى .

أهدي عملي هذا لمن ليس لي سواهم في هذه الدنيا إلى اغلى الناس وأقربهم إلى قلبي أمي الحنون وأبي الغالي فلولاهما ولولا دعمهما ووجودهما لما وصلت إلى هنا فاللهم ارزقهم دوام الصحة والعافية ، إلى سندي في هذه الحياة أخواتي وإخوتي ، والى كل من شجعني على الإستمرار والمثابرة ،والى كل كل طالب علم طموح شغوف ،إلى كل من كان له أثر في حياتي .

إلى كل هؤلاء أهدي عملي المتواضع هذا سائلة المولى عز وجل أن ينفعنا به وأن يوفقني في خطواتي القادمة .

فهرس المحتويات

الموضوع	الصفحة
صفحة الواجهة	
صفحة فارغة	
مقدمة	
الفصل الأول: الرياضيات وظهور أزمة الأسس	24-7
تمهيد	6
المبحث الأول: ماهية الرياضيات	14-7
المطلب الأول : مفهوم الرياضيات	8-7
المطلب الثاني : نشأة الرياضيات	14-8
المبحث الثاني: أزمة الأسس في الرياضيات	24-15
المطلب الأول : أزمة اليقين في الهندسة الإقليدية	18-15
المطلب الثاني : مشكلة اللانهائي في الرياضيات	20-18
المطلب الثالث : نظرية المجموعات ونقائضها	24-20
الفصل الثاني: نشأة وتطور المنطق الرياضي	47-26
المبحث الاول: المنطق الرياضي وبدايات ظهوره	35-28
المطلب الأول : مفهوم المنطق الرياضي	29-28
المطلب الثاني : لايبنتز وبداية تجديد المنطق	33-30
المطلب الثالث : جورج بول والإتجاه الجبري في المنطق	37-33
المبحث الثاني: المنطق الرياضي وأهم تجلياته في القرن 19	38-37
المطلب الأول : بيانو والبحث المنطقي	41-38
المطلب الثاني : أبحاث المنطق عن فريجه	41-38
المطلب الثالث : المنطق الرياضي عند راسل	46-41
الفصل الثالث: الحلول المقترحة لتجاوز أزمة الأسس	67-49

المبحث الأول: النزعة المنطقية	57-50
المبحث الثاني: النزعة الأكسيومية	61-57
المبحث الثالث: النزعة الحدسية	66_61
خاتمة	
قائمة المصادر والمراجع	
الملخص	

مقدمة

مقدمة :

الأزمة وجود مشكلة تنشأ عنها حيرة والمشكلة والحيرة تنشآن عن موقف يختلف عما ألفناه، اذا فهمنا الأزمة بهذا المعنى يحق لنا القول أن لدينا أزمة تخص اليقين الذي تعودنا ان نسنده الى القضايا الرياضية والمنطقية.

ف بعد أن ساد الإعتقاد مدة طويلة من الزمن أن الحقيقة الرياضية مطلقة ثابتة لا يشوبها نقص ولا تغير أثارت مسلمة التوازي لإقليدس فضول الباحثين والمفكرين ومهدت الطريق لقيام أزمة اليقين في الرياضيات وظهور هندسات لا إقليدية، ومع التطور الحاصل في مختلف المجالات والعلوم ،تطلب من علماء الرياضيات بذل مجهود لتجاوز هذه الأزمة والدعوة الى تأسيس نظريات رياضية مبنية على أسس متناسقة، رياضيات مطلقة يقينية وهذا لم يشغل الرياضيين فقط بل المناطقة أيضا وقد نتج عن هذا ظهور إتجاهات عدة أهمها الإتجاه اللوجستيقي،

وعلى ضوء ماسبق يمكننا القول أن المناطقة في منتصف القرن التاسع عشر قد تأثرو بالرياضيات ومناهجها، ورغم ماظهر من أعمال وإسهامات في هذا المجال بداية مع لايبنتز وبيانو وفريجة، الإسهام الرئيسي كان على يد برتراند راسل وحسب راسل أنه إذا أردنا تعريف قضية رياضية ما أو أردنا أن نثبت صدقها وجب علينا اللجوء الى مبادئ المنطق وهذا دليل العلاقة الوطيدة والصلة القائمة بين المنطق والرياضيات وأن الأزمة الرياضية كان لها الدور الأساسي في نشأة وتطور المنطق الرياضي.

- الاشكالية :

من خلال ماسبق ذكره نطرح الإشكالية التالية : مامدى إرتباط المنطق بالرياضيات وكيف أثرت أزمة الرياضيات على نشأة وتطور المنطق الرياضي ؟ وهذه الإشكالية الرئيسية تندرج تحتها التساؤلات التالية :

_ مامفهوم الرياضيات وكيف نشأت ؟ ، وماهي الازمة التي حدثت في الرياضيات ؟ وكيف نشأ المنطق الرياضي وماهي اهم بوادر ظهوره؟ وماهي أهم الحلول المقترحة لتجاوز ازمة الأسس ؟

ولحل هذه السئلة اتبعنا الخطة التالية والتي خطواتها كما يلي :

مقدمة وثلاث فصول حيث أن الفصل الأول بعنوان **الرياضيات وظهور أزمة الأسس** يندرج تحته مبحثين المبحث الأول تحدثت فيه عن ماهية الرياضيات أي تعريف ونشأة الرياضيات بينما المبحث الثاني كان حول أزمة الأسس وقد ركزت على أهم الأزمات الرياضات : أزمة الهندسة الإقليدية ومشكلة اللانهائي في الرياضيات ونظرية المجموعات ونقائضها، أما الفصل الثاني كان بعنوان **نشأة وتطور المنطق الرياضي** وقد قسمته ايضا إلى مبحثين يندرج تحت كل مبحث ثلاث مطالب وكان عبارة عن تعريف بالمنطق الرياضي وأهم بوادر ظهوره وتطوره بداية من لايبنتز وصولا إلى راسل ،بينما الفصل الثالث كان بعنوان **الحلول المقترحة لتجاوز ازمة الأسس** وقد تم ادراج تحته ثلاث مباحث، المبحث الأول كان حول النزعة المنطقية، والمبحث الثاني كان حول النزعة الأكسيومية، والمبحث الثالث والاخير كان حول الأزمة الحدسية، ثم ختاما بأهم النتائج المتوصل اليها .

وقد استخدمت المنهج التحليلي لتحليل الأفكار وكون الرياضيات تعتمد على التحليل وبالتحليل تبسط المعلومات وتتضح الصورة اكثر كذلك المنهج التاريخي لدراسة وتتبع مسار الرياضيات والمنطق تاريخيا بداية من اليونان وصولا الى العصر الحديث والمعاصر اضافة الى المنهج الاستنتاجي لاستنتاج أهم الحلول لتجاوز الأزمة وتبيان مدى صلة الرياضيات بالمنطق وتأثير أزمة الرياضيات في نشأة وتطور المنطق الرياضي .

- أهمية الموضوع :

لهذا الموضوع أهمية فلسفية وإبستيمولوجية حفزتني على إختياره وذلك لأسباب ذاتية وموضوعية،

1 / الأسباب الذاتية من بينها :

_شغفي الدائم نحو الاشكاليات المتعلقة بفلسفة العلوم بحيث انني كنت تلميذة في الثانوية في شعبة العلوم التجريبية

_ الاهتمام بالمنطق وفلسفة العلوم وميولاتي الشخصية بدراستها

_ اهمية هذا المجال المعرفي على المستويين الفلسفي والعلمي وان موضوع المنطق من اهم المواضيع الفلسفية فالفلسفة بدون منطق تصبح عقيمة، كذلك ان هذا المبحث اصبح من اهم المباحث الفلسفية المعاصرة التي تستحق الدراسة والاطلاع ...

2/ الأسباب الموضوعية نذكر اهمها:

_انه من المواضيع القليلة الدراسة والخوض فيها

_ الحاجة اكثر الى دراسة هذا المجال بغرض المساهمة في بناء معرفي ادق واوضح وفتح افاق جديدة للدراسة ...

- الصعوبات:

وكغيره من المواضيع والابحاث الاكاديمية صادفتني جملة من الصعوبات نذكر منها :

اختلاف وتعدد المفاهيم الرياضية من عصر لعصر ، فكل مصطلح رياضي له دلالاته الفلسفية الخاصة ، ايضا صعوبة تبسيط وتحليل المعلومات والنظريات الرياضية ،كذلك نقص المعاجم والموسوعات الخاصة بالرياضيات ،شساعة وتوسع الموضوع كونه يدرس موضوعين من اهم الموضوعات الفلسفة الا وهما الرياضيات والمنطق فهو يحتاج الى جهد ذهني كبير ووقت اطول.

- الدراسات السابقة نذكر من بينها :

_ زيات فيصل، المنطق والرياضيات عند برتراند راسل، اطروحة مقدمة لنيل شهادة الدكتوراه.

_ محلوس حميدة، اشكالية تطور المنطق المعاصر بين الدوافع الداخلية والتأثيرات الخارجية.

الفصل الأول:

تمهيد

المبحث الأول : ماهية الرياضيات

المطلب الأول : مفهوم الرياضيات

المطلب الثاني : نشأة الرياضيات

المبحث الثاني : أزمة الأسس في الرياضيات

المطلب الأول : أزمة اليقين في الهندسة الإقليدية

المطلب الثاني : مشكلة اللانهائي في الرياضيات

المطلب الثالث : نظرية المجموعات ونقائضها

خلاصة

تمهيد :

لقد ظهرت الرياضيات منذ القدم على يد الحضارات الشرقية القديمة البابلية والمصرية، وذلك لتلبية حاجيات الإنسان الضرورية، فكانوا يستعينون بها في مجالات عدة وفي الممارسات اليومية ،كالحسابات في الأعمال التجارية وحساب الأطوال والمسافات وتقدير الكميات كذلك في توقع الأحداث الفلكية.

ونتيجة تأثر الحضارة الإغريقية بهذه الحضارات الشرقية وصلت الرياضيات الى اليونان وتطورت وقد بلغت قمة الدقة واليقين منذ طاليس وغيثاغورس إلى غاية ارسطو وإقليدس، هذا الأخير الذي بقيت إسهاماته الرياضية معتمدة لعقود طويلة من الزمن خاصة الهندسية منها والتي عرفت بالهندسة الإقليدية، وقد ظلت الرياضيات نموذج للدقة والوضوح إلى غاية القرن التاسع عشر ،هذا القرن الذي عرف تراكم معارف جديدة وهذا بفضل الاكتشافات والإبداعات العلمية التي أدت إلى تغيرات وتحولات جذرية مست العديد من العلوم من بينها الرياضيات هذه التغيرات احدثت تحولات جذرية وعميقة في تصورات الرياضيين لمفاهيمهم ومناهجهم وبنائهم الرياضي وأول ازمة حدثت هي التي سجلتها "مسلمات التوازي " والتي أدت الى ظهور هندسات جديدة والمعروفة بالهندسات اللاإقليدية كذلك مشكلة الانهائي ونظرية المجموعات.

وقبل التطرق إلى الحديث عن أزمة الأسس والتي كان لها الفضل إلى ظهور وتطور المنطق الرياضي لابد من المرور إلى تعريف الرياضيات وكيف نشأت وكيف كانت بدايتها منذ الحضارات القديمة وصولا إلى الأزمة الرياضية التي عرفها القرن التاسع عشر والتي أدت الى تغير مجريات المفاهيم والنظريات الرياضية وهذا ما سنتطرق اليه في هذا الفصل.

الفصل الأول : الرياضيات وظهور أزمة الأسس

المبحث الأول : ماهية الرياضيات

المطلب الأول : مفهوم الرياضيات

1 لغة :

لقد تعددت وإختلفت وجهات نظر الفلاسفة بتعدد وإختلاف المذاهب حيث أدى هذا الإختلاف إلى الإختلاف في تعدد التعريفات للرياضيات بحيث:

" ان الكلمة الاغريقية mathemata تعني ببساطة "ما جرى تعلمه" احيانا بطريقة عامة وفي ازمنة اخرى ارتبطت على نحو اكثر تحديدا بعلم الفلك او الحساب او الموسيقى.من هذه الكلمة الاغريقية اشتقت الكلمة الحديثة mathematics،وشبيهاتها في اللغات الاوروبية الاخرى. "[1]

كذلك ان " الرياضيات mathématics ليست سوى شكل خاص للرياضي وهي كلمة مشتقة من الفعل راض، أي درس وتمرن، يأتي الرياضي das mathématische في صيغته اللفظية من اللفظ اليوناني mathémataماهو قابل للتعلم وبالتالي ايضا للتعليم "[2]

أي ان الرياضيات كلمة من اصل يوناني وهي تخص مايتعلق بالتعلم والتعليم ولها ارتباط بعدة علوم اخرى.

2-اصطلاحا :

نجد العديد من التعريفات الاصطلاحية للرياضيات في العديد من القواميس والموسوعات الفلسفية نذكر منها : يعرف اندريه لالاند الرياضيات في موسوعته الفلسفية بأنها " إسم نوع لكل العلوم التي يكون موضوعها العدد، الترتيب (العددي) او السعة " [3]

اي ان الموضوع الرئيسي والاساسي في الرياضايت هو العدد ومايتعلق به

[1] جاكلين ستيدال، تاريخ الرياضيات، مقدمة قصيرة، تر:محمد عبد العظيم سعود مؤسسة هنداوي للتعليم والث2012، القاهرة، مصر، ص 27.

[2] مارتن هايدغر، السؤال عن الشيء حول نظرية المبادئ الترندنستالية عند كنت، تر: اسماعيل المصدق، المنظمة العربية للترجمة، مركز دراسات الوحدة العربية، ط1 ,2012، بيروت، لبنان، ص109-110 .

[3] اندريه لالاند، موسوعة لالاند الفلسفية، المجلد الأول، منشورات عويدات، ط2، 2001، بيروت، لبنان، ص 70.

وقد عرف جميل صليبا الرياضايت كذلك في معجمه الفلسفي بأنها " الرياضايت اسم يطلق على الحساب ,الجبر والهندسة ونحوها وموضوعها الكم وواذا كان الكم متصلا بالإمتداد سمي العلم بالهندسة ,واذا كان منفصلا سمي العلم بعلم العدد وهو يشمل الحساب والجبر " [1]

اي ان الرياضيات هي احد العوم التي تهتم بدراسة المقادير والكم بنوعيه المتصل والمنفصل اي الجبر والهندسة.

كذلك يمكن تعريف الرياضايت على انها " علوم موضوعها العدد والكم " [2]وهي كذلك " جملة علوم الكم والترتيب والمقدار والعلاقات بينها ويسميها القدماء التعاليم " [3]

وغيرها من التعريفات وسنكتفي بذكر هته التعريفات فقط ومن خلال هذا يمكن القول بأن الرياضيات علم قائم بذاته وله تاريخ طويل كما تتميز بالعديد من المميزات والخصائص كما انها تهتم بدراسات عديدة ومتنوعة وهي تصنف ضمن اهم العلوم وهي من العلوم العملية والصورية المجردة.

المطلب الثاني : نشأة الرياضيات

الرياضيات هي أحد أهم العلوم وظهورها كان منذ ظهور الإنسان، فمنذ وجود الإنسان وبداية تفاعله مع من حوله ظهرت الحاجة الماسة الى وجود أعداد أي أن الرياضيات قد تطورت مع تطور الإنسان ومع تطور الحياة اليومية فكانت بدايات ظهور الرياضيات عن طريق إختراع الأرقام وطرق العد والحساب الى ان وصلت الى علوم الفضاء والاعدا التخيلية وعلم المنطق، وعليه " يمكن القول بصفة عامة وفي حدود معرفتنا الحالية ان الرياضيات وكما نعرفها اليوم ،بوصفها علما نظريا محضا، قد ظهرت عند اليونان وخاصة بعد فيثاغورس ومدرسته(القرن السادس قبل الميلاد)، أما الرياضيات هي أحد أهم العلوم وظهورها كان منذ بداية ظهور الإنسان، فمنذ وجود الإنسان الأساس الذي بنى عليه اليونان صرحهم الرياضي النظري فهو

[1] جميل صليبا، المعجم الفلسفي بالألفاظ العربية والفرنسية والإنجليزية واللاتينية، الجزء الأول، دار الكتاب اللبناني 1982، بيروت، لبنان، ص631 .

[2] يوسف كرم واخرون، المعجم الفلسفي، مطابع كوستاتسوماس وشركاءه، 1966، القاهرة، مصر، ص84 .

[3] محمود يعقوبي، معجم الفلسفة أهم المصطلحات وأشهر الأعلام، 1973 ، ط2، الجزائر، ص 67 .

بدون شك الرياضيات التطبيقية التي عرفتها الحضارات الشرقية القديمة خاصة الحضارتين المصرية والبابلية " [1]

1 الهندسة و الحساب عند المصريين والبابليين:

تقول الدراسات أن البدايات الأولى للرياضيات ترجع الى المصريين والبابليين ،فمن أقدم النصوص المكتشفة فيما يخص الرياضيات كانت من أصل بابلي وهي ترجع لعام 1900 قبل الميلاد حيث أن" لقد نشأ علم المساحة والهندسة والحساب في مصر الفرعونية تحت ضغط الحاجة الإقتصادية والإجتماعية، ففيضانات وادي النيل دفعت المصريين الى إبتكار طرق وأساليب هندسية لتحديد مساحات الحقول وتنظيم الزراعة والري كما أن إهتمامهم جعلهم يتقدمون في إستعمال الخطوط والحساب، كما أنهم كانوا يستعملون الكسور ويستخدمون العمليات (الضرب والقسمة والجمع والطرح). " [2]

" وكما تدل بعض الأبحاث ان الرياضيات كانت متقدمة عند البابليين فلقد استعملوا الحساب والهندسة في دراسة حركات الكواكب والنجوم وقياس الزمن، وفي تنظيم الملاحة والفلاحة وشؤون الري، حيث توصلوا إلى العديد من الدراسات من بينها: قياس النسبة بين محيط الدائرة وقطرها، وإلى حل معادلات من الدرجة الأولى. "

2 الرياضيات عند اليونان :

من المؤكد أن اليونان لم يبتكروا الرياضيات من عدم، فلقد لعبت الأبحاث التي قامت بها الحضارات التي سبقتهم من المصريين والبابليين والهنود وغيرها دورا مهما في نشأة الرياضيات اليونانية، كعلم قائم على الاستدلالات العقلية المحضة ،حيث يذكر أن معظم المفكرين اليونان خاصة الرياضيين منهم من طاليس وإقليدس، وأفلاطون وغيرهم ذهبوا إلى بلاد المشرق مصر

[1] محمد عابد الجابري، مدخل الى فلسفة العلوم، العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، مركز دراسات الوحدة العربية، ط5، 2002، بيروت، لبنان، 57.
[2] المرجع نفسه، ص 58.

وبابل والصين والهند، كي يتعلموا الحكمة في هذا المجال حيث نجد لهم مفاهيم ومناهج جديدة لم تكن موجودة من قبل كالتحليل والتركيب والتجريب. [1]

أولا: الرياضيات عند طاليس :

" طاليس Thalesطاليس المولود في ميليتوس والذي عاش حوالي عام 600 ق.م ,(...) وقد كان هو أول من وضع الأسس العلمية، ولقد تعلم الكثير من البابليين الذين وضعو أسس الهندسة لحاجاتهم اليومية فقد كان البابليون يعلمون أسس الهندسة منذ عام 1700 ق.م وقد كانت لهم جداول تدرج فيها جوانب المثلث القائم لتحديد الوتر." [2]

وقد وضع طاليس أهمالمبادئ العامة للرياضيات والمتمثلة في :

-ان قطر الدائرة يقسمها الى قسمين متساويين

-انه لو تقاطع خطان مستقيمان فإن الزوايا المتقابلة تكون متساوية

-ان الزاوية المرسومة على نصف قطر الدائرة لابد ان تكون قائمة الزاوية " [3] ومن خلال هته المبادئ يمكن القول انه " ولأول مرة، مقولات عامة تنطبق على جميع الدوائر وجميع الخطوط وهي مقولات لم تقدم من قبل، وهكذا لم تعد الرياضة مجرد أداة لتأدية وظيفة معينة لقد اصبحت علما. " [4] حيث يمكننا القول انه من خلال المبادئ الرياضية التي قدمها طاليس اصبحت الرياضايت علما يقينيا يعتمد عليه.

ثانيا : الرياضيات عند فيثاغورس

فيثاغورس Pythagores (500-580 ق.م) " فيسلسوف وعالم رياضيات يوناني عاش في القرن السادس قبل الميلاد " ولد في ساموس (..) ومن الخصائص التي إمتازت بها حكمة فيثاغورس علم العدد والحساب المزود بالهندسة، فهو يرى ان العدد مبدأ الوجود، وشكل هندسي منتظم منسجم، أي ان كافة الموجودات هي ذات أشكال همدسية منتظمة، والنظام والوحدة هي

[1] محمد عابد الجابري، مرجع سابق، ص 58 .
[2] لويس وولبرت، طبيعة العلم غير الطبيعية، تر: سمير حنا صادق، المجلس الاعلى للثقافة، 2001، القاهرة، مصر، ص29.
[3] المرجع نفسه، ص 30 .
[4] المرجع نفسه .

منشأ الوجود والكون الحيط بالانسان ونظامه العجيب الدقيق المرتكز فوق أسس رياضية عددية، جبرية، وهندسية. " [1] وقيل انه اول من سمي الفلسفة بهذا الإسم واشتهر بأنه ادخل علم الهندسة وعلم الطبيعة وعلم الدين الى اليونان.

حيث ان فيثاغورس قد برع في مجالات عديدة وعلوم متنوعة كالرياضيات والفلك والطب والموسيقى حيث وضع الفيثاغوريين اعتبارات عديدة في الرياضيات والقول الرئيسي الذي قالت به الرياضيات هو ان كل شيء هو العدد، فكل شيئ جسماني له صفة العدد، فالعدد هو جوهر الوجود وحقيقته " [2] يقول ارسطو في هذا الصدد " لقد عنى الذين عرفو بالفيثاغوريين بالرياضيات وكانوا أول من إفترض أن مبادئ الرياضة هي أيضا مبادئ جميع الأشياء " [3] حيث أنهم أنشئوا نظريات عدة في مجال الهندسة وعلم العدد " وإمتازوا في علم الفلك وصدروا فيه أيضا اعتباراتهم الرياضية ،فمضوا يصورون العالم كما شاءت لهم غير حافلين بالواقع، كأنما مهمتتهم تكوين العالم لا تمثيله وتفسيره فقالو : ان العدد الكامل هو العشرة، لأنه مؤلف من الأعداد جميعا وحاصل على خصائصها جميعا." [4]

كما يرى فيثاغورس ان كل شيء في الوجود انما هو شكل هندسي وعدد وقال " ان العدد 1 يناظر النقطة والعدد 2 يناظر الخط والعدد 3 فهو يعبر عن المثلث " [5]وهذا يفسر ان فيثاغورس ق توصل ان الكون ذا طبيعية رياضية اصله العدد.

" حيث تقول نظرية فيثاغورس على ان المثلثات قائمة الزاوية ،ان مربع الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع مربعي الضلعين الاخرين " [6]

[1] مصطفى غالب، فيثاغورس في سبيل موسوعة فلسفيةمنشورت دار مكتبة الهلال، 1918، بيروت، لبنان، ص 7-8.
[2] أحمد أمين وزكي نجيب محمود، قصة الفلسفة اليونانية، دار الكتب المصرية، ط2، 2000، القاهرة، مصر، ص 31-32.
[3] أميرة حلمي مطر، الفلسفة اليونانية ومشكلاتها، دار قباء للطباعة والنشر والتوزيع، 1998، القاهرة، مصر، ص 72.
[4] يوسف كرم، تاريخ الفلسفة اليونانية، مؤسسة هنداوي للتعليم والثقافية، 2012، القاهرة، مصر، ص 39 .
[5] جميل صليبا، الموجز في تاريخ العلوم عند العرب، دار الكتاب اللبناني، 1981، ص 22.
[6] عبد الرحمان بدوي، موسوعة الفلاسفة، الجزء الأول، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، 1984، بيروت، لبنان، ص230.

وعليه يمكن القول ان " الفيثاغورية نهضة عظيمة متعددة الوجهات وهي مذهب فلسفي ومدرسة علمية عنيت بالرياضة والموسيقى والفلك والطب، وعرفت بضع قضايا حسابية وهندسية، ووضعت في الهندسة ألفاظا اصطلاحية." [1]

ثالثا : الرياضيات عند افلاطون

افلاطون فيلسوف يوناني ورياضي عاش في الفترة (427 ق.م _347ق.م)

يمكن القول أن جل إهتمام افلاطون كان حول المعاني الميتافيزيقة التي تكمن وراء التصورات الرياضية وقد تأثر بالمدرسة الفيثاغورية " الذي تشبع افلاطون بتعاليمها في إهتماماته بالرياضيات، ويمكن القول ان افلاطون حاول ان يجعل للرياضة قيمة اساسية في تفسير الكون "[2] ولقد بحث افلاطون كثيرا في الرياضيات " والواقع ان بحث افلاطون للرياضيات يتسم بطابع مزدوج : فالرياضة ترتفع عن كل موضوع متعلق بالواقع المحسوس ولكنها من جهة أخرى تهيئ الذهن أفضل تهيئة للصعود إلى العالم المعقول وهي بالنسبة إلى العالم الأول غاية في ذاتها ينبغي ان تحتفظ بإستقلالها الكامل عن كل الموضوعات، أما بالنسبة للعالم الثاني فهو وسيلة لتدريب العقل على التعامل مع عالم الأفكار المجردة. " [3]

والرياضيات عند افلاطون تتسم بما يلي :

1-انها تبدأ من مسلمات تعد في غير حادة إثبات، لأنها واضحة بذاتها.

2-انها استدلالية متدرجة، اي انها تحتاج الى سلسلة من المراحل المتسقة التي توصل الى البرهان المطلوب.

3_انها تحتاج الى صور متخيلة يستعين بها الرياضي في فهم مشكلاته ." [4]

وعليه يمكن القول ان الرياضايت عند افلاطون ذات معنى ميتافيزيقي وقد ارتبطت الرياضيات لديه بالفلسفة وتعتبر في نظره نموذج للذقة واليقين.

---

[1] يوسف كرم، تاريخ الفلسفة اليونانية، مرجع سابق، ص 41 .

[2] افلاطون، الجمهورية، ترجمة :فؤاد زكريا، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، 2004، الاسكندرية، مصر، ص 138-139.

[3] يوسف كرم، مرجع سابق، ص 135 .

[4] جمهورية افلاطون، مرجع سابق، ص136 .

رابعا : الرياضيات عند اقليدس

يعتبر اقليدس احد اهم فلاسفة اليونان والرياضيين والمعروف بالهندسة الإقليدية " كان إقليدس (330_270ق.م) أحد علماء المدرسة الإسكندرية الاوائل الذين قاموا بأبحاث قيمة خاصة في الرياضيات وأهم كتب إقليدس : كتاب الاصول، الذي يضم مجموعة كبيرة من النظريات التي لم تكن من ابتكاره، انه بمثابة ملخص للمعلومات الهندسية التي وصل اليها اليونان منذ فيثاغورس حتى اقليدس ،الذي جمع كل ماهو جوهري من رياضيات عصره ونسقه وبوبه في تسلسل منطقي " [1] أي ان اقليدس قد تأثر بالرياضيين الذين قبله وقد بنى صرحه الرياضي في هذا الكتاب الذي ضل المرجع الوحيد للرياضيين لقرون عدة وهذا ما أدى الى هيمنة الهندسة الإقليدية حتى القرن ال 18.

وقد أسس اقليدس نسقه الهندسي على مجموعة من المقدمات الأساسية حيث وضع مجموعة من التعريفات والبديهيات والمصادرات بحيث " اخضعها لمجموعة من قواعد الإشتقاق ذات الطابع المنطقي وانتهى الى استخلاص مجموعة من القضايا او المبرهنات " [2]

والتعريفات التي قدمها اقليدس تتمثل في :

_ان النقطة هي ماليس له اجزاء او ابعاد

_ان الخط طول بلا عرض

_الخط المستقيم هو الخط الذي يقع بين نقاط طرفية بالتساوي

المصادرات من بينها :

_يمكن مد خط مستقيم من نقطة الى نقطة اخرى

_يمكن مد خط مستقيم الى مالا نهاية

_كل الزوايا القائمة متساوية

والبديهيات من بينها :

[1] اقليدس، بين الفلسفة والمنهج الرياضي، اعداد:الشيخ كامل محمد محمد عويضة، دار الكتب العلمية، ط1، 1994، بيروت، لبنان، ص 67 .

[2] محمد محمد قاسم، مدخل الى الفلسفة، دار النهضة العربية، ط1، 2001، بيروت، لبنان، ص 98 .

_الأشياء المساوية لشيء معين متساوية فيما بينها

_ان الكل اكبر من الجزء الذي ينطوي تحته

" وقد بلغ عدد البديهيات 28 ،يشتق اقليدس من المقدمات السابقة مجموعة من المبرهنات يتم البرهنة على صحتها بإعتبارها مشتقة او مستنبطة من الحدود والقضايا الأولية، وذلك من خلال ما في خطوات تبدأ بذكر منطوق المبرهنة ومرورا بالإستعانة بأشكال مرسومة وإفتراض صحة القضية ...وانتهاء بإعلان النتيجة." [1]

وعليه فقد كانت المسلمة الشهيرة لإقليدس التي اثارت الشك والنقد هي المسلمة الخامسة والتي مفادها ان : من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيم واحد فقط مواز للأول، وايضا القضية القائلة بأن مجموع زوايا المثلث يساوي دوما 180 درجة." [2]

ومن خلال هذه القواعد والأسس التي قدمها اقليدس يمكن القول بأن ما قدمه اقليدس يعتبر عبقرية وقفزة نوعية في تاريخ الرياضيات، بحيث ان رياضايت اقليدس ظلت لعقود طويلة معيار للدقة والوضوح واليقين وهذا المجهود الكبير رغم الانتقادات التي سيتلقاها لا يمكن إنكاره لانه أضاف الكثير للرياضيات.

[1] محمد محمد قاسم، مرجع سابق ص 98-99 .

[2] فاضل سلامة شنطاوي، أسس الرياضيات والمفاهيم الهندسة الأساسية، دار الميسرة للنشر، ط1، 2008، الأردن، ص25.

المبحث الثاني : أزمة الأسس في الرياضيات

المطلب الاول : أزمة اليقين في الهندسة الاقليدية

1- مفهوم الهندسة الإقليدية :

لقد استمرت هيمنة الهندسة الاقليدية الى غاية القرن 18، أين ازداد الوعي بأهمية البناء الرياضي بغية الوصول الى الدقة واليقين ولقد تم اعادة النظر في النسق الهندسي الاقليدي، خاصة ماتعلق بالمسلمة الخامسة (مسلمة التوازي لإقليدس) مما أدى الى ظهور وتأسيس هندسات جديدة تعرف بالهندسات اللااقليدية

الهندسة الاقليدية : " اسم يطلق على الهندسة المبنية على المصادرة الشهيرة (الخامسة) لإقليدس وهي المعادل المنطقي للقضية القائلة : من نقطة معنية ن ليست على خط معين خ، يمر خط واحد على الأكثر في السطح المستوي ن و خ لا يتقاطع مع الخط خ " [1]

وكذلك " تسمى الهندسة التي تبحث في خواص المكان ذي الأبعاد الثلاثة بالهندسة الاقليدي" [2]

ولهندسة اقليدس مجموعة من الخصائص والمميزات التي تميزها عن باقي الهندسات حيث " ميز اوقليدس نفسه في هندسته بين ثلاثة انواع من المبادئ : البديهيات، والمسلمات، والتعاريف

_البديهية axioms هي قضية واضحة بذاتها الى درجة لا يمكن ان نتأذى منها مثل : الكل اكبر من الجزء

_المسلمة postulat قضية غير واضحة بذاتها ولكن الرياضي يطلب منا التسليم بها دون برهان

_التعريفات هي جملة من الحدود التي لابد من الاخذ بها غير معرفة حتى نستطيع تعريف الباقي بواسطتها " [3]

[1] يودين روزونتال، الموسوعة الفلسفية، تر سمير كرم، دار الطليعة للطباعة والنشر، بيروت، لبنان، ط3، ص44 .
[2] جميل صليبا، مرجع سابق، ص524 .
[3] محمد عابد الجابري، مدخل الى فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص74-75 .

وهذه اهم المبادئ التي جاء بها اقليدس، أي أن اقليدس قد شيد هندسته على جملة من البديهيات والمسلمات والتعريفات، ومن خلال هذا يمكن القول ان النسق الذي تميز به يعتمد على المنهج الرياضي الاستنتاجي الذي ينتقل فيه الذهن من مقدمات وصولا الى نتائج، وقد ظلت هذه الهندسة معيار للدقة واليقين واستمر هذا لعدة قرون ولكن رغم كل هذا قد تلقت هذه الهندسة جملة من الانتقادات حيث ان المسلمات التي جاء بها اقليدس اصبحت مجالا للشك والتساؤل " وكانت المسلمة التي أثارت كثيرا من التردد والشك تلك المعروفة بمسلمة التوازي والتي تصاغ عادة كما يلي (من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيم واحد فقط موازٍ للاول) ومعلوم انه على اساس هذه المسلمة يبرهن اوقليدس على عدة قضايا في بنائه الهندسي ومنها على الخصوص القضية القائلة : ان مجموع زوايا المثلث يساوي دوما 180 درجة " [1]

ومن خلال هذا تعتبر هندسة اقليدس من اعظم النظريات الرياضية والتي ضلت لمدة تفوق 15 قرنا مثال في الدقة واليقين وعلى الرغم من كل هذا الا انها قد تعرضت للكثير من الانتقادات والمشاكل أدت الى ظهور هندسات جديدة والتي تسمى بالهندسات اللااقليدية والتي بنت صرحا جديدا لها على انقاض الهندسة الاقليدية وهذه الهندسة المعروفة بهندسة لوباتشفسكي وريمان.

2_ظهور الهندسات اللاإقليدية :

لقد كان ينظر الى هندسة اقليدس والى نتائجها على انها صادقة صدقا مطلق وانها الهندسة الوحيدة الممكنة، وبعد دراسات عديدة ومع تطور ابحاث العلماء والرياضيين بدأ اكتشاف نقائض وعيوب النسق الهندسي الاقليدي بما فيه حقيقة المسلمات وظهر مايعرف بالهندسة اللااقليدية والتي تعرف على انها " كل الانظمة الهندسية التي تختلف عن النظام الهندسي الاقليدي " [2] وهي الهندسة المعروفة بالهندسة اللااقليدية والمعروفة ايضا ب " لا اقليدي يقال على الهندسة التي تنقض مصادرة اقليدس الخامسة الخاصة بالتوازي مثل هندسة لوباتشفسكي التي تفترض ان الخطين غير المتوازيين قد لا يلتقيان ابدا، وهندسة ريمان الاي تفترض إستحالة رسم خطوط متوازية في اي مستوى افقي واحد "

[1] محمد عابد الجابري، مرجع سابق، ص75 .
[2] المرجع نفسه .

أي ان الهندسة اللااقليدية جاءت معارضة وناقدة للهندسة الاقليدية وتختلف عنها اختلافا واضحا، [1]

وقد حاول الرياضيون في مختلف العصور البرهنة على مسلمة التوازي التي جاء بها اقليدس " واذا كان البحث في هذه المسلمة قد استمر طوال العصر الحديث على يد كبار الرياضيين فإن المحاولة الجريئة حقا هي تلك التي قام بها لوباتشفسكي (1793_1806) lobatchevski لقد اراد ان يثبت هذه المسلمة _مسلمة التوازي _ بواسطة البرهان بالخلف "[2] ونعني بالبرهان بالخلف اي افتراض ماهو عكس القضية من اجل اثبات القضية الاصلية ، اي ان لوباتشفسكي قد افترض عكس ماافترضه اقليدس حيث " انه من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم لا موازٍ واحد للاول كما يقول اوقليدس بل موازيان او اكثر " اي من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم العديد من المتوازيات وهذا مخالف لما جاء به اقليدس، كما يعني هذا ايضا " ان هناك مقدمات مختلفة أدت الى نتائج مختلفة وهذا شيء طبيعي تماما " وهذا مايثبت عدم صحة مسلمة اقليدس ووقوعه في اختلاف وتناقض وقد نتج عن هذا ظهور هندسات مختلفة ومتعددة "[3] وقد تعزز هذا التعدد في الهندسات بقيام محاولة اخرى مماثلة اسفرت عن هندسة جديدة تختلف عن كل تختلف عن كل من هندسة اقليدس ولوباتشفسكي ونقصد بذلك هندسة ريمان (1826_1866) Reimannالرياضي الألماني الكبير تجاوز ريمان بدوره مسلمة التوازي الاوقليدية ،واتخذ منطلقا له مسلمة اخرى مخالفة " اي ان ريمان قد تجاوز هندسة كل من اقليدس ولوباتشفسكي واقام هندسة جديدة وبناء نسق جديد حيث انه قد افترض العديد من الافتراضات مفادها " انه من نقطة خارج مستقيم لا يمكن رسم اي موازٍ له، وان اي مستقيمين كيفما كان وضعهما لا بد اي يتقاطعا ،وانطلاقا من هذا الفرض الجديد توصل ريمان الى نتائج جديدة منها ان زوايا المثلث تساوي دوما اكثر من 18[درجة "

من خلال هذا الطرح يمكن ان نلخص الهندسة اللااقليدية فيما يلي :

[1] يوسف كرم، مرجع سابق، ص158.
[2] محمد عابد الجابري، مرجع سابق، ص15.
[3] مرجع نفسه، ص86 .

ان تصور لوباتشفسكي للمستوي مقعر بينما اعتبره ريمان كروي الشكل وعندما يكون السطح مقعر فإنه يمكننا ان نرسم اكثر من موازي للمستقيم الاول بينما اذا كان السطح كروي لا يمكنني رسم اي موازي لان المستقيمان سيتقاطعان حتما.

ومن بين اهم النتائج التي اسفرت عنها قيام هندسات لا اقليدية تغير نظرة الرياضيين الى المبادئ التي يشيدون عليها صرحهم الرياضي.[1]

المطلب الثاني : مشكلة اللانهائي في الرياضيات

قبل الحديث عن هذه المشكلة ،سنقوم بتعريف جملة من المفاهيم من بينها :

1-مفهوم اللانهاية " Infiniti :

ورد تعريف اللانهاية في موسوعة لالاند الفلسفية " طابع ماهو لا متناه، واللانهايتين اللتين توجد في كل الاشياء: لانهاية الكبر، لانهاية الصغر " [2]اي انها صفة للاشياء اللامتناهية سواء كانت في الصغر او الكبر.

وفي معجم الرياضيات المعاصر يعرف مصطلح " لانهائي " يكون اصلي لا نهائيا، اذا لم يكن منتهيا، تمون مجموعة غير منتهية اذا كان اصلها غير منتهيا " [3]

2-مفهوم اللامتناهي :

حيث يعرفه جميل صليبا بالقول " نقيض المتناهي وهو ما لا حد ولا نهاية له " [4] ومن بين المصطلحات التي لها ارتباط بمفهوم االامتناهي هي : اللامتناهي في الصغر واللامتناهي في الكبر حيث :

_اللامتناهي في الصغر : infiniment petit

" كمية يقل مقدارها عن اية كمية معلومة وهي تقترب من الصفر ولكنها لا تبلغه " [5]

_ اللامتناهي في الكبر : infiniment grand

[1] محمد عابد الجابري، مرجع سابق، ص86 .
[2] اندريه لالاند، مرجع سابق، ص673 .
[3] صلاح احمد واخرون، معجم الرياضيات المعاصرة مؤسسة الرسالة، بيروت، لبنان، ط1، 1983، ص186 .
[4] جميل صليبا، مرجع سابق، ص 271 .
[5] احمد تركي، المعجم العلمي، دار المعارف، 1968، القاهرة، مصر، ص308.

" اكبر من كل كم معطى، لا يقال الاعلى المقادير المعتبرة قابلة للتغير وبنحو اخص على عدد يزداد الى مالانهاية. " [1]

3- الجذور التاريخية لمسألة اللانهائية :

لقد بدأت مسألة اللانهاية منذ الحضارة اليونانية وبالتحديد من طاليس والذي قال " تلك التي ليس لها بداية او نهاية "

" ومن ناحية تاريخية يمكن القول ان مسألة اللانهائية في الفكر الغربي بدأت بمراحل ثلاث، الاولى ويطلق عليها ماقبل الارسطية والثانية المتمثلة في تحليل اللانهائية عند ارسطو نفسه وهي المرحلة الارسطية والمرحلة الاخيرة هي متمثلة في اعمال كانتور " [2]

ليس هذا وفقط بل وايضا بل كذلك " قد مهد فيثاغورش وتلامذته الطريق الى مسألة اللانهائية والتي تعتبر فصلا من فصول تاريخ الرياضيات "[3] حيث يقول راسل في هذا الصدد " ان مسألة اللانهائية بدأت اول الامر عند الفيثاغوريين في محاولاتهم للمسألة اللاقياسية " كذلك ارسطو قد صرح بذلك " [4]انه فيثاغورس الذي وضع اللانهائية بين الكينونات المحسوسة الاخرى " بحث " لم يهتم الفيثاغوريون بالعمليات الحسابية العادية في حين كانت ارائهم الهندسية تعتمد الى حد كبير على خصائص الاعداد، فالنقطة عندهم مجرد وحدة ذات وضع واي شكل هندسي ابتداءا من الخط المستقيم يمكن تصور تمثيله من نقط عديدة " [5] أي ان اي خط مستقيم ماهو الا مجموعة من النقط اللانهائية كما يمكن تقسيمه الى عدة أجزاء كذلك ان مشكلة اللانهاية قد طرحت اول مرة من طرف زينون الايلي والذي اشتهر بحججه الاربعة التي يؤكد فيها على ان الحركة لا متناهية، بحيث يمكن تلخيص حجج زينون الايلي كما يلي :

_ " الحجة الاولى : يرى زينون الايلي انه لقطع مسافة أي الإنتقال من نقطة إلى أخرى يجب الوصول الى منتصف المسافة ولقطع نصف المسافة يجب أيضا قطع منتصفها أي ربع

[1] اندريه لالاند، مرجع سابق، ص673 .
[2] عبد اللطيف يوسف الصديقي، مسألة اللانهائية في الرياضيات، دار الشروق للنشر والتوزيع، ط1، 1999، عمان، الأردن، ص33 .
[3] مرجع نفسه، ص34 .
[4] مرجع نفسه، صفحة نفسها.
[5] جورج سارتون، تاريخ العلم، ص91 .

المسافة ولقطع الربع يجب قطع نصف الربع اي الثمن " وهكذا يتم هذا بشكل مستمر الى غاية الوصول الى النهاية

_ الحجة الثانية : يقول زينون الايلي ان اشيل امهر العدائين بأرجل رفيعة اذا تسابق مع السلحفاة وكانت هذه الاخيرة متقدمة عنه قليلا لحظة انطلاقه ورغم انها بطيئة جدا وهو اسرع فهو لا يدركها ابدا " حيث ان زينون الايلي يرى بأنه يجب على العداء ان يجتاز نفس عدد النقاط التي تجتازها السلحفاة

_ الحجة الثالثة : يرى زينون الايلي ان السهم وهو متحرك فإنه في كل نقطة من المسار يكون السهم ساكنا " بمعنى انه وهو في حالة الانطلاق يكون السهم لا يتحرك

_الحجة الرابعة : تخص ثلاث قطع متساوية الطول اثنان من القطع تتحركان بنفس السرعة في اتجاهين متعاكسين بالتوازي مع الثالثة ثابتة وللحصول على متوسط الحركة بين القطعتين المتحركتين يجب ان نقسم اقل وحدة من الزمن. "[1]

وهذا مايثبت فكرة اللامتناهي، وقد تلقت هذه الحجج العديد من الانتقادات في ذلك الوقت خاصة من قبل ارسطو الذي كان يرفض العد اللامتناهي واعتبر ارسطو هذه الحجج عبارة عن مغالطات.

يمكن تلخيص هذا في ان المفارقات الشهيرة لزينون الايلي قد قامت على فرضية الزمان والمكان وهي قابلة للتقسيم اللانهائي

وبعد هذا الطرح يمكن ان نقول ان مفهوم اللامتناهي قد كان له تاريخ طويل وذلك منذ الفكر اليوناني وقد استمر هذا عبر التاريخ العلمي والفلسفي حتى عصر النهضة

اللانهائية عند كانتور :

[1] حميدة محلوس، اشكالية تطور المنطق المعاصر بين الدوافع الداخلية والتأثيرات الخارجية، (اطروحة دكتوراه)، 2017/2016، جامعة الجزائر2، الجزائر .

كما ذكرنا سابقا ان فكرة اللانهائية بدأت من عند اليونان لكنهم رغم كل الابحاث التي قاموا بها الا ان النتائج التي توصلو اليها لم تكن مرضية ،ورغم ما احرزه اليونان من تقدم فإن الفكرة لم تتبلور تماما الا في القرن التاسع عشر خصوصا مع اعمال كانتور.

واللانهائية عند كانتور يمكن تلخصيها فيما يلي :

" تبرز في شكلين مختلفين، لا نهائية غير تامة تتجاوز حدود الكميات في الكبر والصغر ولكن تبقى نهائية ويمكن ان يقال عنها متغير نهائي وهذا مايطلق عليه اللانهائية الممكنة، والاخرى كمية محددة ثابتة يمكن تصورها بمفاهيم مختلفة في الهندسة وفي نظرية الدوال بنقطة لا نهائية في الستوى المركب، هذه هي اللانهائية الحقيقية " [1]

وعليه يمكن تلخيص الانهائية عند كانتور بالقول: ان اللانهائية كاملة وتامة وانها توجد على مستويات مختلقة وهي مجموعات لا نهائية من اللانهائيات مختلفة المستوى وكل مستوى يكون اكبر من الاخر.

المطلب الثالث : نظرية المجموعات ونقائضها

قبل ان نبدأ في الحديث عن نظرية المجموعات لا بد ان نفهم ماذا نقصد بهذا المصطلح

1-مفهوم نظرية المجموعات :

نظرية المجموعات thèorie des ensembles تعتبر نظرية المجموعات " فرع من فروع الرياضيات يتناول المقولات الرئيسية للفلسفة والمنطق والرياضيات -مقولة اللامتناهي - بالمناهج الدقيقة، وقد تأسست نظرية المجموعات على يد جورج كانتور وموضوعات نظرية المجموعات هي خواص المجموعات (الكليات، الفئات، الطواقم) التي تكون في معظمها لا متناهية " [2] حيث ان هذه النظرية قد ظهرت في العصر الحديث وهي من النظريات التي دخلت التحليل من خلال النظر الى الدوال كمجموعة، مما سمحت بتحقيق الوحدة والاتساق لمختلف فروع الرياضيات.

[1] جاب الله هاجر، ازمة اليقين في الرياضيات، (مذكرة ماستر) ، 2021/2020، جامعة العربي التبسي، تبسة، الجزائر

[2] يودين روزونتال، مرجع سابق، ص541

ولقد " بدأ الاهتمام بنظرية المجموعات مع الرياضي الألماني جورج كانتور georg cantor (1845-1918) التي تعد من أهم الأبحاث، حيث اسس كانتور نظرية المجموعات اللامنتهية، مما ادى الى اتساع النظرية اكثر فأكثر، وكان لكانتور الفضل في إنشاء نظرية كاملة للمجموعات تمتد لتشمل المجموعات اللامنتهية وبالتالي يمكن القول انه تمكن من إنشاء دراسة جديدة اللامتناهي الرياضي، وهويعبر عن وجهة نظر اصلية " [1] ومفاد هذه النظرية ان " المجموعة تتألف من عناصر ولكن لابد ان يكون كل عنصر من عناصر المجموعة محددا بوضوح، متميزا عن العناصر الاخرى، ولابد ان يكون انتماء هذا العنصر الى مجموعة انتماء واضحا للجميع " [2] فالمجموعة مفهوم اولي يدل على جمع او حشد الاشياء المتناهية او اللامتناهية العدد، مهما كانت طبيعة هذه الاشياء و يجب ان يربط هذه المجموعة خاصية مشتركة بين جميع عناصر المجموعة ولا يهم عدد عناصر المجموعة سواء كانت اعداد منتهية أو لا منتهية و قد تشمل المجموعة عنصرين أو ثلاثة أو عنصر واحد فقط او قد تكون مجموعة فارغة، بحيث " يمكن النظر الى نظرية المجموعات من جهتين:

الأولى أن جورج كانتور أكدت في تأسيس الرياضيات كلها و منها الهندسية على أساس الأعداد الطبيعية بحيث تشيد الرياضيات كلها عل أساس علم الحساب

المعروف.

أما الجهة الثانية فهي ان نظرية المجموعات وسعت مرافق فكرة العدد ذاته عندما أضافت الى سلسلة الأعداد الصحيحة المعروفة بالعدد المتناهي سلاسل من الأعداد الجديدة التي تأتي بعد تلك السلسلة المنتهية و نسميها الأعداد المنتهية "[3]

نقائض نظرية المجموعات:

[1] حميدة محلوس، مرجع سابق.

[2] محمد عابد الجابري، مرجع سابق، ص95 .

[3] زيات فيصل، المنطق و الرياضيات عند برتراند راسل، (اطروحة دكتوراه)، 2017/2016، جامعة وهران محمد بن احمد، الجزائر .

لقد أنتجت نظرية المجموعات لجورج كانتور مجموعة من النقائض من بينها: " النظرية التاسعة و الاربعون في الاعداد المرتبة اللامتناهية يمكن ان ترتب ترتيبا تصاعديا بحيث انه من بين كل عددين منهما ايا كان يوجد دائما عدد اقل من الاخر، وان اكبر الاعداد المرتبة اللامتناهية هو اخر سلسلة تلك الاعداد " [1]

ولتوضيح هذا نأخذ المثال التالي: " لنفترض انه لدينا مجموعة من الصناديق موزعة كما يلي:

_صندوق فارغ

_صندوق فيه عودان

_صندوق فيه ثلاثة

وأخير فيه أربعة و هكذا الى غاية الصندوق الذي يضم ما لانهاية من العيدان و لكن هذه العيدان داخل الصناديق مرتبة ترتيبا تصاعديا ان هذا يعني ان الصندوق الأخير الذي يشتمل على مالانهاية من العيدان سيتغرق جميع الأعداد الترتيبية و هي لانهائية، اذا قمنا بترتيب هذه الصناديق ترتيبا تصاعديا يكون الرقم الترتيبي الذي ترتب به المجموعة الأخيرة التي تشتمل على جميع الاعداد الترتيبية وهي لانهائية، أعلى من اكبر رقم فيها اذن فلا بد من وجود رقم ترتيبي أعلى من جميع الأرقام الترتيبية وهذا تناقض " [2] ونعني بهذه المتناقضة انه يجب ان يكون هناك عدد اعلى من العدد اللانهائي وهنا يكمن التناقض.

وفي هذا الصدد يقول بيورالي فورتي burali forti " اذا أخذنا هذا العدد الأخير كطرف وحيد في المفارقة فلا بد ان يكون وفقا للنظرية نفسها باعتباره عددا مرتبا لا متناهيا اقل من عدد اخر نعلمه ,واذن فأكبر الاعداد المرتبة اللامتناهية ليست اكبر الاعداد المرتبة اللامتناهية "[3] وهذا مايؤكد تناقض هذه النظرية.

كذلك قد كشف برتراند راسل تناقض اخر في هذه النظرية ومفادها " ان كل عدد منته باعتباره مجموعة لا يشتمل على ذاته كجزء منها ,فيقول راسل انة يمكن بيان ان عدد الاعداد المتناهية

[1] محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، ط1 ،1969 ،بيروت ،لبنان ،ص115-116 .
[2] محمد عابد الجابري، مرجع سابق، ص99-100 .
[3] محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، مرجع سابق، ص116.

كلها هو في ان واحد لا يشمل ذاته و يشتمل ذاته ايضا كجزء من ذاته، وهذا تناقض فلا يمكن ان يشمل العدد ذاته لانه اكبر منه وفق هذه النظرية و لكنه ايضا يشتمل على ذاته باعتباره مجموعة كغيره من المجاميع اي احدى المجاميع لا تشمل الى ذاتها " [1]

وغيرها من المتناقضات التي اسفرت عنها هذه النظرية وعلى الرغم ماتميزت به نظرية المجموعات ورغم ماحققته من تطور في مجال الرياضيات بصفة عامة وفي مجال التحليل بصفة خاصة، الا انه قد تخللتها جملة من النقائص وهذا ما يدل على وجود نقص وخلل في هذه النظرية وهذا يستدعي مزيدا من البحث والتفكير المعمق.

[1] محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، مرجع سابق، ص116.

خلاصة الفصل :

ان الرياضيات قد ظهرت منذ القدم عند البابليين والمصريين وقد كانت مرتبطة بالواقع الحسي والممارسات اليومية وذلك من أجل تلبية حاجيات الإنسان الضرورية ولكن التطور الهائل في ميدان الرياضيات كان على يد عباقرة اليونان ونختص بالذكر اقليدس الذي كان له الفضل في اكتشاف الهندسة وتطويرها وهي الهندسة الإقليدية، لكن مع تكور البحوث العلمية والإكتشافات ظهرت ماتسمى بأزمة الأسس وهي الشك في وجود أساس ثابت للعلوم الرياضية وكان ذلك نتيجة ظهور معارف ومناهج جديدة ومتعددة ساهت في تطوير المعارف الرياضية مما أدى إلى ظهور بالهندسات اللاإقليدية كذلك الى مشكلة اللانهائي في الرياضيات ونظرية المجموعات ونقائضها هذا ما أحدث خلل في الاسس الرياضية والتي كانت تتصف بالبداهة والمطلقية.

الفصل الثاني:

الفصل الثاني : نشأة وتطور المنطق الرياضي

تمهيد

المبحث الاول : مفهوم المنطق الرياضي وبدايات ظهوره

المطلب الأول : مفهوم المنطق الرياضي

المطلب الثاني : لايبنيتز وبداية تجديد المنطق

المطلب الثالث : جورج بول والاتجاه الجبري في المنطق

المبحث الثاني : المنطق الرياضي وتجلياته في القرن 19

المطلب الاول : بيانو والبحث المنطقي

المطلب الثاني : ابحاث المنطق عن فريجة

المطلب الثالث : المنطق الرياضي عند راسل

خلاصة

تمهيد :

تعود نشأة المنطق الى ارسطو الذي تمكن من تنظيم طرق الاستدلال لأول مرة، وذلك من خلال مؤلفه الشهير الأورغانون، هذا الكتاب بقي لأكثر من عشرين قرنا نموذجا للاستنباط يقتدى به، ويطلق على المنطق عدة تسميات من بينها : المنطق الأرسطي، المنطق التقليدي، أو المنطق الصوري وقد بقي هذا المنطق مسيطرا على الفكر البشري قرون من الزمن الى غاية ظهور اولى اشكال المنطق المعاصر: " المنطق الرياضي " ويسمى كذلك بالمنطق الرمزي ولقد كان لظهور المنطق الرياضي غايات عدة من بينها الدعوى الى التجديد واستخدام الرموز في المنطق وربطه اكثر بالرياضيات التي تعبتر رمزا للدقة واليقين، حيث نجد الكثير من الاسهامات التي كان لها الدور في نشأة وتطور المنطق الرياضي من بين اهم الذين ساهموا في ذلك نذكر منهم : محاولات كل من لايبنتز وجورج بول وبيانو وفريجه وراسل وهذا ماسنتطرق له في هذا الفصل وهو الحديث عن نشأة وتطور المنطق الرياضي واهم محطاته.

المبحث الاول : مفهوم المنطق الرياضي وبدايات ظهوره

المطلب الاول : مفهوم المنطق الرياضي

للمنطق الرياضي مفاهيم عديدة ومختلفة، مما أدى هذا إلى الإختلاف في تعريف المنطق حيث لا نجد تعريف واحد وموحد للمنطق، بل تعددت التعريفات.

تعريف المنطق :

1-لغة :

" اشتقت كلمة logic الانجليزية و logique الفرنسية من الكلمى اليونانية logos والمنطق في اللغة هو الكلام "[1]

وكذلك مصطلح المنطق " مشتق من اللفظ اليوناني logistiché اي الحساب، ظهر في بداية القرن العشرين على يد عالمين منطقيين انجليزيين هما : برتراند راسل وألفرد نورث هوايتد"[2]

2-**اصطلاحا :**

" يدرس المنطق الرياضي logique mathematique أو المنطق الرمزي، التفكير المنطقي (الاستدلال والبرهان) ,كما هو منعكس في مناهج المنطق الصوري أو الحسابات الصورية، ومن ثم فان المنطق الرياضي يتخذ المنطق موضوعا له والرياضة منهجا.

ويتضمن المنطق الرياضي المعاصر سلسلة كاملة من الحسابات المنطقية وهو النظرية التي تنطبق على مثل هذه الحسابات وفروضها وخصائصها وتطبيقاتها " [3]

ولقد ظهر المنطق المنطق الرياضي نتيجة تطبيق المناهج الرياضية في مجال المنطق الصوري، كما تم استخدام لغة رمزية خاصة بالصيغ الرياضية حيث ان المنطق الرمزي يعتبر نمط جديد من الدراسات المنطقية وقد جاء نتيجة التطورات العلمية الحديثة والخاصة في مجال

[1] جميل صليبا، مرجع سابق .
[2] بول موي، المنطق وفلسفة العلوم، تر: فؤاد حسن زكريا، مكتبة نهضة مصر، 1961، القاهرة، مصر، ص364.
[3] يودين روزونتال، مرجع سابق، ص500 .

الرياضيات " حيث نجد ان المنطق الرمزي هو ذلك العلم الذي يعبر عن قوانين المنطق بالرموز والإشارات لا بالألفاظ والعبارات وسمي هذا المنطق بعدة تسميات نذكر منها المنطق الرياضي، المنطق الاستدلالي، المنطق الحديث، المنطق اللوغارتمي او اللوجستيقي " [1]

اما روبير بلانشي فيعرفه بأنه " منطق صوري وانه طور من الأطوار التي ينتهي اليها المنطق الصوري ,وذلك نتيجة اللغة التي لم تعد لغة عادية، وانما هي لغة رمزية، فأصبح يعبر عنها بالرموز والإشارات أو بالألفاظ او العبارات وهذه الصورانية هي التي تميزه اليوم والكتابة الرمزية شرط من شروطه، لكن لا قيمة لها الا من حيث هي وسيلة " [2]

ويعرفه محمود يعقوبي أيضا بأنه " الذي يستعمل بدل اللغة الطبيعية لغة رمزية تعبر عن جميع صور التفكير الممكنة تعبيرا دقيقا وواضحا. " [3]

حيث ان للمنطق مجال واسع لايقتصر على الرياضيات فقط بل ان قوانينه تشمل كل مجالات الفكر، كما انه استطاع ان يقدم للرياضيات الصورية التي في حاجة اليها، كما ان المنطق الرياضي يدرس مختلف اشكال الاستنباط والاستدلال بين القضايا ومن اهم خصائصه : الثوابت والمتغيرات.

المطلب الثاني : لايبنيتز وبداية تجديد المنطق

1- التعريف ب لايبنتز :

" غوتفريد فيلهيلم لايبنتز ولد 1646م وتوفي 1716م ,رياضي منطقي وفيلسوف ألماني له مشاركة في الاكتشافات الرياضية والفيزيائية والمنطقية وله اراء اصيلة في الميتافيزيقا " [4] حيث ان له قيمة فلسفية كبيرة فهو يعتبر من بين اهم واكبر الفلاسفة وجهوده لم تقتصر على الفلسفة فقط بل امتدت الى ميادين اخرى منها : السياسة والتاريخ والقانون واللغة والاجتماع واللاهوت

[1] جميل صليبا، المعجم الفلسفي، مرجع سابق، ص492 .

[2] روبير بلانشي، المدخل الى المنطق المعاصر، تر:محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، 2005، بن عكنون، الجزائر، ص24 .

[3] محمود يعقوبي، معجم الفلسفة واهم المصطلحات واشهر الاعلام، دار الكتاب الحديث، 2008، ط1، القاهرة، مصر، ص162 .

[4] محمود يعقوبي، مرجع سابق، ص229 .

والرياضيات وله العديد من الاكتشافات الرياضية التي جعلت منه احد اعظم العلماء الرياضيين من بين هذه الاكتشافات : " كانت اهم كتاباته وبحوثه في الرياضة فتعرف الى أعمال باسكال وطور الآلة الحاسبة، واكتشف الحساب اللامتناهي في الصغر (التفاضل) " [1] ونظرا للعديد من المؤلفات التي كتبها لايبنتز من كتب ورسائل نذكر من بينها : " _مقال مابعد الطبيعة : يتضمن آراءه المنطقية ومابعد الطبيعية والطبيعية والأخلاقية

-الأصل النهائي للأشياء : بحث يثبت وجود وحدة اولية حقيقية هي مصدر ما في هذا العالم من حقائق وموجودات

-أبحاث جديدة في الفهم الإنساني : من أهم كتب ليبنتز يعرض فيها مناقشته لنظرية جون لوك في المعرفة وفكرة الروح واصل المعرفة وصلتها بالأفكار الفطرية

-مبادئ الطبيعة والعناية مؤسسة على العقل :تتضمن مع مذهب الوحدات العنصرية في انها تلخيص وتجميع اراء ليبنتز في الفلسفة والمنطق " [2]

حيث " يعتبر ليبنتز اخر فلاسفة عصر النهضة الذي بدأ بالفيلسوف الفرنسي رنيه ديكارت ومر ببسكال وسبينوزا ,حتلى ختمه ليبنتو الفيلسوف الألماني " [3]

2- لايبنتز والمنطق الرياضي :

يعتبر لايبنتز البادرة الاولى لظهور المنطق الرياضي واليه يعود الاساس والفضل في ذلك حيث ان دعى الى تجديد المنطق وحاول ان يقيم علما يشمل كل من المنطق والرياضيات، حيث ان لايبنتز " يعد اب المنطق الرمزي او المنطق الرياضي حتى ان المؤرخ في العشرينات من هذا القرن قارئ المبادئ الرياضية لرسل وهوايتد حسب لويس يجدر ان يبدأ أولا بدراسة

[1] جوتفريد فيلهلم ليبنتز، المونادولوجيا والمبادئ العقلية للطبيعة والفضل الالهي، ترجمة وتعليق :عبد الغفار مكاوي، دار الثقافة للطباعة والنشر، 1978، القاهرة، مصر، ص20 .

[2] ليبنتز، أبحاث جديدة في الفهم المنطقي، تقديم وترجمة وتعليق :احمد فؤاد كامل، دار الثقافة للنشر والتوزيع، 1983، قاس، المغرب، 17-18.

[3] ابراهيم مصطفى ابراهيم، الفلسفة الحديثة من ديكارت الى هيوم، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، 2001، مصر، ص215.

نصوص ليبنتز، ليبنتز يبدأ معه تاريخ المنطق الرمزي والمنطق الرياضي " [1] فله يعود الفضل الى إكتشاف منطق جديد ذا طابع رمزي رياضي حيث ان لايبنتز "كان يعتقد إعتقادا راسخا في أهمية المنطق وليس فقط في دائرته الخاصة، بل كأساس للميتافيزيقا.

وقد عمل في المنطق الرياضي عملا كان يمكن ان يكون مهما اهمية كبرى لو نشره، وكان في تلك الحالة يعتبر مؤسس المنطق الرياضي (...) وقد تعلق بالرياضيات حياته كلها على امل ان يكتشف نوعا من الرياضيات المعممة، التي سماها الكليات المميزة وهي التي بواسطتها يستعاض عن التفكير بالحساب.

ويقول بصددها : اذا كانت لدينا، لكان في مستطاعنا ان نستدل في الميتافيزيقا وفي الأخلاق بنفس الطريقة تقريبا التي نستدل بها في الهندسة والتحليل " [2] حيث ان ليبنتز قد ارسى نظريته هذه وبناها وفقا لأسس منطقية حيث انه " أسس فلسفته على مقدمتين منطقيتين : قانون التناقض وقانون السبب الكافي وكلاهما يعتمد على فكرة قضية _تحليلية_ وهي التي يكون المحمول فيها مشمولا في الموضوع _مثلا : جميع الرجال البيض رجال. وقانون التناقض ينص على ان جميع القضايا التحليلية صادقة. وقانون السبب الكافي ينص على ان كل القضايا الصادقة تحليلة." [3] ولقد اراد لايبنتز " للفلسفة ان تتخذ المنهج الرياضي كوسيلة للاستدلال في القضايا الفلسفية، ولقد كان لديه امل بأن يجعل الرياضيات تعم جميع مجالات الفكر,وهو الذي يحسب له تقديم فكرتين اساسيتين للمنطق متمثلتين في :

1-يمكن للمنطق من حيث منهج البحث فيه ان يصبح نسقا استنباطيا على منوال الهندسة الاقليدية وان يتألف من قضايا نبرهن عليها باستنباط مجموعة معطاة من تعريفات ومبادئ ومصادرات

[1] روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من ارسطو حتى رسل، تر:خليل احمد خليل، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت، لبنان، ص 261-263 .

[2] برتراند راسل، تاريخ الفلسفة الغربية، الكتاب الثالث، تر:محمد فتحي الشنيطي، المصرية العامة للكتاب، 1977، الاسكندرية، مصر، ص152 .

[3] المرجع نفسه ،ص 153 .

2-يمكن للمنطق من جانب لغته وموضوعاته ان يتخذ من علم الجبر نموذجا لغته تكون رمزية وقوامه معادلات وقوانين " [1] بحيث ان لايبنتز قد حاول تأسيس منطق جديد ذا طابع رمزي رياضي وقد " كان لايبنتز معجبا بالمنطق الارسطي وقال عنه انه من أروع ماكتشفه العقل الإنساني وانه فن العصمة من الزلل مما يمكن تطويره الى نوع من الرياضيات الكلية "[2] وقد حاول لايبنتز ان يجعل من المنطق نسقا استنباطيا واهتم بفكرة بناء المنطق على شكل استنباطي وقد قدم تصورات للنسق الاستنباطي وعدل النسق الاستنباطي الذي جاء به ارسطو و" لقد اعتمد على طريقة تأليفية تركيبية وكان له بعض التغيير في اطار النسق الاقليدي للمنطق اي بعض التجديد للمنطق التقليدي تحت تأثير الرياضيات وهذا يوضح تأثر المنطق بالرياضيات خاصة بالنسبة الى طريقة تأليف النسق واقتراحه لنموذج الجبر الذي يحتذى به من حيث اللغة الرمزية، فأوحى بفكرة المنطق الرياضي وان لم يجسدها على الوجه الكامل، ولنموذج الهندسة الذي يحتذى به من حيث طريقة بناء نسق وبالتالي اهتم بفكرة بناء منطق على شكل استنباطي وهذا الامر سائد في المنطق المعاصر "[3] وقد قدم لايبنتز ثلاث تصورات للنسق الاستنباطي وقد اضاف تعديلا على النسق الاستنباطي الارسطي بحيث :

" في تصوره الاول للنسق الحسابي اعتبر انه من الممكن الاستناد الى التعريفات فقط والاستغناء عن المبادئ والمصادرات ,ذلك ان التعريفات لوحدها قادرة على تشكيل نسق استنباطي

اما التصور الثاني فيغلب على مواضيعه الطابع المنطقي ,فيجعل النسق يعتمد على مبادئ ومصادرات لا تقبل البرهان، وقدم ذلك في بحث عنوانه _مثال على الحساب المنطقي_ بحيث يتشكل النسق من :

أولا قضايا صادقة في ذاتها وهي تعبر عن تلك المبادئ المنطقية مثل الهوية وعدم التناقض مثل أ هو أ

[1] محمد فهمي زيدان، المنطق الرمزي، دار النهضة العربية، 1979، بيروت، لبنان، ص51 .
[2] المرجع نفسه، ص52.
[3] ينظر الى : محلوس حميدة .

ثانيا نتيجة صادقة في ذاتها ,صيغتها قريبة من صيغة الضرب الاول من الشكل الاول للقياس وهي مثل :" أ يكون ب" و" ب يكون ج" اذن " أ يكون ج" وهذا ليس نسقا مكتملا، بل مشروعا لنسق من الممكن ان يكون مكتملا، أما التصور الثالث فيعتمد فيه على تعريفا ومبادئ ومصادرات وقضايا ..." [1]

فلقد كان لليبنتز غاية يريد الوصول اليها وهي انه " اراد عن طريق دراساته المنطقية ان يضع لنا لغة مثالية تتحرر من اللبس والغموض الذين ملأ اللغة العادية او اللغة المثالية لنتحرر من كثير من المشكلات التي تثار بسبب اللبس والغموض، حيث قال بالاستطاعة رد جميع الافكار الانسانية الى قلة من الافكار كأولويات تمكننا من استحداث رموز اخرى للدلالة على الافكار " [2]

هذا مايمكن تلخيصه حول بدايات تجديد المنطق عن لايبنتز وهو يعد من اصحاب الاتجاه المنطقاني حيث نلاحظ انه قد اهتم برد القضايا الرياضية الى المنطق وهذا لتكون يقينية اكثر،

وعلى الرغم من ماقدمه لايبنتز من بوادر لتجديد المنطق الا انه من ينجح في انشاء نسق منطقي متكامل حيث انه لم يبتعد كثيرا عن المنطق التقليدي الارسطي ولكن رغم هذا الا ان مساهمته ومحاولاته قد كانت بمثابة الانطلاقة الاولى لتأسيس منطق جديد تحت تأثير الرياضيات .

المطلب الثاني : جورج بول والاتجاه الجبري في المنطق

1 التعريف ب جورج بول :

جورج بول (1815_1864) رياضي بريطاني ترجع اليه البدايات الفعلية لتأسيس المنطق الرياضي فهو " مؤسس جبر المنطق وهو شكل منطقي اخر مستوحى من الرياضيات، كما يعتبر جورج بول الواضع الحقيقي لأساس المنطق الرمزي الرياضي " [3] ، وقد سعى جورج

[1] نقلا عن زكريا منشاوي الجالي، المؤثرات المتبادلة بين المنطق والرياضيات النسق نموذجا وص129-130 .
[2] ابراهيم مصطفى ابراهيم، الفلسفة الحديثة من ديكارت الى هيوم، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، 2001، الاسكندرية، مصر، ص239 .
[3] روبير بلانشي، مرجع سابق، ص 365 .

بولالى التعبير عن المنطق في قواعد جبرية بسيطة وهو مايسمى بالجبر المنطقي والذي يعد من اهم انجازاته وقد عبر عنه بوضوح في كتابه الشهير "بحث في قوانين الفكر" .

جورج بول وجبر المنطق :

جورج بول والذي ترجع اليه البدايات الفعلية لتاسيس المنطق الرياضي في اول اشكاله حيث يعد مؤسس ذلك الشكل المنطقي المستوحى من الرياضيات والمسمى ب "جبر المنطق" والذي يجعل من المنطق والرياضيات متقاربين الى حد كبير.

وقد جعل بول القضايا في صورة رمزية وجعل من تلك القضايا حسابات تجري عليها عمليات الضرب والجمع، كذلك عمل " على ان يجعل المنطق علما رمزيا، والرموز في المنطق الرمزي نوعان هما: المتغيرات، والثوابت، الا ان بول استخدم كلمة المتغيرات ولم يستخدم الثوابت.

-اما الثوابت التي نجدها في منطق بول فهي ثوابت الرياضة ,او هي اشارات عملية كعمليات الجمع (+) والطرح (−) والقسمة والمساواة (=) والصفر (0) والواحد الصحيح (1) ,وهي تتمثل في عمليات العقل الذي بواسطته يصل دمج أو حل تصورات الأشياء بحيث تتكون مفاهيم جديدة تتضمن نفس العناصر. " [1] حيث نلاحظ ان بول قد حاول دمج الرموز على العلمليات الحسابية لتصبح ذات طابع رمزي رياضي،

كما انه حاول الفصل بين المنطق والدراسات الميتافيزيقية ,مؤكدا بقوله انه : ليس من الجائز ربط المنطق بالميتافيزيقا، بل ربط المنطق بالرياضيات، ويضيف : المنطق يشبه الهندسة يقوم على الحقائق البديهية، وهذا مايثبت مدى تقارب واتصال الرياضيات والمنطق مما جعل جورج بول يبعد المنطق عن الميتافيزيقا" وعليه يبدو ان بول ينسب خاصية الرمزية للمنطق منذ ارسطو، وان كانت الرمزية فيه ضعيفة وغير مكتملة، وهذا الرأي يخالف موقف برتراند راسل الذي نظر الى المنطق القديم بأنه فلسفي والمعاصر على انه رمزي، بينما اعتبر بول المنطق كعلم ارتبط بالرمزية منذ القديم، وبأن حقائق المنطق اقرب في طبيعتها الى حقائق الرياضيات،

[1] محمد مهران ,مرجع ,سابق ص 369 .

وعلى اثر هذا تمكن من بناء منطق رمزي يقترب من روح الرياضيات وطبيعتها " [1]حيث نجد ان جورج بول لم يقلل من شأن المنطق الارسطي بل اهتم به وحاول التعبير عنه بلغة رمزية كما نظر اليه على انه قابل للصياغة الرمزية الرياضية، كما يعني هذا ان بول استطاع ان يصل الى جبر عام مجرد يتمثل في قوانين الفكر الاساسية، واستبعاد اللغة العادية الغير دقيقة وإحلال محلها لغة رمزية دقيقة كلغة الحساب وحاول إقامة المنطق على هذا الأساس، ومن خلال كتابه الشهير –قوانين الفكر– توصل من خلاله الى إكتشاف فكرة هامة وتتمثل في " ان قوانين الجبر وضعها بصرف النظر عن اي تفسير جزئي خاص " [2] حيث يقول " لقد وضعت الرسالة التالية بغرض فحص القوانين الاساسية لتلك العمليات التي يتم التفكير العقلي بواسطتها ,والتعبير عنها في اللغة الرمزية لحساب ما واقامة علم المنطق على هذا الاساس، وجعل هذا ال المنهج نفسه اساسا لمنهج عام لتطبيق النظرية الرياضية [3]

المبحث الثاني : تطور المنطق الرياضي في القرن 19

المطلب الأول : فريجة ونظرية حساب القضايا

1 التعريف ب فريجه:

" فريدريك جوتلوب فريجه (1848_1925)من اكبر الرياضيين الألمان في اواخر القرن التاسع عشر واوئل القرن العشرين، شارك في حركة –تحسيب التحليل– اي تحويل التحليل الى حساب ,وفي الاتجاه اللوجستيقي واي رد التصوارت الرياضية الأساسية الى منطقية خالصة، وله جه وده الكبيرة في تعريفه للأعداد الصماء والاعداد الواقعية والأعداد المركبة تعريفات منطقية بحته" [4] كما ان لفريجه العديد من الاعمال المتمثلة في العديد من الكتب والمقالات في الرياضيات والمنطق نذكر أهمها :

[1] حميدة محلوس، مرجع سابق، ص24 .
[2] محمد مهران، المرجع نفسه، ص35 .
[3] مرجع سابق، ص81 .
4 محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، 1979، بيروت، لبنان، ص129 .

1-كتاب التصوارت (1879): لغة صورية للفكر الخالص تحاكي لغة علم الحساب، وضع فيه أسس منطقه الجديد ومحاولة لإقامة اتجاهه اللوجستيقي

2-القوانين الأساسية لعلم الحساب: في جزئين نشر الجزء الاول عام (1893) والثاني في (1903)، وفي الفترة مابين اخراج هذين الجزئين نشر ثلاث مقالات :الدالة والتصور، التصور والموضوع، المعنى والاشارة.

ومن خلال اعماله ومؤلفاته فتح طريقا جديدا لاقامة منطق رياضي وقد اخذ بمشروع لايبنتز في بناء لغة رمزية والى تجد يد في المنطق وتأسيس المنطق الرياضي الحديث " هذه اللغة هي التي اتاحت امكانية حساب القضايا في صورة انظومة استنباطية، وامكانية تحليل البنية الباطنة للقضية" [1]

ومن خلال اطلاعنا على منطق جورج بول تبدو نظرة بول الى المنطق معارضة لنظرية فريجة فلقد ابتعد فريجه عن الاتجاه الجبري البولي لينتسب الى الاتجاهي اللوجستيقي بحيث سبق راسل وبيانو وكان منافس من حيث " ان الاولى تجعل المنطق فرعا من الجبر وان الثانية ترد الحساب الى المنطق، لكن التعارض ليس حقيقيا، لم ينكر فريجه ماقدمه بول للمنطق، انما أراد ان يخط بالمنطق خطوات نحو الصورية والاحكام اكثر مما اتى عليه بول " حيث ان منطق بول كان محصوار على نظرية واحدة فقط وهي نظرية الاصناف بينما فريجه ا ارد ان يكون المنطق شاملا اكثر وبهذا يصبح فريجه " الحلقة العظى الثالثة من سلسلة تطوير المنطق الرمزي " [2]

حيث ان فريجه قد دفع بالمنطق نحو التجديد والتطور والابداع على مستوى الرموز والتخلي عن جبر المنطق.

2_فريجة ونظرية حساب القضايا:

ان نظرية حساب القضايا تعتبر من اهم النظريات التي تتعلق بالمنطق الرياضي والتي اتى

1 جورج طرابشي ,معجم الفلاسفة، دار الطليعة للطباعة والنشر، ط3، 2006، بيروت، لبنان، ص 463 .
2 محمود فهمي زيدان، مرجع سابق، ص131 .

بها فريجه حيث " فريجه كان أول من وضع أصول نظرية حساب القضايا بكل عناصرها المتكاملة، وأرى انها نظرية اساسية يمكن ان تقوم عليها نظرية الاصناف ونظرية العلاقات ونظرية دالات القضايا، إضافة الى ذلك فريجه هو أول من وضع تلك النظريات جميعا في نسق منطقي استنباطي يقوم على تصوارت منطقية بحتة متخلصا من اي رموز غير منطقية "[1] حيث ان فريجه أراد للمنطق ان يكون نسقا استنباطيا انطلاقا من أفكار أولية وتعريفات ومصادارت ومبادئ، وقد " عرض فريجه في كتابه "التصوارت" أسس نظريتي حساب المحمول وحساب القضايا، بالاضافة الى ال ثوابت المنطقية واعطاها رموز مثل ثابت الفصل والوصل والمساواة، والتضمن، وحدد قيمة الصدق فيها" [1] اذ انه " يمكن إقامة النسق الإستنباطي ككل عن طريق إستخدام فكرتين أوليتين هما التضمن والسلب بالإضافة الى ثلاث تعريفات الفصل والوصل والمساواة وهذا يدل على انه قدم فكرتين اوليتين ونقبلهما بلا تعريف، نستخدمها في تعريف أفكار أخرى ضرورية للنسق [2] حيث انه إذا أردنا البدء في إقامة نسق منطقي بقائمة من التعريفات لا بد ان نقدم أولا أفكار غير معرفة وإلا سيكون التعريف غير ممكن " كما اشرنا قدم فريجه ثلاث تعريفات وعبر عنها برموز لم ينتشر استعمالها، ولتوضيح ما قام به فريجه في سبيل تشكيل الرموز وبناء المنطق في شكل نسق استنباطي نذكر مايلي :

–تعريف دالة الوصل : تكون دالة الوصل صادقة في حالة صدق طرفيها، واذا كذب احد طرفيها على الأقل تكون كاذبة.

–تعريف دالة الفصل : دالة الفصل تصدق القضية احد طرفيها

–تعريف دالة التكافؤ (المساواة) : تعبر دالة عن علاقة الهوية بين متغيرين قضوي ين وتصدق عندما يتحقق التبادل بين عنصريها دون إخلال بالصدق " [3]

كما ان فريجه " في عام 1893 اخرج الجزء الأول من كتابه الهام "القوانين الأساسية لعلم الحساب" أجرى فيه بعض التعديلات على نسقه الرمزي، بالإضافة على تطوير بالغ الدقة

1 محمود فهمي زيدان، مرجع سابق، ص 153.

لنظرية أسس علم الحساب، وناقش من جديد مفاهيم الدالة وال تصور والعلاقة " [1] وقد توصل من خلال هذا الكتاب الى ان " قوانين المنطق هي عبارة عن احكام تحليلية، وبالتالي تكون قبلية، والحساب هو ببساطة منطق متطور، وكل قضية حسابية هي قانون منطقي." [2] من خلال هذه النظريات التي قدمها فريجه يبدوا واضحا تأثره بالرياضيات حيث ان نظريته تنتمي الى كل من المنطق والرياضيات فقد تأسست نظريته على نسق منطقي تحت تأثير الرياضيات وهي تعتبر أحد أهم الأنساق في المنطق الرياضي المعاصر ورغم ذلك ففلسفته كغيرها من الفلسفات تخللتها الكثير من الصعوبات ورغم هذا الا ان نظريته المنطقية كانت دافعا مهما وقويا نحو تطوير المنطق الرياضي .

المطلب الثاني : بيانو والبحث المنطقي

جيوزيبه بيانو **gluseppe ,peano** " منطقي ورياضي ايطالي (1858_1932) ،استحدث نسقا مبتكرا من العلامات يتيح امكانية عرض مبادئ المنطق ونتائج مختلف فروع الرياضيات بلغة يقال لها اللغة المعقدة، وبهذه الصورة قدم الحساب والهندسة الاسقاطية ونظرية المجاميع وحساب اللامتناهي الصغر، وقد حاول على كل حال ان يخترع لغة عالمية. "[3] حيث انه يعتبر احد اهم اعلام المنطق الرمزي وهو " اعظم الرياضيين الايطاليين في اواخر القرن التاسع عشر واوائل القرن العشرين، كانت الرياضيات موضوع اهتمامه الأساسي، حاول صياغة نظريات الهندسة الاقليدية بعد ان وضع لها نسقا ... كما حاول ايضا جعل علم الحساب نسقا استنباطيا بوضع ثلاث افكار لا معرفة وخمس مصادرات، نستطيع بفضلها تعريف الأعداد الطبيعية وصياغة قضايا الحساب التي تحويها وقام بنصيب ملحوظ في حركة الاتجاه اللوجستيقي _بمعنى رد التصورات الأولية لعلم الحساب الى تصورات منطقية خالصة " [4] ولقد دون دراساته ومحاولاته في مؤلفات عديدة أهمها :

1 زيات فيصل، مرجع سابق، ص 68 .

2 حميدة محلوس، مرجع سابق، ص41 .

3جورج طرابيشي، ص 219 .

4 محمود فهمي زيدان، مرجع سابق، ص115.

" 1_عرض منهج جديد لمبادئ الحساب (1889) : وضع فيه أسس علم الحساب

2_المصطلح الرمزي للمنطق الرياضي (1894) : وضع فيه الرياضيات في لغة رمزية خالصة

3_تدوين الصيغ الرياضية في خمس اجزاء (1895_1908) : وقد طور بيانو فيه موضوعات الكتابين السابقين مضيفا اليها مصطلحه الرمزي وهو [1]اختراعه الفذ " بحيث ان بيانو كانت جل اعماله عبارة عن محاولات لاقامة المنطق الرمزي وقد حاول صياغة كل الأفكار والقوانين في صورة رمزية خالصة وقد كانت الرياضيات موضوع موضو اهتمام بيانو الرئيسي وقد كانت الغاية من مشروعه دمج المنطق بالرياضيات

ويقوم منطق بيانوعلى ثلاث مفاهيم أساسية :

_الفصل (الفئة)

_الانتماء الى الفصل (اي الى الفئة)

_الاحتواء (التضمن) اي احتوتء فئة في فئة اخرى

ويمكن القول ان المنطق لديه مؤسس على مفهوم الفئة (الفصل)

وقد تطرق راسل في كتابه "اصول الرياضيات" الى المنطق الرمزي الذي وضعه بيانو ,وحدد المفاهيم الأولية المسلم بها اي المسلمات وهي

_الفئة

_علاقة فرد (عضو) بالفئة

_الاستلزام عندما تحوي قضيتان على نفس المتغيرات ,بمعنى الاستلزام الصوري

_اثبات قضيتين في الوقت نفسه

_مفهومي تعريف ونفي قضية

وانطلاقا من هذه المفاهيم وتقسيم القضية المعقدة الى اجزاء، هيأ لطرح شمولية المنطق الرمزي عن طريق بعض القضايا الاولية، وقد وضع العديد من المسلمات من بينها "كل فئة

[1] محمود فهمي زيدان، مرجع سابق، ص116 .

تتضمن نفسها" وهذه تكافئ القول بأن "كل قضية تستلزم نفسها" ...[1] وعليه يمكن القول ان المنطق لديه مؤسس على مفهوم الفئة [2].

وقد وضع بيانو ثلاثة حدود أولية وهي : الصفر والعدد، التالي ،ووضع خمس مصادرات هي:

1)-ان الصفر عدد

2)-التالي لعدد عدد اي لكل عنصر "ن" من ط يوجد في "ط" عنصر وحيد هو "ن" وهو العدد الذي يلي مباشرة "ن" اي : اذا كان ن=أ فإن ن=أ

3)-ليس لعددين ما نفس التالي أي إذا كان أ.ن بحيث أ=ن فإن أ=ن

4)-ليس الصفر تاليا لأي عدد أي لأجل ن من ط يكون ن لا تساوي 0

5)-كل خاصية للصفر بما انها تصدق بإعتباره عددا فهي تصدق على العدد الذي يليه ,كما تصدق على التالي الذي يلي تاليه وهكذا

ومن خلال هذه المسلمات والتعريفات تمكن بيانو من تطوير المنطق حيث انه وضع المنطق في شكل نظريات استنباطية وقد وضع العديد من الرموز المختلفة للتعبير عن الثوابت والمتغيرات مما منح نسقه الدقة والوضوح وفكرة الانتماء تعتبر أحد أهم الأفكار التي قدمها راسل ولأهمية مساهمته في تاريخ المنطق خصص لها راسل فصل بعنوان " المنطق الرمزي عند بيانو " في الباب الثاني من الجزء الاول من كتابه "اصول الرياضيات " كما يؤكد راسل بأن "من أهم مزايا بيانو أنه ميز بوضوح بين علاقة الفرد بالفصل وبين علاقة التداخل بين الفصول (اي بين الفئات) " [3]

وعليه يمكن القول ان مساهمة بيانو كان لها دور كبير في تطوير المنطق الرياضي تحت تأثير الرياضيات، كونه رياضيا اكثر منه منطقيا، واهتمامه بتطوير المنطق كانت من أجل

[1] ينظر: حميدة محلوس، إشكالية تطور المنطق المعاصر بين الدوافع الداخلية والتأثيرات الخارجية، ص 33 .
[2] محمود فهمي زيدان، مرجع سابق، ص115.
[3] برتراند راسل، اصول الرياضيات، الجزء1، تر:محمد مرسي احمد واحمد فؤاد الاهواني، دار المعارف، ط2، 1961، مصر، ص53.

المساهمة في معالجة أزمة الأسس في الرياضيات التي كانت مطروحة فقد كان المنطق الأداة والحل لمعالجة مشاكل الرياضيات على يد كل من فريجه وبيانو ويليهم راسل هذا الأخير الذي كان متأثرا الى حد كبير بأبحاث هؤلاء.

المطلب الثالث : المنطق الرياضي عند برتراند راسل

برتراند ارثر وليم رسل Bertrand Russell (1872_1970 م)، وهو" فيلسوف إنجليزي أسهم في ميدان فلسفة الرياضيات والمنطق الرياضي، وإن كانت شهرته الواسعة إنما ترجع إلى مواقفه و كتاباته السياسية والإجتماعية التي تتسم بالمفارقات و الإثارة و روح المخالفة أكثر مما تتسم بالعمق في التفكير او الأصالة في الرأي. وقيمته الحقيقية الباقية هي فيما أسهم به في المنطق و فلسفة الرياضيات، أما ما عدا ذلك من إنتاجه فعابر لن يبقى منه شيء." [1] وله مؤلفات عديدة في مجالات مختلفة من بينها الرياضية والمنطقية والعلمية سنذكر أهمها في مجال المنطق والرياضيات :

" الرياضة والمنطق الرياضي "مقال في أسس الهندسة" عام 1897، "أصول الرياضيات" عام 1903 "مبادئ الرياضة أو برنكيبيا ماتيماتيكا" عام 1910 "مقدمة للفلسفة الرياضية" علم 1919، "بحث في المعنى والصدق" عام 1940، "معرفتنا بالعالم الخارجي" عام 1914، "المنطق والمعرفة" عام 1951، "النظرة العلمية" عام 1931 " [2]

ان المنطق الرياضي لم يكن موضوعا جديد في الفترة التي عاش فيها راسل لانه سبق وان قدم من قبله محاولات عدة لتجديد المنطق ورده للرياضيات مع لايبنتز وجورج بول وفريجه وبيانو وغيرهم، اذ انه وجد لدى بيانو الرموز المنطقية الوضحة التي ساعدت عمل بوول في جبر المنطق واضاف اليه ثوابت منطقية وادخل متغيرات اذ نجد الرموز التي استخدمها راسل كانت من انشاء بيانو.

[1] عبد الرحمان بدوي، موسوعة الفلسفة، الجزء الأول، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، ط1، 1984، بيروت، لبنان، ص517 .

[2] سماح رافع محمد، المذاهب الفلسفية المعاصرة، مكتبة مدبولي، ط1، 1973، القاهرة، مصر، ص83 .

ولقد ساهم راسل بتأسيس المنطق الرياضي الذي يتخلى عن اللغة العادية ويحل محلها لغة رمزية اذ قام بوضع اصول المنطق الرياضي تحت تأثير الرياضيات حيث يعد كتاب "برنكيبيا ماتيماتيكا" مصدرا مهما واساسيا في المنطق الرياضي من خلال تمت فكرة منطقة الرياضيات. حيث نجد ان راسل قد حاول إقامة المنطق على شكل نسق استنباطي، اي رد الرياضيات الى المنطق بحيث ان " تحليل الرياضة وردها الى المنطق : كان الهدف الاساسي عند راسل من منهجه التحليلي وهو الرجوع الى العناصر الأولية البسيطة والوحدات الجزئية الأساسية، التي يقوم عليها الفكر والوجود، والتي يبدأ منها العلم والمعرفة، لأن هذا التحليل يوضح حقيقة تلك العناصر والجزئيات، كما يبين العلاقات التي تربطها بعضها ببعض." [1]

أي ان راسل قد حاول ابراز مدى اهمية العناصر والجزئيات وعلاقاتها ومايربطها ببعضها وقد طبق راسل هذا المنهج على الرياضيات " ليكشف الوحدات الاساسية التي ترتد اليها الرياضة، وليوضح انواع العلاقات التي تربطها فيما بينها (...) وعمله التحليلي هذا قد اكمل جهود الرياضيين السابقين عليه خاصة استاذه "بيانو" الذي قام برد العلوم الرياضية كلها الى علم الحساب. "[2] اي ان راسل من خلال هذا يظهر عليه تأثيره الكبير بأستاذه بيانو ويمكطن تلخيص نظرة راسل في هذه النقطة ب " وهكذا وجد راسل عند التحليل ان المبادئ الاولية للرياضة ترتد الى علم المنطق، وان المشكلات الرياضية هي في حقيقتها وعند البحث عن حلولها تتحول الى مشكلات منطقية، ويتم التوصل الى تلك الحلول عن طريق التحليل المنطقي لهذه المشكلات الرياضية.[3]" ومن خلال هذا يثبت لنا راسل مدى اهمية ارتباط المنطق بالرياضيات في حل المشكلات.

ويتكون المنطق عند راسل من ثلاث اقسام رئيسية وهي :

-حساب القضايا أول الحساب القضوي

-حساب الفئات

[1] سماح رافع محمد، مرجع سابق، ص87 .
[2] المرجع نفسه، ص87 .
[3] المرجع نفسه، ص88 .

-حساب العلاقات

1-نظرية حساب القضايا : حيث تقوم نظرية حساب القضايا على

نجد في نسق راسل العديد من الرموز المختلفة، منها مايدل على المتغيرات ومنها مايدل على الثوابت، ومنها رموز تدل على الدوال مثل الحروف التالية (..r. q, p) للدلالة على القضايا وبالعربية نستعمل (ق ،ك ،ل...)

واستعمل الحروف اليونانية التالية : (θ, ,ψ φ , χ *f* , g) للدلالة على الدوال

وللدلالة على المتغيرات استعمل الحروف الصغيرة مثل : (g, f ,s ,r ,q ,p) والحروف الكبيرة للدلالة على الثوابت : (F, E, D, C ,B)

وقد رمز الى الإستلزام والنفي والوصل والتكافؤ برموز خاصة بها ,كما قدم راسل بعض الدوال يمكن اعتبارها.

2-حساب الفئات :

يرى راسل ان قيام حساب الفئات على اساس استنباطي يتطلب توفر ثلاث امور وهي : الفصل وعلاقة الفرد بالفصل ودالة القضية وهذا يؤكده من خلال قوله " يمكن ان نبني الحساب التحليلي للفصول على اعتبار ان فكرة الفصل أساسية وكذلك علاقة فرد في كل فصل ذاته وقد اتبع في هذا أستاذه بيانو ..." [1]وعليه يمكن القول ان حساب الفئات لدى راسل مؤسس على ثلاث نقاط رئيسية أخذ اثنان منها من بيانو وهي الفصل وعلاقة الفرد وعضويته في الفصل وقد أضاف هو النقطة الثالثة وهي دالة القضية، حيث يرى راسل ان أغلب قضايا حساب الفئات يمكن استنتاجها من الحساب التحليلي للقضايا بقوله " أغلب الحساب التحليلي للفصول يمكن استنباطها بسهولة من قضايا الحساب التحليلي للقضايا، فحاصل الضرب المنطقي للفصلين أ، ب أ والجزء المشترك بينهما هو فصل السينات التي يكون لها حاصل الضرب المنطقي س هي أ و س هي ب صادقا "[2]

[1] برتراند راسل، اصول الرياضيات، مصدر سابق، ص174 .
[2] المصدر نفسه، ص56 .

حيث يوضح راسل بأن قضايا حساب الفئات يمكن استنباطها من حساب القضايا فمثلا بدل حاصل الضرب المنطقي لقضيتين، يمكن تعريف حاصل الضرب المنطقي لفئتين ..وهكذا.

3-حساب العلاقات :

تعتبر نظرية العلاقات من أهم قضايا المنطق عند راسل، ويعرف راسل العلاقة في قوله : " وفي تلك الأيام كانت العلاقات في اعتباري" مفهومات بصورة قاطعة، فقد كانت تدور في ذهني عبارات من قبيل، س تسبق ص " و" س أكبر من ص " و" "س" وقد بدا لي- كما زال يبدو لي في الحقيقة حاليل- أنه بالرغم من أن المرء يستطيع من وجهة نظر صوري أن يعتبر العلاقة طائفة من الأزواج المرتبة إلا أن المفهوم هو ما يضفي على الطائفة وحدتها. "[1]

أي أن العلاقة حسب راسل هي مجموعة الأزواج التي تم ترتيبها معينا، ولقد عرفنا من ناحية المفهوم و الماصدق معا، وأكد أن المفهوم هو الذي يعطي التماسك للطائفة.

ولقد وضع راسل جملة من الرموز لحساب العلاقة وهي على النحو التالي :

_ الفئة المكونة من حدود علاقات ويرمز لها بالرمز ع بحد معين ص.

_ الفئة المكونة من حدود يرتبط بها معين هو "س" عن طريق العلاقة ع.

_ أما نطاق العلاقة فهو عبارة عن فئة مكونة من كل تلك الحدود ذات العلاقة ع بشيء أو بآخر.

_ أما النطاق العكسي للعلاقة ع فيعرف أنه الفئة المكونة من تلك الحدود التي يرتبط بها شيء أو آخر عن طريق العلاقة ع .

_ أما إذا أخذنا مجال العلاقة ع فنجده يتكون من النطاق والنطاق العكسي معا."[2]

_ أما عكس العلاقة ع فيكون على الشكل الذي تكون فيه العلاقة التي تقوم بين "ص" و "س" كلما قامت بتن "س" و "ص" .

[1] برتراند راسل، فلسفتي كيف تطورت، تر:عبد الرشيد الصادق، مراجعة وتقديم:زكي نجيب محمود، دار الضياء للطباعة، ط1، 1960، ص105 .

[2] مصدر نفسه، ص106.

_ وينشأ حاصل الضرب للعلاقتين ع و ف من خلال العلاقة التي تقوم بين "س" و "ع" عندما يوجدطرف متوسط بينهما "ص" ، بشرط أن تكون ل "س" علاقة ب "ص" ول "ص" العلاقة ف ب ، "ع" [1]وغيرها من الرموز والقوانين، ويرى راسل أن هناك ثلاث أنواع للعلاقات.

العلاقة الوصفية :

ويعرفها راسل في قوله :" ويمكننا أن نبدأ بذلك النوع من العلاقات الذي ينتج إلا حدّ واحد على الأكثر بحد معين آخر فهي تنتج جملا تستعمل فيها المضاف المفرد والمضاف إليه."[2]

العلاقات الترابطية :

ويعرفها راسل بقوله :" هو نوع ثاني من العلاقات بالغ الأهمية وهو ذلك النوع من العلاقات الذي يربط التقابل بين الفئتين، وهذا نوع من العلاقات هو ما أسميه علاقة "واحد بواحد" وهو ذلك النوع الذي لا تكون فيه "س" واحدة على الأكثر.... فالعلاقة "ع" ب "ص" معينة ولكن توجد فيه أيضا "ص" واحدة على الأكثر يكون ل "س" معينة العلاقة ع بها "[3]

أي هذا نوع من العلاقات يربط بين فئتين أو علاقة واحدة بواحدة.

العلاقة التسلسلية :

ويعرفها راسل في قوله :" أما النمط الثالث إلهام من العلاقات، فهو ذلك النمط الذي ينتج التسلسلات، والسلسلة كلمة قديمة ومألوفة لكنني أعتقد أنني كنت أول من وضع لها مضبوطاً فالسلسلة (حسب تعريفي) هي طائفة من الحدود ينتظرها ترتيب مصدره علاقة ذات خصائص (أ) لابد أن تكون علاقة لا تماثلية ...لا بد أن تكون علاقة متعدية... لابد أن تكون علاقة ترابط . "[4]

أي هذا النوع من العلاقات ينتج جملة من السلاسل ذات خصائص متعددة فهي غير تماثلية ومتعدية ومترابطة.

---

[1] برتراند راسل، فلسفتي كيف تطورت، مصدر سابق، ص 106 .
[2] مصدر نفسه، ص107 .
[3] مصدر سابق، ص 108 .
[4] المصدر نفسه، ص 108-109 .

وعليه يمكن القول أن هذه المساهمات المذكورة، تعبذتبر نماذج من أهم الدراسات التي تعبّر عن انطلاق مرحلة جديدة من مراحل تطور المنطق، تمخّض عنها تأسيس المنطق الرياضي، الذي ظهر بعد فترة وجيزة في شكل أكثر اكتمالا و نضجا عند برتراند راسل، مما جعل أبحاثه منعطفا حقيقيا للمنطق.

خلاصة الفصل :

ان المساهمات المذكورة في هذا الفصل تعتبر من اهم الدراسات التي تعبر عن انطلاق مرحلة جديدة من مراحل تطور المنطق، نتج عنها تأسيس المنطق الرياضي بداية من لايبنتز مرورا ب جورج بول وفريجه وبيانو وصولا الى اهم اسهامات راسل، الذي ظهر بعد فترة وجيزة في شكل اكثر اكتمالا ونضجا عند راسل خاصة، مما يجعل أبحاثه منعطفا حقيقيا للمنطق الرياضي، مما جعله يصبح ذا طابع رمزي رياضي وتخليه عن جوانب كثيرة ارتبط بها المنطق التقليدي، كما يمكن القول أيضا بأن المنطق قد عرف مرحلة جديدة وحقق تطورات هائلة في الفترة المعاصرة بعد الركود الذي دام طويلا منذ منطق أرسطو، حيث أصبح اكثر العلوم تجديدا فقد أعيد الإعتبار لآراء لايبنتز ولما تحمله من آفاق نحو تجديد المنطق وطويت صفحة كانط القائلة بأن المنطق ليس بحاجة إلى أي تجديد، وأنه على عكس الرياضيات، لكن بدل هذه الأفكار نلحظ العديد من الأفكار السائدة حول مدى التقارب بين المنطق والرياضيات والتي بداياتها كانت مع جورج بول وظهور المنطق الجبري، ثم تلتها العديد من الأبحاث والدراسات التي ساهمت في إنشاء المنطق الرياضي.

ونشير الى انه لم يسعنا التطرق الى الحديث عن جميع المساهمات بل اكتفينا بذكر نماذج فقط منها أبحاث كل من لايبنتز وجورج بول وبيانو وفريجة وكذلك راسل التي ساهمت في بلوغ التطورات المنطقية ذروتها في نهاية القرن التاسع عشر.

الفصل الثالث:

الفصل الثالث : الحلول المقترحة لتجاوز أزمة الأسس

تمهيد

المبحث الأول : النزعة المنطقانية

المطلب الأول : تعريف النزعة المنطقية

المطلب الثاني : العلاقة بين المنطق والرياضيات

المبحث الثاني : النزعة الحدسية

المطلب الأول : مفهوم الحدس

المطلب الثاني : النزعة الحدسية

المبحث الثالث : النزعة الأكسيومية

نتائج الفصل

تمهيد :

عمل الفكر الفلسفي منذ وقوع الرياضيات في أزمة على إيجاد حلول لها، فبعد أن ساد الإعتقاد مدة طويلة من الزمن ان الحقيقة الرياضية مطلقة ويقينية، أثارت أزمة الأسس فضول الباحثين والمفكرين وتعبر هذه الأزمة عن الشك في صحة الأسس والمبادئ التي كانت الرياضيات قائمة عليها، ونتيجة لهذه الأزمة الكثير من المذاهب والإتجاهات من أجل إعادة اليقين الرياضي، حيث حاولوا العديد من الرياضيين والمناطقة تقديم الحلول والبدائل ومن بين هذه النزعات التي شاركت في إعادة تأسيس الرياضيات نجد : النزعة المنطقية والنزعة الأكسيومية والنزعة الحدسية، حيث في هذا الفصل سنحاول تسليط الضوء على هذه النزعات وابراز دورها الرئيسي في محاولتها لإعادة اليقين الرياضي، فالأزمة التي حدثت في الأسس الرياضية لم تفقدها قيمتها ويقينها، بل على العكس قد زادتها تقدما وتطورا.

المبحث الأول : النزعة المنطقية

1-تعريف النزعة المنطقية :

يمكن تعريف النزعة المنطقية بأنها " الأطروحة القائلة بأن الرياضيات يمكن ردها إلى المنطق" [1]وتعرف ايضا بالمذهب أول الإتجاه اللوجستيقي وهو " المذهب المسمى النظرية اللوجستيقية، وهو المذهب الذي يرد الرياضيات بحذافيرها إلى المنطق الصوري ,بحيث تصبح جزءا من المنطق وإمتدادا لقضاياه وثوابته وليس فيها شيء غير المنطق الصوري وحده "[2]

حيث نجد العديد من انصار هذه النظرية من بينه لايبنتز وفريجه وبيانو وكذلك راسل بحيث نجد ان موقف ليبنتز من خلال قوله : أن الرياضة عبارة عن استنباطات من الأصول المنطقية ,فقد كان ليبنتز ينادي دائما بأن البديهيات ينبغي ان تثبت، وان كل شيء ينبغي ان يعرف. "[3]

وعليه فإن لايبنتز يعتبر أول من ابرز التشابه بين المنطق والرياضيات فلقد تفطن الى ان الرياضيات في أساسها مجرد عمليات استنتاج تتم انطلاقا من مبادئ منطقية.

كما يعتبر جورج بول أول رياضي يكون هذا الفكرة

بينما فريجه " حينما فحص "أسس وقوانين الحساب" وجد أن الرياضيات بأسرها تعمل وفق النسق الإستنباطي، وأن الحساب إنما هو نسق متطور للمنطق، لأن كل قضية حسابية هي بالضرورة قانون منطقي، لهذا اتجه فريجه الى محاولة إقامة المنطق كنسق إستنباطي في المحل الأول وفق أفكار ومفاهيم أساسية ,تجعل من النسق المنطقي نسقا محكما "

2- العلاقة بين الرياضيات والمنطق

يقدم راسل تعريفا للرياضيات فيقول " ان الرياضيات البحتة هي مجموعة القضايا التي صورتها دائما من نوع ن تضمن هـ حيث ن، هـ قضيتان تشملان على متغير أو أكثر يبقى دائما بعينه في القضيتين وحيث لا تشتمل القضيتان على ثوابت غير الثوابت المنطقية " [4]حيث يتضح من خلال هذا التعريف للرياضيات انها هي التفرقة بين الثوابت والمتغيرات

[1] روزونتال 'يودين، الموسوعة الفلسفية، مرجع سابق، ص 525 .
[2] المرجع نفسه، ص104 .
[3] برتراند راسل، أصول الرياضيات، مصدرسابق، ص31 .
[4] محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، ص152 .

حيث ان " المتغير عنصر غير معين يوجد في كل قضايا الرياضة يمكن ان يستبدل به حد معين مثل العدد واحد وقيمة المتغير هي التي تجعل من القضية الرياضية الصورية قضية صادقة أو كاذبة، وكل قضايا الرياضة البحتة تشمل على متغيرات ولا تشذ عن ذلك قضايا الهندسة والحساب مثل 2=1+1التي معناها الصوري هو : اذا كانت س هي 1 وص هي 1 و س تختلف عن ص، فإن س و ص يكونان زوجا (=2) " [1]

وعليه من خلال تعريف راسل للرياضيات يتبين ان الرياضيات صورية، استنباطية، مما يؤكد ان موضوعات الرياضيات لا تكون بالضرورة تتعلق بالمكان والحركة والزمان هذا ما هيأ لربط وإتصال الرياضيات بالمنطق.

ويرى راسل انه استطاع تحليل العدد الى عناصر منطقية تمكن من رد الرياضيات الى المنطق وقد وجد راسل الظروف مهيأة لتحليل الرياضيات الى أسس منطقية،

ولما كانت قضية العلاقة بين المنطق والرياضيات قضية قد شغلت بعض الفلاسفة والمناطقة حيث ظهرت مذاهب عدة تبين مدى الإرتباط بين المنطق والرياضيات وهذه المذاهب هي:

1-مذهب التشابه الظاهري.

2-مذهب جبر المنطق .

3-المذهب اللوجستيقي .

حيث ان هذه الصلة قد تصورها الفلاسفة منذ القدم من بينه : ارسطو، اقليدس، وديكارت وليبنتز وجورج بول وفريجة وبيانو وراسل .. ونبدأ هذه المذاهب ب :

1-مذهب التشابه الظاهري :

حيث يرى أنصار هذا المذهب ان الصلة بين المنطق والرياضيات هي صلة تشابه ظاهري، حيث اذا نظرنا الى كل من المنطق والرياضيات نجد التشابه حيث ان " الصلة بين العلمين إنما هي في المظهر أو الثوب الخارجي وحسب كلاهما : (أ) رمزي، (ب)صوري، (ج) ميكانيكي أو آلي.

(أ) أما الرمز فمعناه أن المنطق المعاصر كالرياضة يتخذ بدلا من العبارات اللغوية غير المحددة لتلبسها بالمعاني المتداخلة المتشابكة، رموزا واضحة وغير مقيدة بالمعاني اللغوية

[1] محمد ثابت لفندي، اصول المنطق الرياضي، مرجع سابق، ص153 .

كالشأن في الرياضة، وفائدة الرموز في كل من المنطق والرياضة فائدة مزدوجة، سيكولوجية وعلمية فمن الناحية السيكولوجية فهي تصرف الذهن الى تأمل العلاقات الصورية أول الرياضية وحدها ومن الناحية العلمية فهي تكسب رموز العلم دقة وتجريدا "[1] حيث ان الرمز ضروري في الرياضيات وهي مستحيلة من دونه بينما المنطق قد يستغني عنها كما هو الحال في المنطق التقليدي.

(ب) أما الصورية فهي ليست مستحدثة في المنطق فقد عرف المنطق منذ القدم كيف يرد القضايا مهما تنوعت الى وحدة صورية هي وحدة "الموضوع والمحمول" التي تسمح بالاستنباط القياسي، واذا كان المنطق الصوري قد تطور بعد ذلك من حيث الموضوع والمنهج والغرض الا انه ظل محتفظا رغم ذلك بالصورية، كذلك ان الرياضة كالمنطق فهي صورية " [2]

(ج) الآلية ان صفة الآلية في كل من الرياضة والمنطق، أما في الرياضة فالأمر فيها واضح ومعنى الالية فيها هو ان العمليات في الجبر يمكن اجراؤها على نحو ميكاني بل ويدوي، كذلك الامر في اللوجستيقا لانه بمجرد التعبير برموز مناسبة، ثابتة ومتغيرة لمبادئ المنطق تتوافر لدينا صيغ صورية بحته " [3]

وعليه فقد ذهب أنصار هذا المذهب الى انه توجد صلة بين المنطق والرياضيات من حيث ان كلاهما رمزيان وصوريان وميكانيكيان.

2-مذهب جبر المنطق :

لقد " ظهر جبر المنطق في عصرين متباعدين، بينمها قرن ونصف ، فقد ظهر عند ليبتز ولكن ظلت كتاباته فيه مجهولة حتى اكتشف هذا الجبر من جديد عند مؤلف القرن الماضي هو جورج بول " [4], وألقى مزيدا من الضوء عليه، بدأ الباحثون يعودون إلى آراء ليبنتز عن جبر المنطق , فاكتسب أعمال ليبنتز الجبرية المنطقية أهمية خارقة.

يرى أنصار هذا المذهب أن المنطق برمته يمكن التعبير عنه برموز جبرية، وأنه متى أمكن القيام بمثل هذه الخطوة، يصبح المنطق مجرد فرع من فروع الرياضيات أو مجرد

[1] محمد ثابت الفندي، اصول المنطق الرياضي، ص 92 .
[2] المرجع نفسه، ص93 .
[3] المرجع نفسه، ص94 .
[4] المرجع نفسه، ص98 .

نظرية رياضية بين النظريات الكثيرة التي ظهرت على هيئة جبرية مثل جبر الأعداد الرياضية وجبر الأعداد التخيلية ونظرية المجاميع عند جورج كانتور وغيرها، وبذلك تكون الصلة بين المنطق والرياضيات في ضوء هذا المذهب صلة جزء بكل، إذ المنطق عند جبريي المنطق جزء من أجزاء الرياضيات ونظرية من نظرياتها، [1] وهذا هو أساس مذهب جبر المنطق.

3-المذهب اللوجستيقي :

ان أساس هذا المذهب هو رد الرياضيات الى المنطق اي ان الرياضيات فرع من فروع المنطق.

" وهو مذهب يحتاج في تصوره تصورا مبدئيا الى تعريف للرياضة نفسها ,والتعريف التقليدي للرياضة بأنها علم الكم والمقدار، أول علم الكم المتصل (الهندسة) والكم المنفصل (الحساب) اصبح لا يفي بالغرض ,ويعتبر من وجهة نظر الرياضيين انفسهم غير صالح للتعبير عن الرياضة ككل واحد يتشعب الى فروع مختلفة "[2] حين ان التطور الهائل للرياضيات نتج عنه تشعب فروعها ولم تعد تحت مقولة ايا من الكم سواء المتصل أو المنفصل بحيث ان " المذهب اللوجستيقي لم ينجح إلا بعد التطور الهائل في ميدان الرياضيات من جهة وفي الميدان المنطقي من جهة أخرى : فيما يتعلق بالرياضيات أدرك الرياضيون انفسهم بعد ظهور الهندسات اللاإقليدية كهندسة ريمان ولوباتشفسكي أنه يجب النظر من جديد في المسائل الهندسية خاصة وفي المسائل الرياضية بوجه عام، " [3]

حيث عمل الرياضيون على تنقية مبادئ علمهم وأسس افكاره من الاشكال الهندسية والحدس المكاني حيث نشأت انواع من الجبر بعيدة عن الحدس والمكان كجبر المنطق.

حيث " رأى الرياضيون انهم لكي يكسبو الرياضيات دقة أوثق عليهم أن يقيموا نظرية الحساب نفسها ومن ورائها الرياضيات على أساس من المنطق أو بمعنى آخر كان عليهم أن يشتقوا الرياضيات من المنطق بحيث يصبح المنطق أساسا اوليا تشتق منه الرياضيات

[1] زيات فيصل، مرجع سابق، ص158 .
[2] محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، مرجع سابق، ص 100 .
[3] المرجع نفسه، ص159.

وبحيث تخضع الرياضيات لكي تتخلص من نقائصها ولكي تكتسب يقينا أوثق ودقة أكبر للمنطق ولقوانينه وقضاياه. "[1]

وعليه ف " حينما تمكن المنطقيين من أن يكونوا المنطق على هيئة نظرية استنباطية وأن يتخذوا له المنهج الرمزي، وأن يوسعوا من علاقاته الاستنباطية، استطاعوا أن يجعلوه صالحا لأن يشتمل على الرياضيات، وهو بمثابة الكل الذي تشتق منه الرياضيات بحذافيرها. " [2]

ولفهم هذا المذهب اكثر لابد من المرور على النظرية اللوجستيقية لإبراز علاقة المنطق بالرياضيات من خلالها.

النظرية اللوجستيقية عند راسل :

جاء في الموسوعة الفلسفية أن رد الرياضيات إلى المنطق أولا تحليل حدود الرياضيات الأساسية وردها إلى مفاهيم منطقية خاصة، وثانيا إحكام نسق منطقي يكفل لنا المقدمات التي يمكن أن تستنبط منها قضايا الرياضيات , فالجزء الأول من المشروع فقد أنجز في كتاب راسل " أصول الرياضيات " وأما الجزء الثاني ففي كتاب راسل ووايتد برنكيبيا (أسس الرياضيات) " [3]

حيث يقول راسل " .... لما كان المنطق يعد فرعا من الفلسفة، ولما كان أرسطو قد تناوله بالدراسة، فقد أعتبر في الجامعات موضوعا لا يدرسه الرياضيات إلا من كان على علم بالمنطق، وقد بان هذا الفصل بين المنطق والرياضيات منذ عهد أرسطو، حتى اليوم مفجعا " [4]

اي أن راسل يرى بأن الرياضيات تعتمد على الثوابت المنطقية وهنا يبرز الصلة الوثيقة بين كل من المنطق والرياضيات .يقول كذلك راسل في هذا الصدد انه " ينبغي ان لا يدخل في الرياضيات البحتة شيء لا يمكن تعريفه ,فيما خلا الثوابت المنطقية وعلى ذلك يجب ان لا يدخل في الرياضيات من المقدمات أو القضايا التي لايمكن إثباتها غير تلك التي تعالج فقط بالثوابت المنطقية والمتغيرات ....الصلة بين الرياضيات والمنطق وثيقة جدا ,فإن

[1] زيات فيصل، مرجع سابق، ص159 .

[2] عبد الرحمان علي الرزقاني، العلاقة بين المنطق والرياضيات، مجلة جامعة صبراتة، العدد الرابع، دار الكتب الوطنية، ديسمبر 2018، صبراتة، ليبيا، ص87 .

[3] المرجع نفسه، ص88.

[4] برتراندراسل، فلسفتي كيف تطورت، مرجع سابق، ص106 .

كون جميع الثوابت الرياضية المنطقية وعلى ذلك يجب ان لا يدخل في الرياضيات من المقدمات أو القضايا التي لايمكن إثباتها غير تلك التي تعالج فقط بالثوابت المنطقية والمتغيرات ....الصلة بين الرياضيات والمنطق وثيقة جدا، فإن كون جميع الثوابت الرياضية ثوابت منطقية بها تتعلق جميع المقدمات الرياضية " [1]

وتظهر العلاقة والصلة بين المنطق والرياضيات عند راسل فيقول : " والتمييز بين الرياضيات والمنطق أمر إختياري وإذا شئنا التمييز بينهما فذلك على النحو التالي : يتألف المنطق من المقدمات الرياضية بالإضافة الى جميع القضايا الأخرى التي تعنى فقط بالثوابت المنطقية، وبالمتغيرات التي تحقق التعريف التعريف الذي وضعناه للرياضيات، والرياضيات تتكون من جميع نتائج المقدمات السابقة التي تقرر لزوما صوريا يشتمل على متغيرات، ولتوضيح هذا نقدم المثال التالي : اذا كانت ق ،تلزم عنها ك، تلزم عنها ر ، فإن ق تلزم عنها ر ، هي من الرياضيات، بينما البعض الآخر مثل"علاقة اللزوم" هي من المنطق وليست من الرياضيات." [2]

ويضيف قائلا: ولولا ماجرى عليه العرف لقلنا : ان الرياضيات والمنطق متطابقان، ولعرفنا كلا منهما بأنهما فصل القضايا التي تشمل فقط على متغيرات وثوابت منطقية، ولكن إحترامي للعرف يجعلني أفضل الإبقاء على التمييز السابق مع إعتقادي بأن بعض القضايا مشتركة بين العلمين " [3]

ومن خلال هذا نصل الى القول بأن : المنطق والرياضيات موضوع واحد بدليل أنه يمكن ان نبدأ بمقدمات تعود الى المنطق ,ونستخلص منها نتائج تعود الى الرياضيات. يقول راسل: إذا كان ثمة من ينكر أن للمنطق والرياضيات هوية واحدة، فإننا نتحداه بأن نبين لنا عند أية نقطة من التعاريف والإستنتاجات المتتالية في مبادئ الرياضيات، وعندئذ يتجلى أن أي رد لا بد أن يكون إعتباطيا.[4]

حيث انه من خلال هذه النزعة تتضح مدى ارتباط المنطق بالرياضيات وإكتشاف بأن للرياضيات أسس منطقية مبنية عليها .

---

[1] محمد عابد الجابري، مدخل الى فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص 106 .

[2] المرجع نفسه، ص106-107 .

[3] المرجع نفسه، ص107

[4] زيات فيصل، مرجع سابق، ص162-163 .

المبحث الثاني : النزعة الأكسومية

1-تعريف الأكسيوماتيك:

إن الأكسيوماتيك لغة مشتق من كلمة " Axiome "والتي تعني البديهية ويعرفه "لالاند" بأنه

" دراسة نقدية للبديهيات وتختلف معانيها وتؤخذ مبادئ لاستبدال علم الهندسة , تتسم بداهة وما يصدر عن بداها، بأنها مبدأ معلوم بذاته صحيح ويصدر عنه برهانا، فالمعنى الأكثر تداولا فهو مقدمة قياسية تعد بأنها بينة وتقبل على أنها صحيحة بلا دليل من قبل الذين يفهمون معناها، وبشكل خاص ماهي إلا قضايا بينة بذاتها لمجرد أن نسمع كلماتها. ويسمى المنهج الذي ينطق من البديهيات باسم المنهج البديهي أو الأكسيوماتيكي. [1]

أما بالنسبة لجميل صليبا فغننا نجده في معجمه الفلسفي يعرف الأكسيوماتيك كما يلي : البديهية قضية صادقة بذاتها يجزم بها العقل من دون دليل، إذ أنها سميت بالبديهيات مبادئ تحليلية أولية صادقة أما المسلمات مبادئ تركيبية غير صادقة بذاتها، فالأكسيوماتيك هي الدراسة النقدية المبادئ للبرهنة الرياضية وتسمى عناصر الأكسيوماتيك بالمبادئ وهي الأسس التي يقوم عليها النظام الرياضي ومن جهة ما هو استنتاج شرطي. [2]

كما تعتبر الأكسيوماتيك في معجم مراد وهبة انها " دراسة نقدية لمبادئالبرهنة الهندسية أول من قام بها باش في عام 1882 وتدور حول وضع أسس الهندسة من حيث هي علم إستنباطي ,وهي ثلاثة :

أ-جملة قضايا ليست مبرهنة وتسمى مصادرات

ب-جملة تصورات لا معرفة

ج-قواعد الاستنباط للانتقال الضروري من قضايا الى أخرى دون النظر الى معاني التصورات [3]

2-النظرية الأكسيومية :

[1] اندريه لالاند، مرجع سابق، ص120 .

[2] جميل صليبا، مرجع سابق،

[3] مراد وهبة، المعجم الفلسفي، دار قباء الحديثة، 2007، القاهرة، مصر، ص82 .

وهي بمثابة رد فعل على المذهب اللوجسيتقي بزعامة دفيد هلبرت (1862-1943) الفيلسوف وعالم الرياضيات الألماني يذكر ان : " كان هناك قمة من قمم الرياضة الحديثة هو ديفيد هلبرت لا يوافق راسل على أن تكون الرياضة منطقا صوريا صرفا، وأخذ يطور فكره في أصل الرياضة والمنطق معا سماها "النظرية الأكسيوماتيكية" [1] الذي لا يرى أن الرياضة فرع من فروع المنطق او مشتقة منه، كما توصل إلى ذلك اللوجسيتقيون وإنما كلاهما – المنطق والرياضة – ينبعان متوازيين من الطريقة الأكسيوماتيكية، أو كما تسمى بالطريقة الخالصة.

ويعتبر دافيد هلبرت هو الذي وضع أساس النظرية الأكسيوماتيكية وكان يريد أن يعارض بها الإتجاه المنطقاني من حيث الكيفية، يعني أن الإتجاهان المنطقي والأكسيوماتيكي يعملان على تأسيس الرياضيات بالرجوع الى المنطق لكنها كما سبق الذكر يختلفان في الكيفية، وهذا ما عبر عليه روبير بلانشي في قوله : الهدف الذي نقترحه عندما نضع نظرية إستنباطية ضمن شكل أكسيوماتيكي، هو إستبعاد المعاني العينية والحدسية التي اصطدم بها مشروع المنطق المجرد " [2]

بحيث "يقوم المذهب الأكسيوماتيكي على النسق الاستنباطي الذي يبدأ بحدود أولية، هي حدود غير معروفة وبديهيات التي نقبلها دون طلب البرهنة عليها، ونبدأ عملية الاستنباط حيث نستنبط من هذه الحدود الأولية القضايا المشتقة التي نستخلصها في نظام تسلسلي محكم بحيث تعتمد كل قضية لاحقة على ما سبقها، وبحيث لا يستند في البرهنة على أي قضية، أو تترك موضعها لكي لكي تحتله قضية أخرى، وبحيث لا يستند في البرهنة على أي قضية إلى أصول أو مسلمات خارجة عن تلك الموجودة في إطار النسق الاستنباطي [3] حيث يرى هلبرت :" أن أي نظرية رياضية يمكن صياغتها بطريقة صورية تماما من أي افتراضات قبلية وحتى يمكن أن نؤسس الرياضيات، فإننا لسنا بحاجة إلى معونة إلهية على ما يرى كرونكر، أو أي إفتراض لذكاء إنساني خاص كما يدعي بوانكاريه أو حدس أولي كما يدعي بروير، أول حتى بديهيات قابلة للرد كما يرى رسل، إن هلبرت يعتقد في إمكانية

[1] محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، مرجع سابق، ص 105 .
[2] زيات فيصل، مرجع سابق، ص196 .
[3] عبد الرحمن علي الزرقاني، مرجع سابق، ص 88 .

إنجاز أسس رياضية بدون كل هذه الفروض إذا نظرنا للرياضة البحتة، من وجهة نظر صورية خالصة والطريقة الوحيدة التي يمكن بواسطتها إنجاز هذا العمل هي الطريقة الأكسيوماتية التي في أعمال هلبرت منذ حوالي 1900 [1]

ولإقامة الأكسيوماتيك إشترط هلبرت ثلاث شروط أساسية وهي :

1-شرط الإستقلال : وهي أن تكون مسلمات النسق مستقلة عن بعضها البعض، وهذا الشرط مهم لانه لو تداخلت المسلمات لأدى ذلك الى غموض القضايا التي نستنبطها، إن الإستقلالية المحددة والدقيقة هي وسيلة للتوصل في الرياضيات إلى معطيات تحتوي على أقل قدر من الأجزاء المشتركة، ففي الهندسة الإقليدية مثلا :تعتبر القضية القائلة بأن زوايا الملث تساوي 180 درجة عبارة عن نظرية لأنه لايبرهن عليها بواسطة مسلمة التوازي، وهي مستقلة عن باقي الأولويات الغقليدية الأخرى ,وكما لاحظنا ذلك في هندسة لوباتشفسكي وريمان

2-شرط الإشباع : ويقصد به هلبرت أن الحدود أو الأصول الأولى أو المسلمات أن تكون كافية بحيث تسمح لنا بإجراء كل عمليات الاستنباط في النسق الموضوعة له، ومعنى هذا ان المسلمات او الاصول الموضوعة الأولى يجب ان تكون كافية للاستنباط بحيث لا تزيد ولا تنقص

3-شرط عدم التناقض : ويعني هلبرت بهذا الشرط ان تكون المسلمات النسق او اصوله غير متناقضة فيما بينها، وهذا شرط مهم، لأنه لو كانت الأصول الأولى متناقضة فيما بينها لكانت القضايا من هذه الأصول متناقضة أيضا " [2]

" غير أن صعوبة هذه المسألة تتمثل في أنه لكي نعرف تناقض او عدم تناقض الاصول الأولى لأي نسق ينبغي إخضاع ذلك الأكسيوماتيك للتجربة فهي التي تمكننا من التعرف على تناقض اول عدم تناقض أصوله [3]

ولكن رغم وجود هذه الشروط في النسق الاكسيوماتيكي إلا أنهم يشترطون عدم خروجها عن أساس هاتين الفكرتين :

---

[1] ماهر عبد القادر محمد علي، التطور المعاصر لنظرية المنطق، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، 1988، الإسكندرية، مصر، ص، 50-51 .

[2] عبد الرحمان علي الرزقاني، مرجع سابق، ص 89 .

[3] مرجع نفسه، صفحة نفسها.

1-لا يمكن إعتماد مبدأ عدم التناقض كمعيار لإثبات وجود الموضوع الرياضي، وليست اللغة الرياضية تعبيرا عن فكر رياضي، لأن موضوع الرياضيات لا يعبر عن حقائق في ذاتها

2-لا يمكن الأخذ بالرموز الرياضية لأنها تعبر عن موضوع الرياضيات لأنها تعبر عن موضوع الرياضيات، بل يمكن الأخذ بالكتابة الرياضية وهي تقف أمام النزعة المنطقية وذلك في تقديم المنطق عن الرياضيات، غير ان "هلبرت" في شرطه الاخير(شرط عدم التناقض) قد عاد للمنطق مرة أخرى مع أنه قرر إقامة مذهبه الأكسيوماتيكي إبتداء من أصول لا هي منطقية ولا هي رياضية " وهذا يعني ان هلبرت بعذا الشرط الاخير قد تناقض في أقواله من حيث أن ضمن أصوله شرطا منطقيا. "[1]

وعليه نستنتج بأن " هذا المذهب أكثر صورية عن سابقه لأنه يبدأ من مسلمات إسمية بحتة، وهو وإن اختلف عن سابقه في عدم إشتقاق الرياضة من المنطق إلا أنه فيما يختص بأسس المنطق لا يختلف عن اللوجستيقا كل الإختلاف بل يكمله ويزيد من دقته، ثم أن هذا الأكسيوماتيك يفترض بكل تأكيد قدرا من المنطق حيث أن أحد شروط تأسيسه الثلاثة هو شرط عدم التناقض وهوشرط أساسي، كما أنه متضمن في الشرطين الأخرين فالمنطق مفروض مقدما في كل أكسيوماتيك، ولذلك تعتبر النظرية الأكسيومية تعميقا للوجستيقا بشرط إستبعاد فكرة إشتقاق الرياضة منه "[2]

من خلال ماسبق ذكره نرى ان هناك تناقض في هذه النزعة لكن رغم ذلك يعتبر هذا المذهب اكثر صورية في الواقع من المذهب اللوجستيقي وتبقى هذه من افضل النزعات لأن ظهور الأكسيوماتيك نتج عنه ابداعات عديدة في ميدان الرياضيات كان له الفضل في تقديم الحلول لعدة مشاكل، ولاتزال الأبحاث مستمرة في هذا الميدان من اجل التطور أكثر.

[1] عبد الرحمان علي الرزقاني، مرجع سابق، ص 90 .
[2] محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، مرجع سابق، ص 106-107 .

المبحث الثالث : النزعة الحدسية :

المطلب الأول : مفهوم الحدس :

1-لغة :

الحدس " الظن والتخمين، والتوهم في معاني الكلام والرمي، والسرعة في السير، والمضي على غير إستقامة، أو على غير طريقة مستقيمة " [1]

2-اصطلاحا :

تعددت تعريفا الحدس بين المفكرين والفلاسفة بحيث :

يعرفه ديكارت : بأنه " الإطلاع العقلي المباشر على الحقائق البديهية حيث يقول : أنا لا أقصد بالحدس شهادة الحواس المتغيرة ,ولا الحكم الخداع لخيال فاسد المباني وإنما أقصد به التصور الذي يقوم في ذهن خالص منتبه ,بدرجة من السهولة والتميز لا يبقى معها مجال للريب ,أي التصور الذهني الذي يصدر عن نور العقل ." [2]

بمعنى ان الحدس عند ديكارت عمل عقلي يدركه الذهن للوصول الى الحقيقة اليقينية التي لاريب فيها

والحدس عند "لايبنتز" مبني على الأصل الديكارتي ,ويقول في هذا : الحقائق التي نعرفها بالحدس نوعان : حقائق العقل وحقائق الواقع ."

ويعرف بوانكاريه الحدس بأنه : الحكم السريع المؤكد أو التنبؤ الغريزي بالواقع والعلاقات المجردة، هذا الشعور بالنظام الرياضي يكشف لنا العلاقات الخفية . " [3]

من خلال هذه التعريفات يمكن القول ان الحدس هو معرفة مباشرة تتم بواسطة الذهن لاكتشاف المعارف والحقائق.

[1] جميل صليبا، المعجم الفلسفي، مرجع سابق 451-452 .
[2] المرجع نفسه، ص452 .
[3] المرجع نفسه، 453 .

المطلب الثاني : المذهب الحدسي :

إن المذهب الحدسي يقف موقفا مخالفا للمذاهب السابقة، إذ أنه يرى أن الأصول حدسية والعرض منطقي ,أي أننا نحدس أصول الرياضة ومنابعها مباشرة بواسطة الحدس ثم يأتي بعد ذلك دور المنطق في بسط وعرض ما حدسناه ,فلكل من المنطق والحدس دوره الضروري، وهما معا لا يمكن الإستغناء عنهما ,فالمنطق الذي يمدنا باليقين هو أداة البرهان أما الحدس فهو أداة الاختراع [1].

وهذا المذهب الحدسي " هو مذهب يعتنقه رياضيون معاصرون من أمثال بوريل وبوانكاريه ولوبيج وبير في فرنسا (هم الذين نعنيهم بالحدسيين) ومن أمثال بروور وفايل وهيتنغ في ألمانيا (الحدسيون الجدد) وغير هؤلاء ممن ائتلفوا على معاضة المذهبين السابقين (اللوجستيقي والأكسيوماتيكي) " [2]

حيث قد " شهدت بداية القرن نزاعا حادا بين أنصار النزعة الحدسية من جهة والنزعة المنطقية والأكسيومية من جهة ثانية ,فنشأ عن ذلك نقاش واسع حوس أهمية الحدس في الرياضيات فإذا كانت الرياضيات تتصف بالصرامة المنطقية ,وتعتمد المنطق في عرضها لمبادئها مما يعطيها وحدتها وتناسقها ,فإن المنطق في نظر الحدسيين عموما لا يكفي وحده ,ان عنصر الخصوبة في الرياضيات راجع الى الحدس[3]

ويمكن تلخيص فكرة هؤلاء الحدسيون من بينهم بوانكاريه ولوبينغ وبير وبوريل " أن الرياضيات لا تشتق من المنطق كما ذهب الى ذلك راسل بل تحتاج الى "مادة" (في مقابل الصورة) ,تحتاج الى تجربة من نوع خاص هي الحدس التجريبي "[4] بمعنى ان الرياضيات بحاجة الى حدس وتجربة لا الى المنطق .

والحدسيون هم رياضيون يقولون إن الرياضة لها "مادة" معينة ,اذن فهي صورية بحيث تشتق من المنطق الصوري، وإن تلك المادة إنما تحتاج إلى تجربة من نوع خاص هي

[1] عبد الرحمان علي الرزقاني، مرجع سابق، ص 90 .
[2] محمد عابد الجابري، مدخل الى فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص 108 .
[3] المرجع نفسه، ص 112 .
[4] المرجع نفسه، صفحة نفسها .

الحدس الرياضي، ذلك الحدس التجريبي القبلي هو السبيل الوحيد الى الكشف الرياضي، وإلى تأسيس الرياضة كعلم أصيل مستقل عن المنطق " وما المنطق والأكسيوماتيك في نظر هؤلاء إلا الوسيلة العلمية "لإستعراض" أو "شرح" أو "بسط" تلك الكشوف والتجارب الرياضية الأصيلة لا في صورة واضحة يفهمها الآخرون ,الذين لم يكتشفوها فهناك اذن فرق واضح بين بين مناهج الرياضة وبين عرض الرياضة وتقديمها ,فالمنابع تجريبية أي حدسية أما العرض اللاحق للتجربة أي للحدس فهو منطقي أكسيوماتي ولكن من خلال ماسبق نلحظ التناقض الذي وقع فيه هؤلاء فمن جهة يستبعدون دور المنطق في الرياضيات ومن جهة اخرى يؤدون على دوره في عرضه وتقديمه للاخرين

" هذا هو المذهب الحدسي كما يستخلص من فلسفة قدماء الحدسيين من أمثال كانط وبوانكاريه وغيرهما مما يطلق على مذهبهم "المذهب الحدسي" وحسب " [1]

2- المذهب الحدسي الجديد :

" المذهب الحدسي الجديد هو مذهب المعاصرين، بروو وفايل وهيتنغ، الذين تعمقو فكرة الحدس الرياضي بحيث أخرجو من الرياضة كل ما لا يبنى عنه ذلك الحدس، كما تجنبوا في علمهم كل النقائض والأخطاء التي وقعت فيها الرياضة الحديثة بسبب الحدس نفسه. فأعطوا كلمة الحدس معنى خاصا وضيقا يميز مذهبهم "الحدسي الجديد" عن المذهب الحدسي عامة، ومذهبهم فيه قلق مبهم ويختلف من مؤلف الآخر فلا توجد له وحدة بينهم إلا في القول الغامض "أن الرياضة متحدة الجزء المضبوط للفكر" وهم يقصدون بهذا أن الفكر إذا كان أحيانا "مضبوطا" بالغ الدقة فهذا هو موضوع الرياضة وموضوع الحدس الرياضي ".[2]

حيث أنهم أعطوا للحدس معنى خاص يميز مذهبهم.

[1] محمد عابد الجابري، مرجع سابق، ص 112.
[2] المرجع نفسه، ص161 .

يمكن تلخيص رأي النزعة النزعة الحدسية الجديدة في تقطتين أساسيتين الأولى تتعلق ب طبيعة المووعات الرياضية والثانية تتعلق بمبدأ أساسي في المنطق وهو مبدأ الثالث المرفوع:

" أ-بخصوص النقطة الأولى يرى الحدسيون الجدد بروو وأتباعه أن أساس مشكلة النقائض في الرياضيات الحديثة هو القول بوجود مجموعات لا متناهية ولذلك كانت تلك النقائض 'في الحقيقة والواقع ,نقائض اللانهاية ومن ثمة فإن تجنب هذه النقائض يستلزم مراجعة فكرة اللانهاية .[1]

حيث يرى هيتنغ ان مما ليس له معنى : القول بوجود موضوعات رياضية مستقلة عن الفكر البشري الذي ينشئها "[2] أي أن المووعات الرياضية رغم أنها مستقلة عن الفكر البشري الا أنها حسب طبيعتها متوقفة عليه

من هنا يتضح أن المخرج الذي يلتمسه الحدسيون الجدد للخروج من الشكل الذي تطرحه النقائض هو التمسك بفكرة "البناء المشيد فعلا" يقول هايتنغ : إن الرياضيات الحدسية بناءات ذهنية والنظرية الرياضية تعبر عن حادثة أو ظاهرة محض تجريبية ،أي عن النجاح في تشييد بناء معين،فالقضية القائلة إن :"2+2=3+1" يجب أن ينظر إليها بوصفها إختزالا للقضية التالية : لقد شيدت البناء الذهني الذي يشير إليه "2+2" ثم البناء الذهني الذي يشير إليه "3+1" قضية قائمة أبدا أو أنها حقيقة أبدية يجيب قائلا :إن جميع الرياضيين حتلا الحدسيون منهم مقتنعون بأن الرياضيات تتناول بمعنى ما من المعاني الحقائق الأبدية ولكن عندما نحاول تحديد هذا المعنى بدقة فإننا نسقط في متاهات الصعوبات الميتافيزيقية [3] "

ولذا فالطريقة الوحيدة لتجنب هذه الصعوبات والمتاهات هي طردها من الرياضيات

[1] محمد عابد الجابري، مرجع سابق، ص113 .
[2] مرجع نفسه، ص114.
[3] المرجع نفسه، صفحة نفسها .

ب: أما بخصوص النقطة الثانية ،موقف النزعة الحدسية الجديدة هذه من المنطق عامة ومن مبدأ الثالث المرفوع خاصة يمكن تلخيصها فيما يلي :

" تعتبر النزعة الحدسية الجديدة المنطق في الدرجة الثانية بالنسبة إلى الرياضيات على العكس من المنطقانية، وهذا مايؤكده هايتنغ في قوله : ليس المنطق هوالأساس الذي إستندت إليه الرياضيات، وكيف يجوز ذلك ،وهو يحتاج إلى أساس، فمبادئه أكثر تعقيدا وأقل مباشرة ووضوح من مبادئ الرياضيات نفسها ...إن المنطق هو جزء من الرياضيات ولا يمكن النظر إليه على أنه أساس لها.

أي ان مبادئ المنطق أكثر تعقيد وغموض وأقل مباشرة من مبادئ الرياضيات

لذلك حاول هايتنغ تأسيس نوع جديد من المنطق مستوحى من الرياضيات ،منطق يرفض صلاحية مبدأ الثالث المرفوع صلاحية مطلقة ،ويعبر عن مبدأ عدم التناقض .[1]

حيث إتفق الحدسيون الجدد في مسألة أساسية ،هي رفضهم لصلاحية الثالث المرفوع، وكما نعلم أن نقائض نظرية المجموعات ترجع كلها إلى مبدأ الثالث المرفوع، والذي يقرر إما صادقة وإما كاذبة وليس هناك احتمال لقيمة او رأي ثالث .

يقول بروو في هذا الصدد : " إن تطبيق مبدأ الثالث المرفوع لا يمكن أن يتم دون ولا شرط إلا في مجال رياضي نهائي ومحدد بوضوح أو بشكل جيد " وهذا يعني أن المنطق الكلاسيكي لا يعبر بصدق وفعالية الا عن الأمور التي تخص المجموعات المتناهية، وعلى ذلك فلا يمكن في رأي بروو الإعتراف بصحة مبدأ الثالث المرفوع بصفة مطلقة، وإذن فهذا الموقف مرتبط برفض المنطق التقليدي ،ويقتضي منطقا جديدا "[2]

وعليه يمكن القول " بإختصار ان النزعة الحدسية الجديدة نجحت فعلا في تكسير قوالب المنطق القديم، منطق أرسطو ثنائي القيمة، وفتحت المجال أمام أنواع أخرى من المنطق، أما بالنسبة إلى ميدان الرياضيات فالحدسانية كانت على هامش الرياضيات الكلاسيكية "[3]

[1] زيات فيصل، مرجع سابق، ص193-194 .
[2] محمد عابد الجابري، مرجع سابق، ص 116 .
[3] مرجع نفسه ، ص116.

وفي الاخير يمكن القول أن هذه النزعة لم يتقدم ولم يقدم شيء فهو قد أنكر كل المجهودات المبذولة في هذا الميدان وبقى حبيس الرياضيات الكلاسيكية.

خلاصة الفصل :

لقد حاول العديد من الفلاسفة والرياضيين والمناطقة التوصل الى حلول عدة لتجاوز أزمة الأسس في الرياضيات وقد كان هناك اختلاف في الآراء ووجهات النظر بين الرياضيين والمناطقة حول هذا، وقد تبلورت هذه الحلول في شكل نزعات وكل نزعة ترى بأنها الحل بحيث يمكن تلخيص مفاد كل نزعة كما يلي :

النزعة المنطقية : والتي ترى بأن القضايا الرياضية مجرد قضايا من المنطق الصوري أي ضرورة رد الرياضيات الى المنطق.

النزعة الأكسيومية : والتي ترى بأن المنطق والرياضيات ينبعان من أصل واحد

النزعة الحدسية : وهي النزعة التي ترفض النزعتين السابقتين وترجع كل الحقائق والمعارف الرياضيةالى الحدس الرياضي .

ومن خلال هذه النتائج يمكن القول ان اكثر نزعة نجحت في تجاوز الازمة هي النزعة الأكسيومية والتي كان هناك تقارب بينها وبين النزعة المنطقية .

خاتمة

خاتمة :

مهما بذل المرء من جهد في مجال البحث العلمي عامة والفلسفي بوجه خاص ،يجد نفسه بحاجة إلى بذل المزيد ،وعليه من خلال ماسبق ذكره ومن خلال ماسبق عرضه توصنا إلى العديد من الإستنتاجات نذكر منها :

-أن ازمة اليقين في الرياضيات قد قلبت الموازين ،حيث أنها كانت بوابة لدخول الرياضيات عالمي جديدا ،هذا مازادقا تقدما وتطورا ،ورغم ماصادفته من أزمات وصعوبات ،أي أن هذه الأزمة لم تقلل من شأن وقيمة الرياضيات ،بل على الكعس تماما فقد كانت وستضل النموذج الأعلى للدقة واليقين .

-ظهور انساق هندسية جديدة تقوم على الإتساق والمنطقية ،أي حدث تغيير في موضوع ومنهج الرياضيات .

-كذلك أن الأزمة قد مست نظرية المجموعات الكانتورية وغيرها التي تسببت في حدوث الأزمة مثل مفهوم اللانهائي وظهور مجموعة المفارقات ،مادفع الرياضيين والمناطقة إلى إعادة النظر في الأسس التي قامت عليها الرياضيات لتفادي التناقضات

-أن اغلب الدراسات المنطقية كانت تحت تأثير الرياضيات حيث ان بدايات تجديد المنطق كانت مع لايبنتز كما أن جبر المنطق يرجع الى جورج بول كذلك تطور المنطق مع فريجه وبيانو وذلك تحت تأثير إشكاليات طرحت في الرياضيات ساهمت في تأسيس المنطق الرياضي

-يعتبر الإتجاه المنطقي الذي اكتمل نضجه من راسل أطروحة أساسيةفي المنطق والرياضيات،والذي ساهم في إعادة تأسيس الرياضيات

-لحل أزمة الأسس ظهرت ثلاث نزعات أساسية وهي :

- النزعة المنطقية والتي اكتمل نضجها مع برتراند راسل وقد ساهمت في إعادة تأسيس الرياضيات وهذا الإتجاه ينطلق من فكرة رد الرياضيات الى المنطق

_النزعة الأكسيومية : حيث ترفض هذه النزعة ارجاع اصول الرياضيات الى المنطق أو الحدس.

–النزعة الحدسية : وترى هذه النزعة ان المنطق ليس أساس الرياضيات وأن الرياضيات ذات أساس حسي تجريبي.

وعليه يمكن القول ،أن للرياضيات تأثير كبير المنطق ولها يعود الفضل في نشأة وتطور المنطق الرياضي نظرا لوجود صلة وتقارب بين الرياضيات والمنطق فكلاهما صوري استنباطي.

وفي الاخير ينبغي التأكيد على ضرورة الإهتمام بهذا المجال (فلسفة الرياضيات) والتشجيع على الخوض في هذا المجال الذي لم يأخذ حقه وقيمته الكافية ،خاصة واننا نعلم أن الرياضيات وماتتميز به من دقة وبداهة ومطلقية وتأثير على العديد من الميادين والمجالات العلمية والمعرفية.

قائمة

المصادر والمراجع

قائمة المصادر والمراجع :

أولا : المصادر

1. افلاطون، الجمهورية، تر:فؤاد زكريا، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، القاهرة، مصر، 2012.

2. اقليدس، بين الفلسفة والمنهج الرياضي، اعداد:الشيخ محمد محمد عويضة، دار الكتب العلمية، ط1، بيروت، لبنان، 1994.

3. برتراند راسل، أصول الرياضيات، الجزء1، تر:محمد مرسي احمد واحمد فؤاد الأهواني، دار المعارف، ط2، مصر، 1961.

4. برتراند راسل، تاريخ الفلسفة الغربية، الكتاب الثالث، تر:محمد فتحي الشنيطي، المصرية العامة للكتاب، الإسكندرية، مصر، 1977.

5. برتراند راسل، فلسفتي كيف تطورت، تر:عبد الرشيد الصادق، مراجعة وتقديم:زكي نجيب محمود، دار الضياء للطباعة، ط1، 1960.

6. بول موي، المنطق وفلسفة العلوم، تر:فؤاد حسن زكريا، مراجع:محمود قاسم، مكتبة نهضة مصر للنشر، القاهرة، مصر، 1916.

7. جاكلين ستيدال، تاريخ الرياضيات، مقدمة قصيرة، تر:محمد عبد العظيم سعود، مؤسسة هنداوي للتعليم والثقافة، القاهرة، مصر، 2012.

8. جوتفريد فيلهلم ليبنيتز، المونادولوجيا والمبادئ العقلية الطبيعية والفضل الإلهي، ترجمة وتعليق: عبد الغفار مكاوي، دار الثقافة للطباعة والنشر، القاهرة، مصر، 1978.

9. روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، تر:محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2005.

10. روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من ارسطو حتى رسل، تر:خليل احمد خليل، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت، لبنان.

11. لويس وولبرت، طبيعة العلم غير الطبيعية، تر:سمير حنا صادق، المجلس الاعلى للثقافة، القاهرة، مصر، 2001.

12. ليبنيتز، أبحاث جديدة في الفهم المنطقي، تقديم وترجمة وتعليق:أحمد فؤاد كامل، دار الثقافة للنشر والتوزيع، المغرب، 1983.

13. مارتن هايدغر، السؤال عن الشيء، حول نظرية المبادئ الترندنستالية عند كنت، تر:اسماعيل المصدق، المنظمة العربية للترجمة، مركز دراسات الوحدة العربية، ط1، بيروت، لبنان.

ثانيا المراجع:

1. ابراهيم مصطفى ابراهيم، الفلسفة الحديثة من ديكارت إلى هيوم، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر، المغرب، 1983.

2. أحمد أمين وزكي نجيب محمود، قصة الفلسفة اليونانية، دار الكتب المصرية، ط2، القاهرة، مصر.

3. أميرة حلمي مطر، الفلسفة اليونانية ومشكلاتها، دار قباء للطباعة والنشر والتوزيع، القاهرة، مصر، 1998.

4. جميل صليبا، الموجز في تاريخ العلوم عند العرب، دار الكتاب اللبناني، لبنان، 1981.

5. سماح رافع محمد، المذاهب الفلسفية المعاصرة، مكتبة مدبولي، ط1، القاهرة، مصر، 1973.

6. عبد اللطيف يوسف الصديقي، مسألة اللانهائية في الرياضيات، دار الشروق للنشر والتوزيع، ط1، عمان، الأردن، 1999.

7. فاضل سلامة شنطاوي، أسس الرياضيات ومفاهيم الهندسة الأساسية، دار الميسرة للنشر، ط1، الاردن، 2008.

8. ماهر عبد القادر محمد علي، التطور المعاصر لنظرية المنطق، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، الإسكندرية، مصر، 1988.

9. محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، ط1، بيروت، لبنان، 1972.

10. محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، ط1، بيروت، لبنان، 1969.

11. محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، مركز دراسات الوحدة العربية، ط3 ، بيروت، لبنان، 1994.

12. محمد محمد قاسم، مدخل إلى الفلسفة، دار النهضة العربية، ط1، بيروت، لبنان، 2001.

13. محمد مهران، مدخل الى دراسة الفلسفة المعاصرة، دار الثقافة للنشر والتوزيع، القاهرة، مصر، 1984.

14. محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، دار النهضة العربية، بيروت، لبنان، 1979.

15. يوسف كرم، تاريخ الفلسفة اليونانية، مؤسسة هنداوي للتعليم والثقافة، القاهرة، مصر، 2012.

ثالثا الموسوعات والمعاجم :

1. احمد تركي، المعجم العلمي، دار المعارف، القاهرة، مصر، 1968.

2. أندريه لالاند، موسوعة لالاند الفلسفية، المجلد الأول، منشورات عويدات، ط1، بيروت، لبنان، 2001.

3. جميل صليبا، المعجم الفلسفي بالألفاظ العربية والفرنسية والإنجليزية واللاتينية، الجزء الأول، دار الكتاب اللبناني، بيروت، لبنان، 1982.

4. جورج طرابشي، معجم الفلاسفة، دار الطليعة للطباعة والنشر، ط3، بيروت، لبنان، 2006.

صلاح أحمد وآخرون، معجم الرياضيات المعاصرة، مؤسسة الرسالة، ط1، بيروت، لبنان، 1983.

٢٥. عبد الرحمان بدوي، موسوعة الفلاسفة، الجزء الأول، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، بيروت، لبنان، 1994.

6. عبد الرحمان بدوي، موسوعة الفلسفة، الجزء الأول، تامؤسسة العربية للدراسات والنشر، ط1، بيروت، لبنان، 1984.

7. محمود يعقوبي، معجم الفلسفة أهم المصطلحات وأشهر الأعلام، ط2، الجزائر، 1973.

8. مراد وهبة، المعجم الفلسفي، دار قباء الحديثة، القاهرة، مصر، 2007.

9. يودين روزونتال، الموسوعة الفلسفية، دار الطليعة للطباعة والنشر، ط3، بيروت، لبنان.

10. يوسف كرم وأخرون، المعجم الفلسفي، مطابع كوستاتسوماس وشركاءه، القاهرة، مصر، 1966.

رابعا الرسائل الجامعية :

1. جاب الله هاجر، أزمة اليقين في الرياضيات، (مذكرة ماستر)، جامعة العربي التبسي، الجزائر، 2021/2020.

2. حميدة محلوس، إشكالية تطور المنطق المعاصر بين الدوافع الداخلية والتأثيرات الخارجية، (أطروحة دكتوراه)، جامعة الجزائر 2 أبو القاسم سعد الله، 2017/2016.

3. زيات فيصل، المنطق والرياضيات عند برتراند راسل، (أطروحة دكتوراه)، جامعة وهران محمد بن احمد، الجزائر، 2017/2016.

خامسا المجلات :

عبد الرحمان علي الرزقاني، العلاقة بين المنطق والرياضيات، مجلة جامعة صبراتة، العدد الرابع، صبراتة، ليبيا، ديسمبر 2018.

الملخص

الملخص:

تعتبر الرياضيات والمنطق علمين يسيران في إتساق واحد وفي تطور متناغم، حيث أن أي خلل في أحد العلمين ينعكس عنه بالضرورة خلل في الآخر، وهذا ما حصل بخصوص أزمة الأسس الرياضية والتي حدثت خلال القرن التاسع عشر، حيث أن الأزمة التي عرفتها الرياضيات كانت بداية لظهور منطق جديد ذا طابع رياضي (لغة رمزية) ،حيث أن المنطق الرياضي يعتبر فرع من فروع الرياضيات يهتم بإستخدام الرموز المنطقية، وهي رموز يتم بواسطتها ربط العبارات المنطقية بعضها ببعض للحصول على عبارات منطقية جديدة، بحيث أصبح موضوع المنطق مبني على أسس رياضية وهي ماعرفت بالأكسيوماتيك.

الكلمات المفتاحية :

الرياضيات ، المنطق الرياضي ، أزمة الأسس ، اليقين الرياضي ،الهندسة الإقليدية ،فلسفة العلوم

Summary:

Mathematics and logic are two sciences that proceed in one consistency and in a harmonious development, as any defect in one of the two sciences necessarily reflects a defect in the other. A new mathematical character (symbolic language), as mathematical logic is a branch of mathematics concerned with the use of logical symbols, which are symbols through which logical expressions are linked to each other to obtain new logical expressions, so that the topic of logic is based on Mots clés:.mathematical foundations, which are known as axiomatics

.

Keywords:

Mathematics, Mathematical Logic, Crisis of Foundations, Mathematical Certainty, Euclidean Geometry, Philosophy of Science